



## आओ, सीखें

दिए गए त्रिभुज के घटकों की जानकारी के आधार पर त्रिभुज बनाना ।

- आधार, आधार से संलग्न एक कोण तथा शेष दो भुजाओं की लंबाइयों का योग
- आधार, आधार से संलग्न एक कोण तथा शेष दो भुजाओं की लंबाइयों का अंतर
- परिमिति तथा आधार के कोण



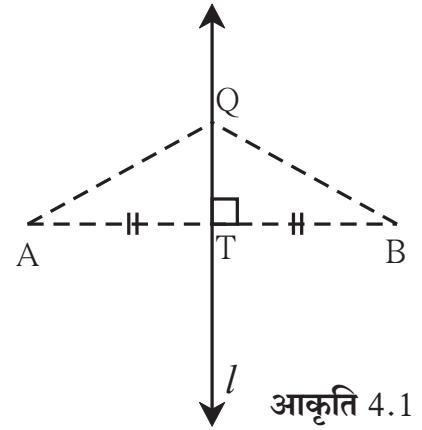
## थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हम निम्नलिखित त्रिभुज की रचना सीख चुके हैं ।

- \* सभी भुजाओं की लंबाई दी गई हो तो त्रिभुज की रचना करना ।
- \* आधार तथा उसे समाविष्ट करने वाले कोण दिए गए हों तो त्रिभुज की रचना करना ।
- \* दो भुजाएँ तथा उनमें समाविष्ट कोण दिए गए हों तो त्रिभुज की रचना करना ।
- \* कर्ण तथा एक भुजा दी गई हो तो समकोण त्रिभुज की रचना करना ।

## लंबसमद्विभाजक का प्रमेय

- दिए गए रेखाखंड के अंतःबिंदु उनके लंबसमद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु से समदूरस्थ होते हैं ।
- रेखाखंड के अंतःबिंदु से समान अंतर पर स्थित प्रत्येक बिंदु रेखाखंड के अंतःबिंदु से समदूरस्थ होते हैं ।



## आओ, जानें

## त्रिभुज की रचना (Constructions of triangles)

त्रिभुज की रचना करने के लिए तीन मुद्दे आवश्यक हैं । तीन कोण तथा तीन भुजा इनमें से केवल दो मुद्दे दिए गए हों और इसके अतिरिक्त उस त्रिभुज से संबंधित कुछ और जानकारी दी गई हो तब उस जानकारी और दिए गए दो मुद्दों का उपयोग कर त्रिभुज कैसे बनाएंगे देखते हैं ।

कोई बिंदु दो भिन्न रेखाओं पर हो तो वह बिंदु उन रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु होता है इस गुणधर्म का उपयोग नीचे दी गई रचनाओं में अनेक बार किया गया है ।

## रचना I

ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका आधार, अन्य दो भुजाओं की लंबाइयों का योगफल तथा आधार का कोई एक कोण दिया हो।

उदा.  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $BC = 6.3$  सेमी,  $\angle B = 75^\circ$  तथा  $AB + AC = 9$  सेमी

हल : सर्वप्रथम अभीष्ट त्रिभुज की कच्ची आकृति बनाएँ।

स्पष्टीकरण : कच्ची आकृति में दिखाए अनुसार

$BC = 6.3$  सेमी लंबाईवाला रेखाखंड खींचिए। रेखाखंड  $BC$  के बिंदु  $B$  से  $75^\circ$  का कोण बनाने वाले किरण पर बिंदु  $D$  इस प्रकार लें कि

$BD = AB + AC = 9$  सेमी

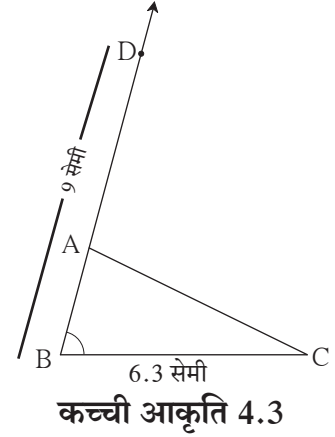
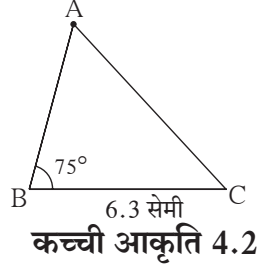
किरण  $BD$  पर बिंदु  $A$  को खोजना है।

