

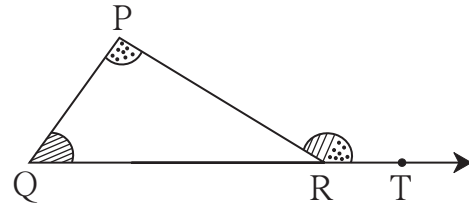


आओ, सीखें

- त्रिभुज के दूरस्थ अंतःकोणों का प्रमेय
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता
- समद्विबाहु त्रिभुज का प्रमेय
- $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ मापवाले त्रिभुज का गुणधर्म
- त्रिभुज की माध्यिका
- समकोण त्रिभुज में कर्ण पर खींची गई माध्यिका का गुणधर्म
- लंबसमद्विभाजक का प्रमेय
- कोणसमद्विभाजक का प्रमेय
- समरूप त्रिभुज

कृति

किसी मोटे कागज पर किसी भी माप का ΔPQR बनाइए। आकृति में दर्शाए अनुसार किरण QR पर बिंदु T लें। रंगीन मोटे पेपर के $\angle P$ तथा $\angle Q$ मापवाले टुकड़े काटें। उन टुकड़ों को रखने पर $\angle PRT$ ढँक जाता है। इस बात का अनुभव कीजिए।



आकृति 3.1



आओ, जानें

त्रिभुज के दूरस्थ अंतःकोणों का प्रमेय (Theorem of remote interior angles of a triangle)

प्रमेय : त्रिभुज के बहिष्कोण का माप उसके दूरस्थ अंतःकोणों के मापों के योगफल के बराबर होता है।

दत्त : $\angle PRS$ यह ΔPQR का बहिष्कोण है।

साध्य : $\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$

उपपत्ति : त्रिभुज के तीनों अंतःकोणों के मापों का योगफल 180° होता है।

$$\therefore \angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ \text{---(I)}$$

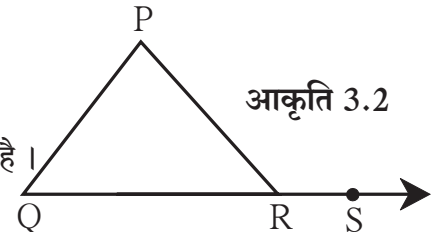
$$\angle PRQ + \angle PRS = 180^\circ \text{---(II)} \dots \text{(रैखिक युगल कोण)}$$

\therefore कथन I तथा II से

$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = \angle PRQ + \angle PRS$$

$$\therefore \angle PQR + \angle QPR = \angle PRS \text{---(दोनों पक्षों में से } \angle PRQ \text{ घटाने पर)}$$

\therefore त्रिभुज के बहिष्कोण का माप उसके दूरस्थ अंतःकोणों के मापों के योगफल के बराबर होता है।



आकृति 3.2



थोड़ा, सोचें

आकृति 3.3 में बिंदु R से रेखा PQ के समांतर रेखा खींच कर इस प्रमेय की अलग उपपत्ति दी जा सकती है क्या ?



आओ, जानें

त्रिभुज के बहिष्कोण के प्रमेय का गुणधर्म (Property of an exterior angle of triangle)

दो संख्याओं a तथा b का योगफल $(a + b)$, यह a तथा b दोनों से बड़ा होता है ।

अर्थात् $a + b > a$, $a + b > b$

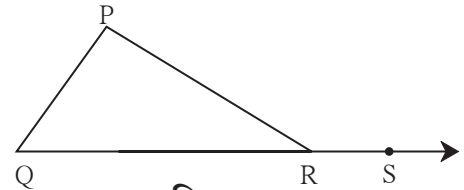
उपर्युक्त विधान का उपयोग करने पर त्रिभुज के

बहिष्कोण का गुणधर्म प्राप्त होता है ।

ΔPQR में $\angle PRS$ बहिष्कोण हो तो

$\angle PRS > \angle P$, $\angle PRS > \angle Q$

\therefore त्रिभुज का बहिष्कोण का माप उसके प्रत्येक दूरस्थ अंतःकोण से बड़ा होता है ।



आकृति 3.3

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) किसी त्रिभुज के कोणों के मापों का अनुपात $5 : 6 : 7$ हो तो सभी कोणों के माप ज्ञात कीजिए ।

हल : माना उन कोणों के माप $5x$, $6x$, $7x$ है ।

$$5x + 6x + 7x = 180^\circ \quad \dots (\text{त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल } 180 \text{ होता है ।})$$

$$18x = 180^\circ$$

$$x = 10^\circ$$

$$5x = 5 \times 10 = 50^\circ, \quad 6x = 6 \times 10 = 60^\circ, \quad 7x = 7 \times 10 = 70^\circ$$

त्रिभुज के कोणों के माप 50° , 60° , 70° है ।

उदा. (2) संलग्न आकृति 3.4 का निरीक्षण कर $\angle PRS$ तथा $\angle RTS$ के माप ज्ञात कीजिए ।

हल : $\angle PRS$ यह ΔPQR का बहिष्कोण है ।

दूरस्थ अंतःकोण के प्रमेय के आधार पर,

$$\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$$

$$= 40^\circ + 30^\circ$$

$$\angle PRS = 70^\circ$$

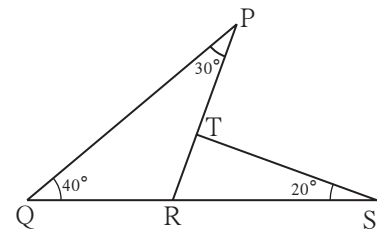
ΔRTS में

$$\angle TRS + \angle RTS + \angle TSR = \square \dots\dots\dots (\text{त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल})$$

$$\therefore \square + \angle RTS + \square = 180^\circ$$

$$\therefore \angle RTS + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle RTS = \square$$



आकृति 3.4

उदा. (3) सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज की भुजाओं को एक ही दिशा में बढ़ाने पर बनने वाले बहिष्कोणों के मापों का योगफल 360° होता है।

दत्त : $\angle PAB, \angle QBC$ तथा $\angle ACR$ यह ΔABC के बहिष्कोण हैं।

साध्य : $\angle PAB + \angle QBC + \angle ACR = 360^\circ$.