$BA + AD = BA + AC = 9$

$\therefore AD = AC$

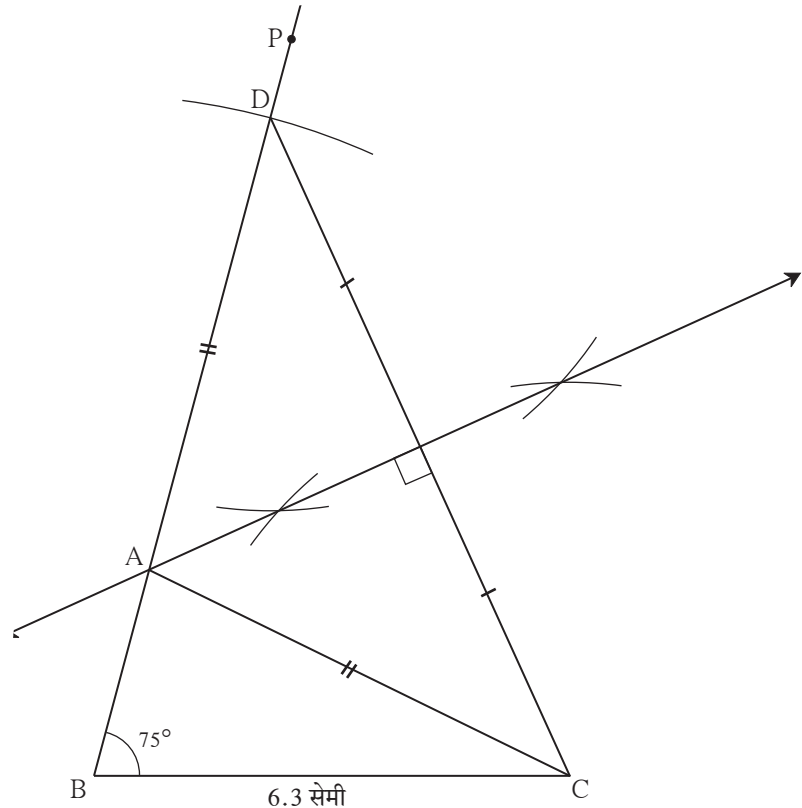
$\therefore$  बिंदु  $A$  यह रेख  $CD$  के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

$\therefore$  बिंदु  $A$  यह किरण  $BD$  तथा रेख  $CD$  के लंबसमद्विभाजक का प्रतिच्छेदन बिंदु है।



## रचना के सोपान

- (1) 6.3 सेमी लंबाईवाली रेख  $BC$  खींचें।
  - (2) बिंदु  $B$  से  $75^\circ$  का कोण बनाने वाली किरण  $BP$  खींचिए।
  - (3) किरण  $BP$  पर बिंदु  $D$  इस प्रकार लीजिए कि  $d(B,D) = 9$  सेमी
  - (4) रेख  $DC$  खींचिए।
  - (5) रेख  $DC$  का लंबसमद्विभाजक खींचिए।
  - (6) रेख  $DC$  के लंबसमद्विभाजक तथा किरण  $BP$  के प्रतिच्छेदन बिंदु को  $A$  नाम दीजिए।
  - (7) रेख  $AC$  खींचिए।
- $\Delta ABC$  यह अभीष्ट त्रिभुज है।



पक्की आकृति 4.4

## प्रश्नसंग्रह 4.1

1.  $\Delta PQR$  की रचना ऐसी कीजिए जिसका आधार  $QR = 4.2$  सेमी,  $m\angle Q = 40^\circ$   
तथा  $PQ + PR = 8.5$  सेमी
2.  $\Delta XYZ$  की रचना ऐसी कीजिए जिसका आधार  $YZ = 6$  सेमी,  $XY + XZ = 9$  सेमी  $m\angle XYZ = 50^\circ$
3.  $\Delta ABC$  की रचना ऐसी कीजिए जिसका आधार  $BC = 6.2$  सेमी,  $m\angle ACB = 50^\circ$ ,  
 $AB + AC = 9.8$  सेमी
4.  $\Delta ABC$  की रचना ऐसी कीजिए जिसका आधार  $BC = 3.2$  सेमी,  
 $\angle ACB = 45^\circ$  तथा  $\Delta ABC$  की परिमिति 10 सेमी हो।

### रचना II

त्रिभुज का आधार तथा शेष दो भुजाओं की लंबाइयों का अंतर और आधार का एक कोण दिया गया हो तो त्रिभुज की रचना करना।

उदा. (1)  $\Delta ABC$  में  $BC = 7.5$  सेमी,  $m\angle ABC = 40^\circ$ ,  $AB - AC = 3$  सेमी तो  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए।

हल : सर्वप्रथम त्रिभुज की कच्ची आकृति बनाइए।

स्पष्टीकरण :  $AB - AC = 3$  सेमी  $\therefore AB > AC$

रेखाखंड  $BC$  खींचे। रेखा  $BC$  से  $40^\circ$  का कोण बनाने वाली किरण  $BL$  खींचिए। इस किरण पर बिंदु  $A$  प्राप्त करने के लिए किरण  $BL$  पर बिंदु  $D$  इस प्रकार लिया कि  $BD = 3$  सेमी तथा  $B-D-A$  और  $BD = AB - AD = 3$  तथा  $AB - AC = 3$  दिया गया है।

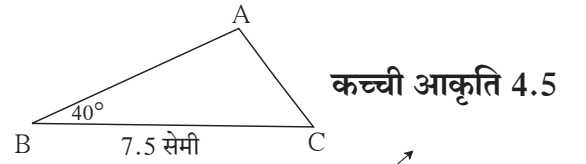
$\therefore AD = AC$

$\therefore A$  बिंदु रेखा  $DC$  के लंबसमद्विभाजक पर है।

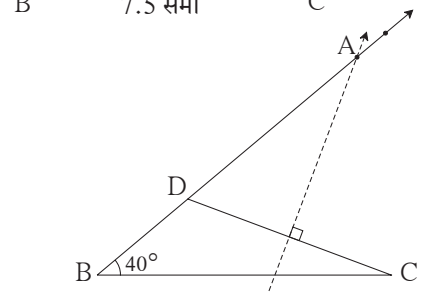
$\therefore$  बिंदु  $A$  किरण  $BL$  तथा रेखा  $DC$  के लंबसमद्विभाजक का प्रतिच्छेदन बिंदु है।

### रचना के सोपान

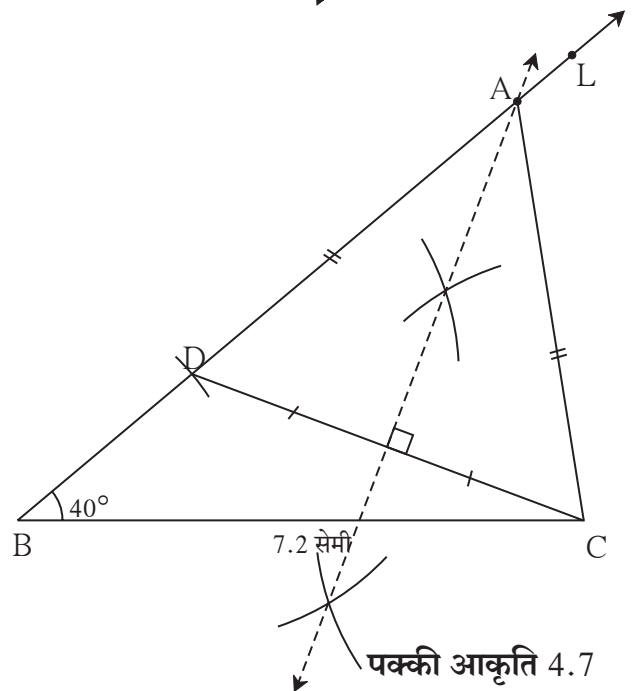
- (1) 7.5 सेमी लंबाईवाला रेखा  $BC$  खींचिए।
- (2) बिंदु  $B$  से  $40^\circ$  का कोण बनाने वाली किरण  $BL$  खींचिए।
- (3) किरण  $BL$  पर बिंदु  $D$  इस प्रकार लीजिए कि  $BD = 3$  सेमी।
- (4) रेखा  $CD$  खींचकर उसका लंब समद्विभाजक खींचिए।
- (5) किरण  $BL$  को रेखा  $CD$  का लंबसमद्विभाजक जिस स्थान पर प्रतिच्छेदित करता है, उसे  $A$  नाम दीजिए।
- (6) रेखा  $AC$  खींचिए।  
 $\Delta ABC$  यह अभीष्ट त्रिभुज है।