उपपत्ति : इस प्रमेय की उपपत्ति दो विधियों से लिख सकते हैं

विधि I

ΔABC में बहिष्कोण $\angle PAB$ को ध्यान में रखने पर $\angle ABC$ तथा $\angle ACB$ उसके दूरस्थ अंतःकोण होंगे।

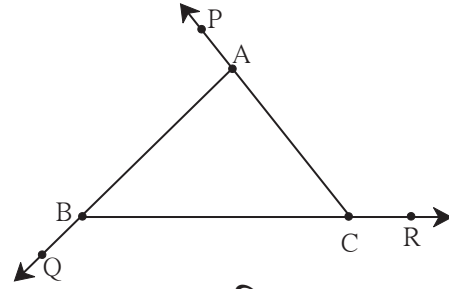
$$\angle BAP = \angle ABC + \angle ACB \text{ ---- (I)}$$

उसी प्रकार $\angle ACR = \angle ABC + \angle BAC \text{ ---- (II)}$ } ... (दूरस्थ अंतःकोण प्रमेय के अनुसार)

तथा $\angle CBQ = \angle BAC + \angle ACB \text{ ---- (III)}$

कथन (I), (II), (III) दोनों पक्षों को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} &\angle BAP + \angle ACR + \angle CBQ \\ &= \angle ABC + \angle ACB + \angle ABC + \angle BAC + \angle BAC + \angle ACB \\ &= 2\angle ABC + 2\angle ACB + 2\angle BAC \\ &= 2(\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC) \\ &= 2 \times 180^\circ \dots\dots (\text{त्रिभुज के अंतःकोणों का योगफल}) \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$



आकृति 3.5

विधि II

$\angle c + \angle f = 180^\circ \dots\dots$ रैखिक युगल कोण

उसी प्रकार $\angle a + \angle d = 180^\circ$

तथा $\angle b + \angle e = 180^\circ$

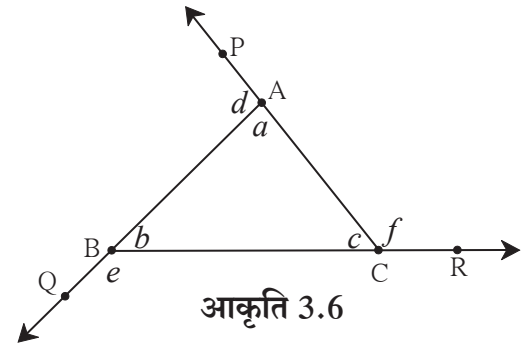
$$\therefore \angle c + \angle f + \angle a + \angle d + \angle b + \angle e = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

$$\angle f + \angle d + \angle e + (\angle a + \angle b + \angle c) = 540^\circ$$

$$\therefore \angle f + \angle d + \angle e + 180^\circ = 540^\circ$$

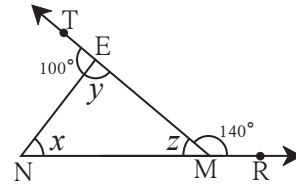
$$\therefore f + d + e = 540^\circ - 180^\circ$$

$$= 360^\circ$$



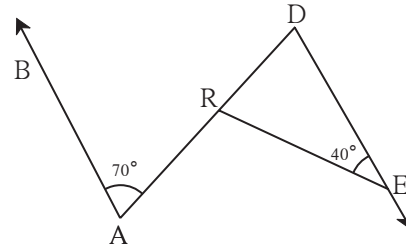
आकृति 3.6

5. आकृति 3.9 में दिए गए कोणों के मापों के आधार पर x, y, z के मान ज्ञात कीजिए।



आकृति 3.9

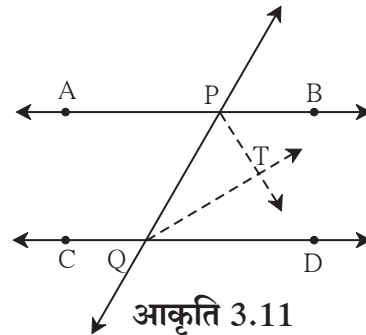
6. आकृति 3.10 में रेखा $AB \parallel$ रेखा DE है। दिए गए मापों के आधार पर $\angle DRE$ तथा $\angle ARE$ के माप ज्ञात कीजिए।



आकृति 3.10

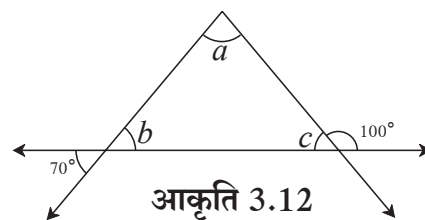
7. $\triangle ABC$ में $\angle A$ तथा $\angle B$ के समद्विभाजक परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेदित करते हैं। यदि $\angle C = 70^\circ$ हो तो $\angle AOB$ का माप ज्ञात कीजिए।

8. आकृति 3.11 में रेखा $AB \parallel$ रेखा CD तथा रेखा PQ उनकी तिर्यक रेखा है। किरण PT तथा किरण QT क्रमशः $\angle BPQ$ तथा $\angle PQD$ के समद्विभाजक हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 90^\circ$



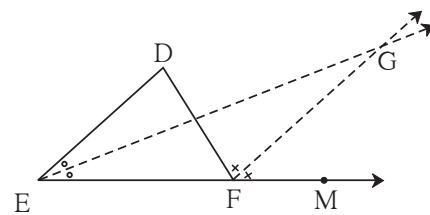
आकृति 3.11

9. आकृति 3.12 में दी गई जानकारी के आधार पर $\angle a, \angle b$ तथा $\angle c$ के माप ज्ञात कीजिए।



आकृति 3.12

- 10*. आकृति 3.13 में रेखा $DE \parallel$ रेखा GF है। किरण EG तथा किरण FG क्रमशः $\angle DEF$ तथा $\angle DFM$ के समद्विभाजक है। तो सिद्ध कीजिए कि
(i) $\angle DEF = \angle EDF$ (ii) $EF = FG$

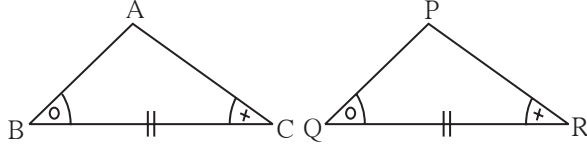


आकृति 3.13

उपर्युक्त सभी छह समीकरण सर्वांगसम त्रिभुजों के लिए सत्य होते हैं ।

अब हम देखेंगे कि तीन विशिष्ट समीकरण समान होने पर छह समीकरण किस प्रकार सत्य होते हैं ।

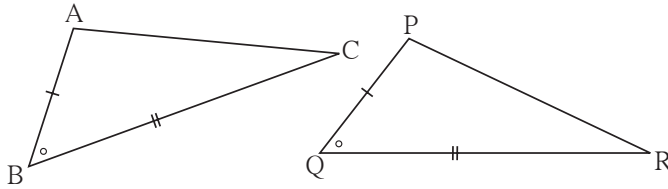
- (1) यदि $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ में एकैकी संगति के अनुसार एक त्रिभुज के दो कोण तथा उनमें समाविष्ट भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोण तथा उनमें समाविष्ट भुजा के समान हो तो वे त्रिभुज सर्वांगसम त्रिभुज होते हैं ।



इस गुणधर्म को कोण-भुजा-कोण कसौटी कहते हैं । इसे को-भु-को कसौटी ऐसे लिखते हैं ।

आकृति 3.15

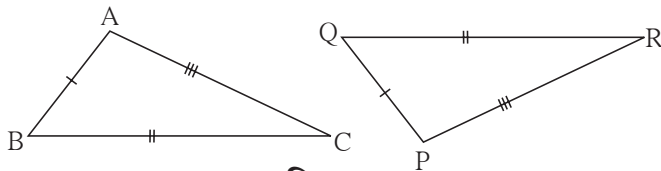
- (2) यदि $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ में एकैकी संगति के अनुसार एक त्रिभुज की दो भुजाएँ तथा उनमें समाविष्ट कोण दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं तथा उनमें समाविष्ट कोण के समान हो तो वे त्रिभुज सर्वांगसम त्रिभुज होते हैं।



इस गुणधर्म को भुजा-कोण-भुजा कसौटी कहते हैं । तथा भु-को-भु कसौटी ऐसे लिखते हैं ।

आकृति 3.16

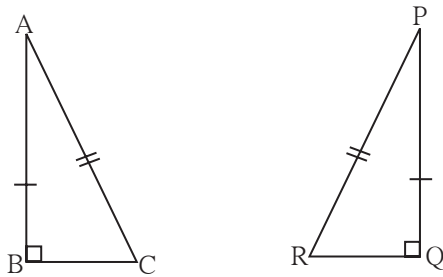
- (3) यदि $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ में एकैकी संगति के अनुसार एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों से सर्वांगसम भुजाओं के हों तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं ।



इस गुणधर्म को भुजा-भुजा-भुजा कसौटी कहते हैं । तथा भु-भु-भु कसौटी ऐसे लिखते हैं ।

आकृति 3.17

- (4) समकोण $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ में एकैकी संगति के अनुसार $\angle B$ तथा $\angle Q$ समकोण हो, दोनों त्रिभुज के कर्ण समान हों ओर $AB = PQ$ हो तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं ।



इस कसौटी को कर्ण-भुजा कसौटी कहते हैं ।

आकृति 3.18



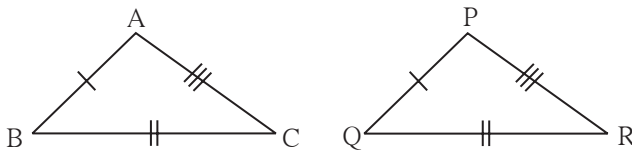
इसे ध्यान में रखें

कुछ घटक दिए जाने पर हम त्रिभुज की रचना कर सकते हैं। (उदा. दो कोण तथा उनमें समाविष्ट भुजा, तीन भुजाएँ, दो भुजा तथा उनमें समाविष्ट कोण) इनमें से किसी एक जानकारी के आधार पर त्रिभुज की रचना कर सकते हैं। दो त्रिभुजों में उपर्युक्त तीन संगत घटक समान हैं तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। तब उनकी तीनों संगत भुजाएँ तथा तीनों संगत कोण सर्वांगसम होते हैं। सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ तथा संगत कोण सर्वांगसम होते हैं, इस गुणधर्म का उपयोग भूमिति के अनेक उदाहरणों में होता है।

प्रश्नसंग्रह 3.2

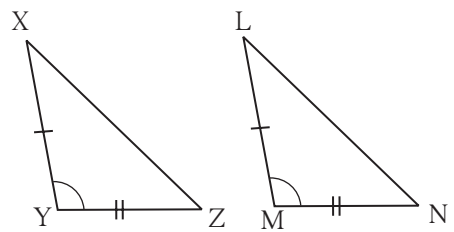
1. नीचे दिए गए प्रत्येक उदाहरण में त्रिभुजों की जोड़ियों के सर्वांगसम घटक एक जैसे चिह्न से दर्शाए गए हैं। प्रत्येक जोड़ी के त्रिभुज किस कसौटी के आधार पर सर्वांगसम हैं रिक्त स्थानों में वह कसौटी लिखिए।

(i)



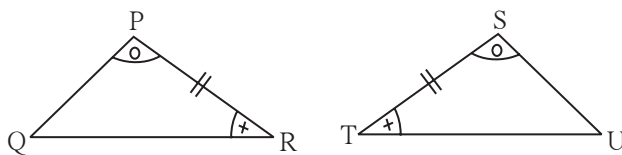
..... कसौटी से
 $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

(ii)



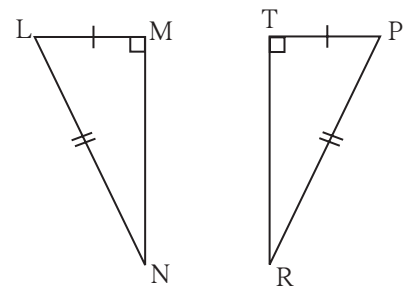
..... कसौटी से
 $\Delta XYZ \cong \Delta LMN$

(iii)



..... कसौटी से
 $\Delta PRQ \cong \Delta STU$

(iv)

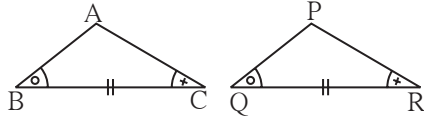


..... कसौटी से
 $\Delta LMN \cong \Delta PTR$

आकृति 3.19

2. नीचे दिए गए त्रिभुजों की जोड़ियों में दर्शाई गई जानकारी का निरीक्षण कीजिए। वे त्रिभुज किस कसौटी के आधार पर सर्वांगसम हैं। शेष सर्वांगसम घटक भी लिखिए।

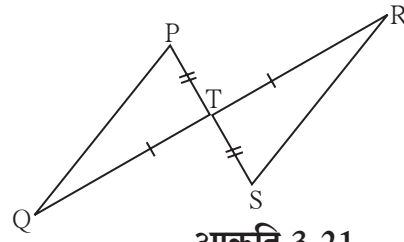
(i)



आकृति 3.20

आकृति में दर्शाई गई जानकारी के आधार पर,
 ΔABC तथा ΔPQR में
 $\angle ABC \cong \angle PQR$
 रेख $BC \cong$ रेख QR
 $\angle ACB \cong \angle PRQ$
 $\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ कसौटी
 $\therefore \angle BAC \cong$ सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण
 रेख $AB \cong$ तथा \cong रेख PR
 सर्वांगसम त्रिभुज की संगत भुजाएँ