कच्ची आकृति 4.5



कच्ची आकृति 4.6



पक्की आकृति 4.7

उदा. 2  $\Delta ABC$  में भुजा  $BC = 7$  सेमी,  $\angle B = 40^\circ$  तथा  $AC - AB = 3$  सेमी तो  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए ।

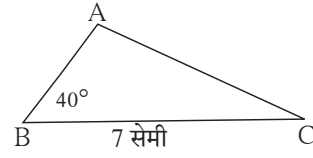
हल : त्रिभुज की कच्ची आकृति खींचिए ।

$BC = 7$  सेमी खींचें ।  $AC > AB$  रेखाखंड  $BC$  के बिंदु  $B$  से  $40^\circ$  का कोण बनाने वाली किरण  $BT$  खींचते हैं । बिंदु  $A$  इसी किरण पर स्थित है । किरण  $BT$  के विपरीत किरण पर बिंदु  $D$  इस प्रकार से लीजिए कि  $BD = 3$  सेमी ।

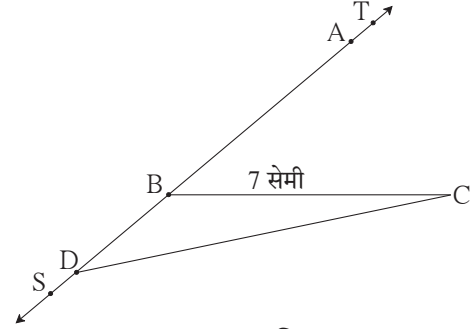
अब  $AD = AB + BD = AB + 3 = AC$   
(क्योंकि  $AC - AB = 3$  सेमी दिया गया है ।)