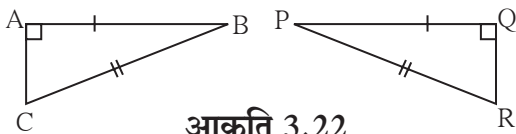
(ii)



आकृति 3.21

आकृति में दर्शाई गई जानकारी के आधार पर,
 ΔPTQ तथा ΔSTR में
 रेख $PT \cong$ रेख ST
 $\angle PTQ \cong \angle STR$ शीर्षाभिमुख कोण
 रेख $TQ \cong$ रेख TR
 $\therefore \Delta PTQ \cong \Delta STR$ कसौटी
 $\therefore \angle TPQ \cong$ } सर्वांगसम त्रिभुज के संगत कोण
 व $\cong \angle TRS$
 रेख $PQ \cong$ सर्वांगसम त्रिभुज की संगत भुजाएँ

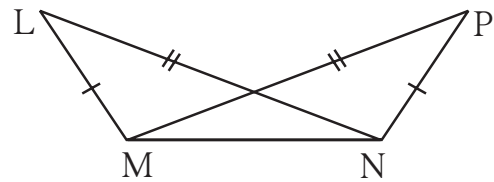
3. नीचे दी गई आकृति में ΔABC तथा ΔPQR की सर्वांगसमता की कसौटी लिखकर शेष सर्वांगसम घटकों के नाम लिखिए।



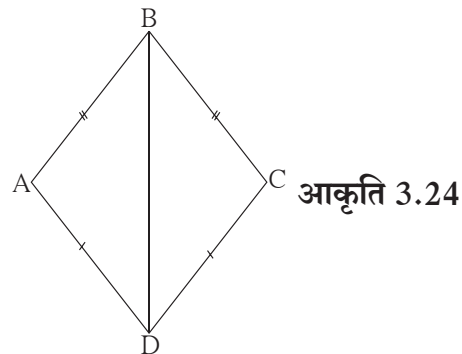
आकृति 3.22

5. आकृति 3.24 में रेख $AB \cong$ रेख BC
 तथा रेख $AD \cong$ रेख CD
 तो सिद्ध कीजिए कि
 $\Delta ABD \cong \Delta CBD$

4. नीचे दी गई आकृति में दर्शाए अनुसार ΔLMN तथा ΔPNM में $LM = PN$, $LN = PM$ हो तो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की कसौटी लिखिए। शेष सर्वांगसम घटकों के नाम भी लिखिए।



आकृति 3.23



आकृति 3.24

उपप्रमेय : त्रिभुज के तीनों कोण सर्वांगसम हो तो उसकी तीनों भुजाएँ भी सर्वांगसम होती हैं ।

(इस उपप्रमेय की उपपत्ति लिखिए ।)

उपर्युक्त दोनों प्रमेयों के कथन परस्पर विलोम हैं ।

उपर्युक्त दोनों उप प्रमेय के कथन परस्पर विलोम हैं ।



थोड़ा सोचें

- (1) समद्विबाहु त्रिभुज के प्रमेय की उपपत्ति अलग रचना करके लिख सकते हैं क्या ?
- (2) समद्विबाहु त्रिभुज के प्रमेय की उपपत्ति बिना रचना करके लिख सकते हैं क्या ?



आओ, जानें

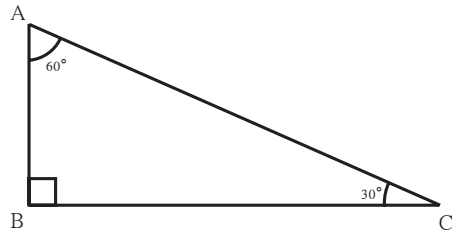
30° – 60° – 90° मापवाले त्रिभुज का गुणधर्म (Property of 30° – 60° – 90° triangle)

कृति I

समूह के प्रत्येक विद्यार्थी को एक समकोण त्रिभुज की रचना करनी है, जिसका एक कोण 30° हो ।

प्रत्येक विद्यार्थी को 30° के सामने की भुजा एवं कर्ण की लंबाई मापनी है ।

समूह के एक विद्यार्थी को सभी विद्यार्थियों द्वारा ज्ञात की गई जानकारी तालिका में लिखनी है ।



आकृति 3.28

त्रिभुज क्रमांक	1	2	3	4
30° के कोण की सम्मुख भुजा की लंबाई				
कर्ण की लंबाई				

उपर्युक्त तालिका के आधार पर 30°, 60° तथा 90° माप वाले त्रिभुज का कोई गुणधर्म प्राप्त होता है क्या ?

कृति II

कंपास पेटी में एक गोनिया के कोणों के माप 30°, 60° तथा 90° होते हैं । उनकी भुजाओं के संदर्भ में यह गुणधर्म प्राप्त होता है क्या, इसकी जाँच कीजिए ।

इस कृति से प्राप्त एक महत्वपूर्ण गुणधर्म अब हम सिद्ध करेंगे ।

कृति :

यदि समकोण त्रिभुज के कोण $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ हो तो समकोण बनाने वाली प्रत्येक भुजा की लंबाई

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \text{कर्ण होती है।}$$

ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$ तथा $\angle A = \angle C = 45^\circ$

$$\therefore BC = AB$$

पायथागोरस के प्रमेय के अनुसार,

$$AB^2 + BC^2 = \square$$

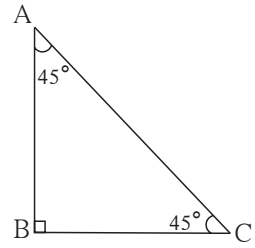
$$AB^2 + \square = AC^2 \dots (\because BC = AB)$$

$$\therefore 2AB^2 = \square$$

$$\therefore AB^2 = \square$$

$$\therefore AB = \frac{1}{\sqrt{2}} AC$$

इस गुणधर्म को $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ के त्रिभुज का प्रमेय कहते हैं।



आकृति 3.31



इसे ध्यान में रखें

(1) त्रिभुज के कोण $30^\circ, 60^\circ$ तथा 90° हो तो 30° की सम्मुख भुजा कर्ण की आधी $\left(\frac{\text{कर्ण}}{2}\right)$ होती है।

तथा 60° के कोण की सम्मुख भुजा $\frac{\sqrt{3}}{2}$ कर्ण होती है।

इस प्रमेय को $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ का प्रमेय कहते हैं।

(2) त्रिभुज के कोण $45^\circ, 45^\circ$ तथा 90° हो तो समकोण बनाने वाली प्रत्येक भुजा $\frac{\text{कर्ण}}{\sqrt{2}}$ होती है।

इस प्रमेय को $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ का प्रमेय कहते हैं।



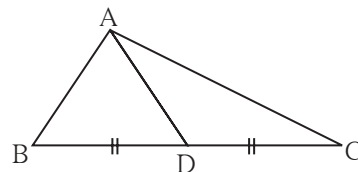
थोड़ा याद करें

त्रिभुज की माध्यिका

त्रिभुज के शीर्षबिंदु तथा उसकी सम्मुख भुजा के मध्यबिंदु को जोड़ने वाले रेखाखंड को उस त्रिभुज की माध्यिका कहते हैं।

आकृति में बिंदु D यह भुजा BC का मध्यबिंदु है।

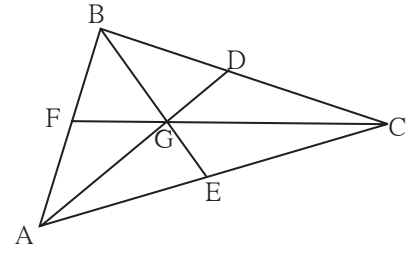
\therefore रेख AD, ΔABC की माध्यिका है।



आकृति 3.32

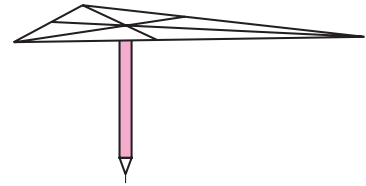
कृति I : किसी एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए । इस त्रिभुज की माधिकाएँ AD, BE, तथा CF खींचिए उनके संगामी बिंदु को G नाम दें । विभाजक की सहायता से AG तथा GD की लंबाई की तुलना कीजिए । AG की लंबाई GD की दुगुनी है । इसकी जाँच कीजिए । इसी प्रकार BG की लंबाई GE की दुगुनी है क्या, इसकी भी जाँच कीजिए ।

इस आधार पर प्राप्त गुणधर्म को ध्यान में रखिए कि माधिकाओं का संगामी बिंदु माधिकाओं को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है ।



आकृति 3.33

कृति II: कार्डबोर्ड पर ΔABC की रचना करके उसे काट लीजिए । उसकी तीनों माधिकाएँ खींचिए । उनके संगमत संगामी बिंदु को G नाम दें । समतल आधार वाली एक पेंसिल लीजिए । समतल भाग को ऊपर करके उसे पकड़ें । त्रिभुज का बिंदु G पेंसिल के समतल भाग पर क्षैतिज दिशा में रखकर उसका संतुलन देखिए और उसकी जाँच कीजिए ।



आकृति 3.34



आओ, जानें

समकोण त्रिभुज में कर्ण पर खींची गई माधिका का गुणधर्म

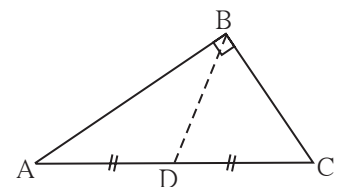
कृति : माना आकृति 3.35 में ΔABC समकोण त्रिभुज है । रेख BD माधिका है ।

निम्नलिखित रेखाखंडों की लंबाई नापिए ।

$$l(AD) = \dots\dots\dots l(DC) = \dots\dots\dots l(BD) = \dots\dots\dots$$

इस तरह $(BD) = \frac{1}{2} (AC)$ यह गुणधर्म मिलता है ।

इसकी जाँच कीजिए । इस गुणधर्म को सिद्ध भी कीजिए ।



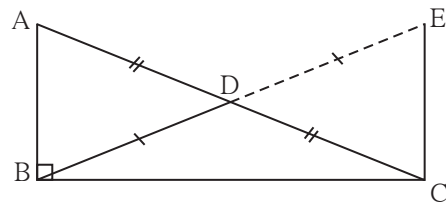
आकृति 3.35

प्रमेय : समकोण त्रिभुज में कर्ण पर खींची गई माध्यिका कर्ण की आधी होती है ।

दत्त : समकोण ΔABC की माध्यिका रेख BD है ।

साध्य : $BD = \frac{1}{2} AC$

रचना : किरण BD पर बिंदु E इस प्रकार लें कि $B - D - E$
तथा $l(BD) = l(DE)$, रेख EC का माप ज्ञात कीजिए ।



आकृति 3.36

उपपत्ति : (उपपत्ति में मुख्य सोपान दर्शाए गए हैं ।

बीच के सोपान, कथन तथा कारण इस रूप में लिखकर उपपत्ति पूर्ण कीजिए ।)

$\Delta ADB \cong \Delta CDE$ भुकोभु कसौटी

रेखा $AB \parallel$ रेखा EC एकांतर कोण कसौटी

$\Delta ABC \cong \Delta ECB$ भुकोभु कसौटी

$$BD = \frac{1}{2} (AC)$$

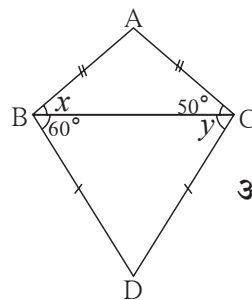


इसे ध्यान में रखें

किसी भी समकोण त्रिभुज में कर्ण पर खींची गई माध्यिका लंबाई में कर्ण की आधी होती है ।

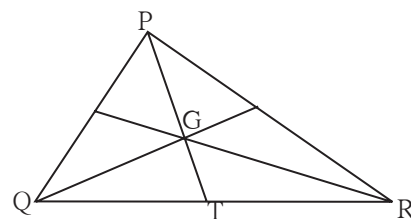
प्रश्नसंग्रह 3.3

1. आकृति 3.37 में दी गई जानकारी देखें । x तथा y के मान ज्ञात कीजिए । इसी प्रकार $\angle ABD$ तथा $\angle ACD$ के भी माप ज्ञात कीजिए ।



आकृति 3.37

2. समकोण त्रिभुज में कर्ण की लंबाई 15 हो तो उस पर खींची गई माध्यिका की लंबाई ज्ञात कीजिए ।
3. ΔPQR में $\angle Q = 90^\circ$, $PQ = 12$, $QR = 5$ तथा QS भुजा PR पर माध्यिका हो तो QS ज्ञात कीजिए।
4. आकृति 3.38 में बिंदु G यह ΔPQR की माध्यिकाओं का संगामी बिंदु है ।
यदि $GT = 2.5$ सेमी, तो PG तथा PT की लंबाई ज्ञात कीजिए ।



आकृति 3.38

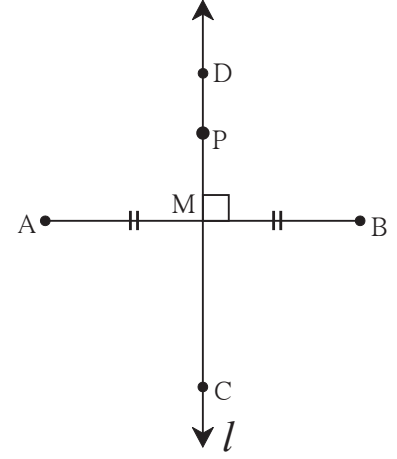


कृति : सुविधाजनक लंबाईवाली रेख AB खींचिए । उसके मध्यबिंदु को M नाम दें । बिंदु M से जाने वाली रेखा l खींचिए जो रेख AB पर लंब हो । रेखा l रेख AB की लंबसमद्विभाजक रेखा है, यह ध्यान में आया क्या ?