$$\therefore AD = AC$$

$\therefore$  बिंदु  $A$  रेख  $CD$  के लंबसमद्विभाजक पर है ।



कच्ची आकृति 4.8

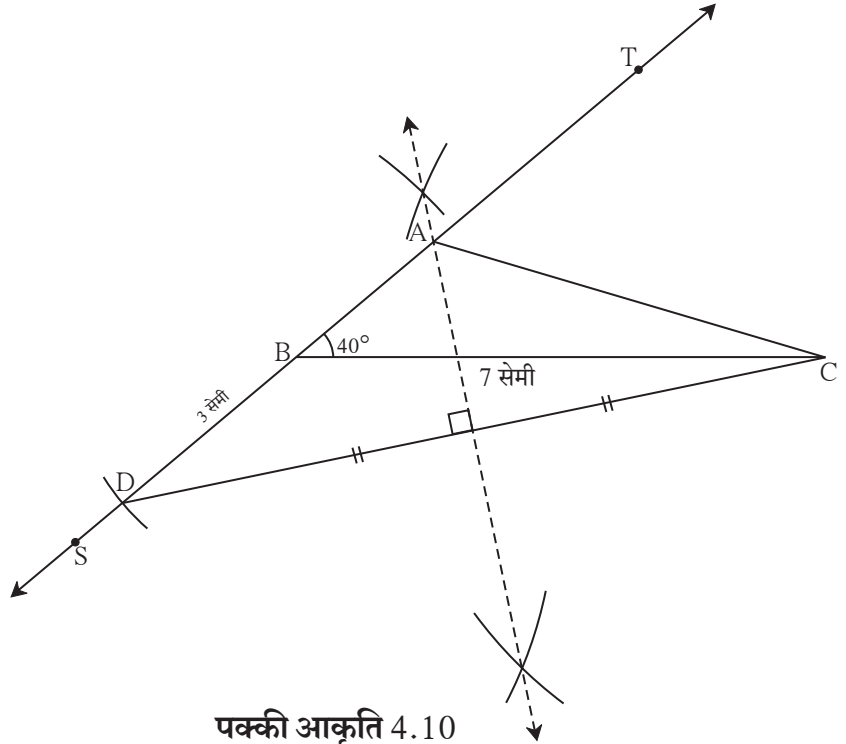


कच्ची आकृति 4.9

रचना के सोपान

- (1) 7 सेमी लंबाई का रेखाखंड  $BC$  खींचिए ।
- (2) बिंदु  $B$  से  $40^\circ$  का कोण बनाने वाली किरण  $BT$  खींचें ।
- (3) किरण  $BT$  के विपरीत किरण  $BS$  पर बिंदु  $D$  इस प्रकार लीजिए कि  $BD = 3$  सेमी
- (4) रेख  $DC$  का लंबसमद्विभाजक खींचिए ।
- (5) रेख  $DC$  का लंबसमद्विभाजक किरण  $BT$  को जिस बिंदु पर प्रतिच्छेदित करता है उस बिंदु को  $A$  नाम दीजिए ।
- (6) रेख  $AC$  खींचिए ।

$\Delta ABC$  यह अभीष्ट त्रिभुज है ।



पक्की आकृति 4.10

#### प्रश्नसंग्रह 4.2

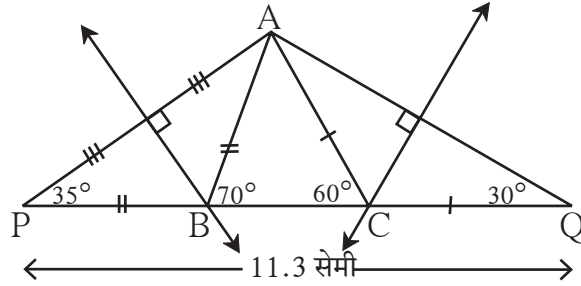
1.  $\Delta XYZ$  की रचना कीजिए जिसमें  $YZ = 7.4$  सेमी ।  $m\angle XYZ = 45^\circ$  तथा  $XY - XZ = 2.7$  सेमी ।
2.  $\Delta PQR$  की रचना कीजिए जिसमें  $QR = 6.5$  सेमी ।  $m\angle PQR = 40^\circ$  तथा  $PQ - PR = 2.5$  सेमी ।
3.  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $BC = 6$  सेमी ।  $m\angle ABC = 100^\circ$  तथा  $AC - AB = 2.5$  सेमी ।

### रचना III

त्रिभुज की रचना करना जिसकी परिमिति तथा आधार के दोनों कोणों के माप दिए गए हों।

उदा.  $\Delta ABC$  में  $AB + BC + CA = 11.3$  सेमी,  $\angle B = 70^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$  तो  $\Delta ABC$  कि रचना करें।

हल : त्रिभुज की कच्ची आकृति बनाइए।



कच्ची आकृति 4.11

स्पष्टीकरण : इस आकृति में रेख BC पर बिंदु P तथा Q इस प्रकार लीजिए कि

$$PB = AB, CQ = AC$$

$$\therefore PQ = PB + BC + CQ = AB + BC + AC = 11.3 \text{ सेमी}$$

अब  $\Delta PBA$  में  $PB = BA$

$$\therefore \angle APB = \angle PAB \text{ तथा } \angle APB + \angle PAB = \text{बहिष्कोण } ABC = 70^\circ \dots \text{(दूरस्थ अंतःकोण प्रमेय से)}$$

$$\therefore \angle APB = \angle PAB = 35^\circ \text{ इसी प्रकार } \angle CQA = \angle CAQ = 30^\circ$$