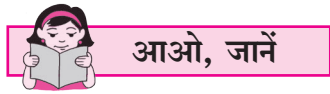
रेखा l पर कहीं भी एक बिंदु P लीजिए । PA तथा PB इन दूरियों की तुलना विभाजक से करें । क्या पता चला $PA = PB$? इससे पता चलता है कि रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक का प्रत्येक बिंदु रेखाखंड के अंतःबिंदुओं से समदूरस्थ होता है ।

अब कंपास की सहायता से बिंदु A तथा B से समान दूरी पर स्थित बिंदु C तथा D ऐसे कुछ बिंदु लीजिए। सभी बिंदु रेखा l पर ही हैं न ? इससे ध्यान में आता है कि रेखाखंड के अंतःबिंदु से समान दूरी पर स्थित बिंदु, उस रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक पर होता है ।

उपर्युक्त दोनों गुणधर्म लंबसमद्विभाजक के प्रमेय के दो भाग है । अब इसे सिद्ध करेंगे ।



आकृति 3.39



लंबसमद्विभाजक का प्रमेय (Perpendicular bisector theorem)

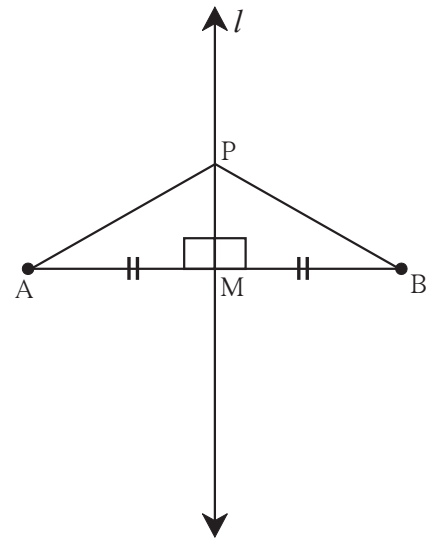
भाग I : रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस रेखाखंड के अंतःबिंदुओं से समान दूरी पर होता है ।

दत्त : रेखा l रेख AB की लंबसमद्विभाजक रेखा है,
जो रेख AB को बिंदु M पर प्रतिच्छेदित करती है ।
बिंदु P रेखा l पर स्थित कोई एक बिंदु है ।

साध्य : $l(PA) = l(PB)$

रचना : रेख AP तथा रेख BP खींचिए ।

उपपत्ति : ΔPMA तथा ΔPMB में
रेख $PM \cong$ रेख PM (सामान्य भुजा)
 $\angle PMA \cong \angle PMB$ (प्रत्येक समकोण)
रेख $AM \cong$ रेख BM (M मध्यबिंदु है)



आकृति 3.40

$\therefore \Delta PMA \cong \Delta PMB$ (भुकोभु कसौटी)

\therefore रेख PA \cong रेख PB.....(सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ)

$\therefore l(PA) = l(PB)$

इससे सिद्ध होता है कि किसी रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु उसके अंतःबिंदुओं से समदूरस्थ होते हैं।

भाग II : रेखाखंड के अंतःबिंदुओं से समदूरस्थ कोई भी बिंदु उस रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक पर होता है।

दत्त : रेखाखंड AB के अंतःबिंदुओं से समान दूरी पर स्थित कोई बिंदु P है।

अर्थात् PA = PB

साध्य : बिंदु P रेख AB के लंबसमद्विभाजक पर है।

रचना : रेख AB का मध्यबिंदु M लेकर रेखा PM खींची है।

उपपत्ति : ΔPAM तथा ΔPBM में

रेख PA \cong रेख PB

रेख AM \cong रेख BM

रेख PM \cong सामान्य भुजा

$\therefore \Delta PAM \cong \Delta PBM$ कसौटी

$\therefore \angle PMA \cong \angle PMB$सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण

परंतु $\angle PMA + \angle PMB = 180^\circ$

$\angle PMA + \angle PMA = 180^\circ$ ($\because \angle PMB = \angle PMA$)

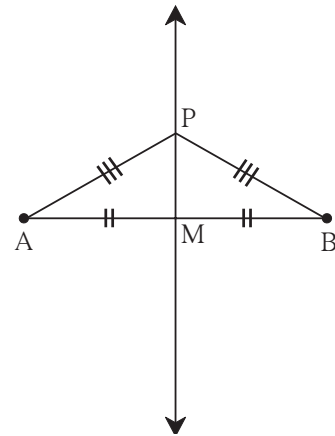
$2 \angle PMA = \angle PMB$

$\therefore \angle PMA = 90^\circ$

\therefore रेख PM \perp रेख AB(1)

इसी प्रकार, रेख AB का M यह मध्यबिंदु है।(2) (रचना)

\therefore रेखा PM यह रेख AB की लंबसमद्विभाजक रेखा है अर्थात् बिंदु P, रेख AB के लंबसमद्विभाजक पर है।



आकृति 3.41

कोण समद्विभाजक का प्रमेय (Angle bisector theorem)

भाग I : कोण के समद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस कोण की भुजाओं से समदूरस्थ होते हैं।

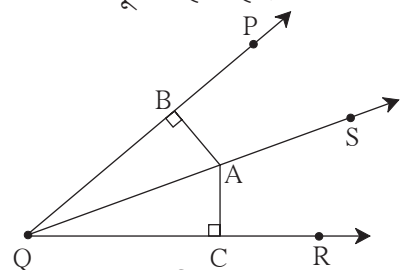
दत्त : किरण QS यह $\angle PQR$ का समद्विभाजक है।

कोण के समद्विभाजक पर कोई बिंदु A स्थित है।

रेख AB \perp किरण QP रेख AC \perp किरण QR

साध्य : रेख AB \cong रेख AC

उपपत्ति : त्रिभुजों की सर्वांगसमता की उचित कसौटी का उपयोग कर उपपत्ति लिखिए।



आकृति 3.42

भाग II : कोण की भुजाओं से समान दूरी पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस कोण के समद्विभाजक पर होता है ।