अब हम  $\Delta PAQ$  की रचना कर सकते हैं।

क्योंकि इस त्रिभुज के दो कोण तथा उसमे समाविष्ट भुजा PQ ज्ञात है।

$$\therefore BA = BP$$

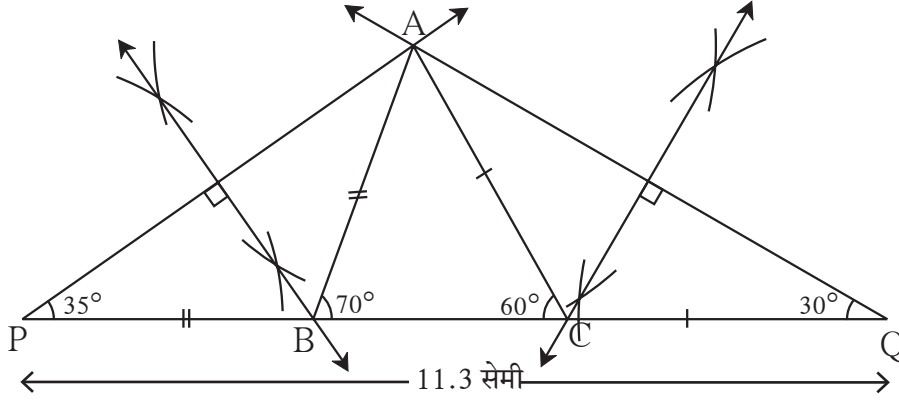
$\therefore$  बिंदु B के रेख AP के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है तथा  $CA = CQ$

$\therefore$  बिंदु C रेख AQ को लंबसमद्विभाजक पर स्थित है रेख AP तथा रेख AQ के लंबसमद्विभाजक खींचें।

दोनों समद्विभाजक में रेख PQ को जिन बिंदुओं पर प्रतिच्छेदित करती है वहाँ क्रमशः बिंदु B तथा बिंदु C प्राप्त होते हैं।

### रचना के सोपान

- (1) 11.3 सेमी लंबाई वाला रेखाखंड PQ खींचिए।
- (2) बिंदु P से  $35^\circ$  माप का कोण बनाने वाली किरण खींचिए।
- (3) बिंदु Q से  $30^\circ$  माप का कोण बनाने वाली किरण खींचिए।
- (4) दोनों किरणों के प्रतिच्छेदन बिंदु को A नाम दीजिए।
- (5) रेख AP तथा रेख AQ के लंबसमद्विभाजक खींचिए। वे रेखा PQ को जिन बिंदुओं पर प्रतिच्छेदित करते हैं उन्हें क्रमशः B और C नाम दीजिए।
- (6) रेख AB और रेख AC खींचिए।  $\Delta ABC$  यह अभीष्ट त्रिभुज है।



पक्की आकृति 4.12

### प्रश्नसंग्रह 4.3

1.  $\Delta PQR$  की रचना इस प्रकार करें कि  $\angle Q = 70^\circ$ ,  $\angle R = 80^\circ$  तथा  $PQ + QR + PR = 9.5$  सेमी ।
2.  $\Delta XYZ$  की रचना इस प्रकार करें कि  $\angle Y = 58^\circ$ ,  $\angle X = 46^\circ$  तथा त्रिभुज की परिमिति 10.5 सेमी हो ।
3.  $\Delta LMN$  की रचना इस प्रकार करें कि  $\angle M = 60^\circ$ ,  $\angle N = 80^\circ$  तथा  $LM + MN + NL = 11$  सेमी ।

### प्रकीर्ण प्रश्नसंग्रह 4

1.  $\Delta XYZ$  की रचना कीजिए जिसमें  $XY + XZ = 10.3$  सेमी,  $YZ = 4.9$  सेमी,  $\angle XYZ = 45^\circ$
2.  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $\angle B = 70^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $AB + BC + AC = 11.2$  सेमी
3. किसी त्रिभुज की परिमिति 14.4 सेमी है और भुजाओं का अनुपात 2:3:4 हो, तो त्रिभुज की रचना कीजिए ।
4.  $\Delta PQR$  की रचना कीजिए जिसमें  $PQ - PR = 2.4$  सेमी,  $QR = 6.4$  सेमी तथा  $\angle PQR = 55^\circ$



### ICT Tools or Links

संगणक पर त्रिभुज की रचना जिओजिब्रा इस सॉफ्टवेअर की सहायता से करके देखें और इसका आनंद लें । रचना क्रमांक 3, इस सॉफ्टवेअर में अलग प्रकार से करके दिखाया गया है इस विधि का भी अध्ययन कीजिए ।