दत्त : $\angle PQR$ के अंतःभाग में कोई बिंदु A इस प्रकार है कि

रेख $AC \perp$ रेख QR

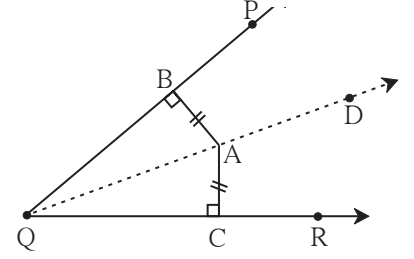
रेख $AB \perp$ किरण QP

$AB = AC$

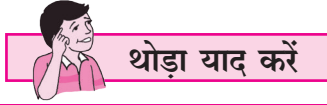
साध्य : किरण QA यह $\angle PQR$ का समद्विभाजक है ।

अर्थात् $\angle BQA = \angle CQA$

उपपत्ति : त्रिभुजों की सर्वांगसमता की उचित कसौटी का उपयोग कर उपपत्ति लिखिए ।

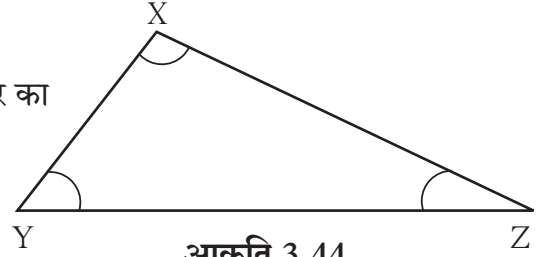


आकृति 3.43



कृति

आकृति में दर्शाए अनुसार भुजा $XZ >$ भुजा XY इस प्रकार का ΔXYZ बनाएँ ।
 $\angle Z$ तथा $\angle Y$ मापिए । कौन-सा कोण बड़ा है ?



आकृति 3.44



त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों में असमानता का गुणधर्म

प्रमेय : यदि त्रिभुज की दो भुजाओं में एक भुजा दूसरी से बड़ी हो तो बड़ी भुजा का सम्मुख कोण छोटी भुजा के सम्मुख कोण से बड़ा होता है ।

दत्त : ΔXYZ में भुजा $XZ >$ भुजा XY

साध्य : $\angle XYZ >$ $\angle XZY$

रचना : भुजा XZ पर बिंदु P इस प्रकार लें कि $l(XY) = l(XP)$, रेख YP खींचें ।

उपपत्ति : ΔXYP में

$XY = XP$ रचना

$\therefore \angle XYP = \angle XPY$समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान(I)

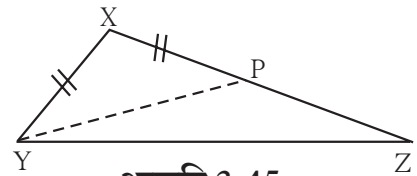
$\angle XPY$ यह ΔYPZ का बहिष्कोण है ।

$\therefore \angle XPY >$ $\angle PZY$ बहिष्कोण का प्रमेय

$\angle XYP >$ $\angle PZY$ कथन (I) से

$\angle XYP + \angle PYZ >$ $\angle PZY$ (यदि $a > b$ तथा $c > 0$ तो $a + c > b$)

$\angle XYZ >$ $\angle PZY$ अर्थात् $\angle XYZ >$ $\angle XZY$



आकृति 3.45

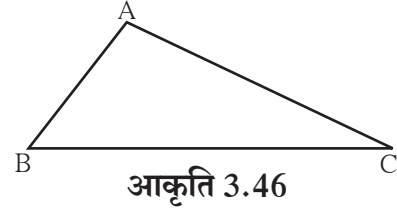
प्रमेय : त्रिभुज के दो कोणों के माप असमान हो तो बड़े कोण की सम्मुख भुजा छोटे कोण की सम्मुख भुजा से बड़ी होती है।

इस प्रमेय को अप्रत्यक्ष पद्धति से सिद्ध करते हैं। नीचे दी गई उपपत्ति में रिक्त स्थानों की पूर्ति कर उपपत्ति पूर्ण कीजिए।

दत्त : ΔABC में $\angle B > \angle C$

साध्य : $AC > AB$

उपपत्ति : ΔABC की भुजाओं AB तथा भुजा AC की लंबाई में निम्नलिखित में एक और केवल एक संभावना होती है।



(i) $AC < AB$

(ii)

(iii)

(i) $AC < AB$ होने पर

त्रिभुज की असमान भुजाओं में बड़ी भुजा का सम्मुख कोण छोटी भुजा के सम्मुख कोण से होता है।

$\therefore \angle C > \text{$

परंतु $\angle C < \angle B$ (दत्त)

यह असंगत है।

$\therefore \text{$ $<$ यह गलत है।

(ii) यदि $AC = AB$

तो $\angle B = \angle C$

परंतु $>$ दत्त

पुनः यहाँ विसंगति निर्माण हो रही है।

$\therefore \text{$ $=$ यह असंगत है।

$\therefore AC > AB$ यही एक संभावना बचती है।

$\therefore AC > AB$

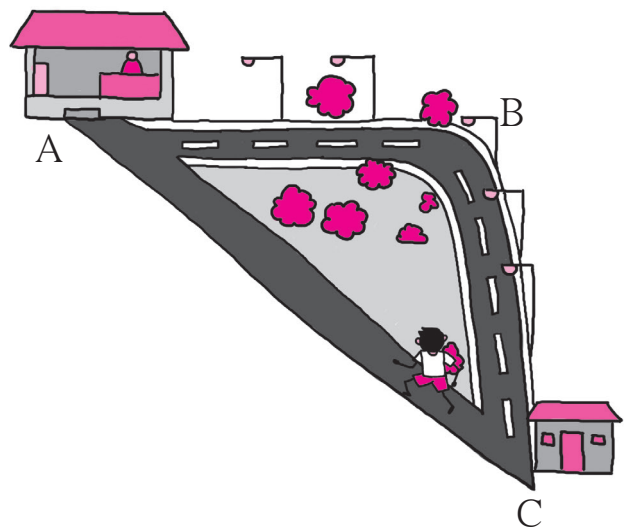


थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हमने एक कृति की थी। जिसके आधार पर हमने त्रिभुज का एक गुणधर्म देखा था। उसे याद कीजिए।

संलग्न चित्र में दर्शाए अनुसार स्थान A पर एक दुकान है। समीर C स्थान पर खड़ा है। दुकान में पहुँचने के लिए उसने $C \rightarrow B \rightarrow A$ इस पक्की सड़क की बजाय $C \rightarrow A$ मार्ग चुना क्योंकि उसे लगा कि यह मार्ग कम लंबाई का है। उसे त्रिभुज के किस गुणधर्म का ध्यान आया होगा?

त्रिभुज के किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है। अब इस गुणधर्म को सिद्ध करेंगे।



प्रमेय : त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लंबाइयों का योगफल तीसरी भुजा की लंबाई से अधिक होता है ।

दत्त : ΔABC किसी एक प्रकार का एक त्रिभुज है ।

साध्य : $AB + AC > BC$

$AB + BC > AC$

$AC + BC > AB$

रचना : किरण BA पर बिंदु D इस प्रकार लें कि $AD = AC$

उपपत्ति : ΔACD में, $AC = AD$ रचना

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ (सर्वांगसम भुजाओं के सम्मुख कोण) **आकृति 3.47**

$\therefore \angle ACD + \angle ACB > \angle ADC$

$\therefore \angle BCD > \angle ADC$

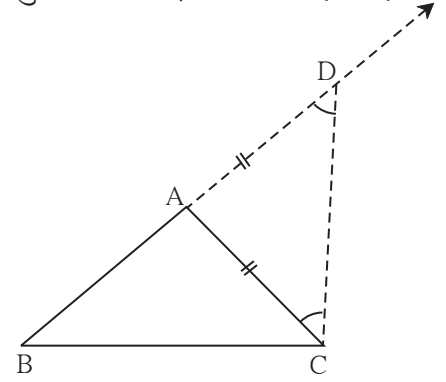
\therefore भुजा $BD >$ भुजा BC (त्रिभुज में बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है)

$\therefore BA + AD > BC$ ($\because BD = BA + AD$)

$BA + AC > BC$ ($\because AD = AC$)

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि, $AB + BC > AC$

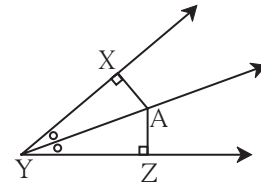
तथा $BC + AC > AB$



प्रश्नसंग्रह 3.4

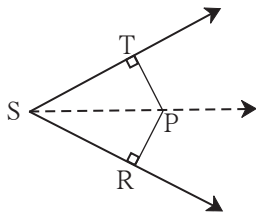
1. आकृति 3.48 में, बिंदु A, $\angle XYZ$ के समद्विभाजक पर है ।

यदि $AX = 2$ सेमी तो AZ की लंबाई ज्ञात कीजिए ।



आकृति 3.48

2.



आकृति 3.49

आकृति 3.49 में $\angle RST = 56^\circ$, रेख $PT \perp$ किरण ST ,

रेख $PR \perp$ किरण SR तथा रेख $PR \cong$ रेख PT

हो तो $\angle RSP$ का माप ज्ञात कीजिए । कारणसहित लिखिए ।

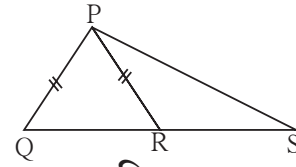
3. ΔPQR में $PQ = 10$ सेमी, $QR = 12$ सेमी, $PR = 8$ सेमी तो इस त्रिभुज के सबसे बड़े कोण तथा सबसे छोटे कोण को पहचानें और लिखें ।

4. ΔFAN में $\angle F = 80^\circ$, $\angle A = 40^\circ$ तो त्रिभुज की सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी भुजा का नाम कारण सहित लिखिए ।

5. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के सभी कोण न्यून कोण होते हैं ।

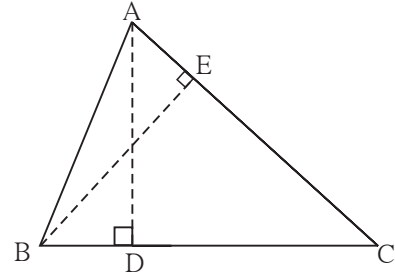
6. ΔABC में $\angle BAC$ की समद्विभाजक भुजा BC पर लंब हो तो सिद्ध कीजिए कि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है।

7. आकृति 3.50 में यदि रेख PR \cong रेख PQ तो सिद्ध कीजिए कि रेख PS > रेख PQ



आकृति 3.50

8. आकृति 3.51 में रेख AD तथा रेख BE, ΔABC के शीर्षलंब है।
AE = BD है तो सिद्ध कीजिए कि
रेख AD \cong रेख BE



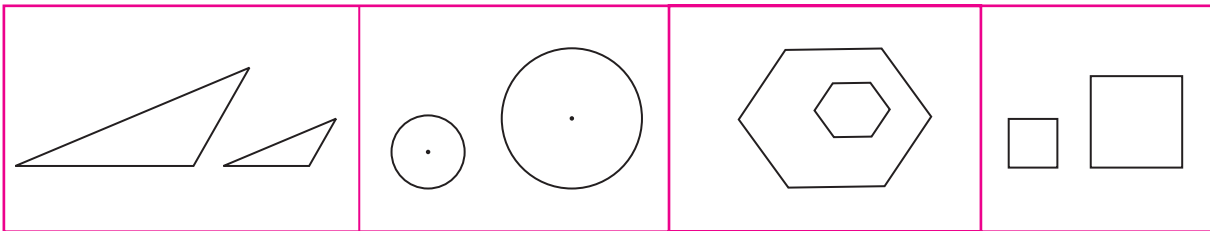
आकृति 3.51



आओ, जानें

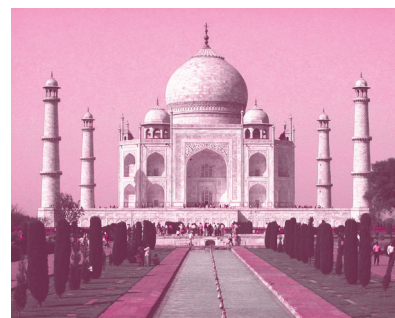
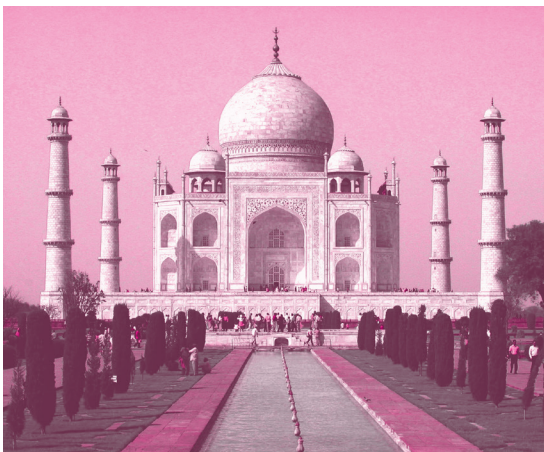
समरूप त्रिभुज (Similar triangles)

नीचे दी गई आकृतियों का निरीक्षण कीजिए।



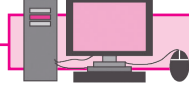
प्रत्येक भाग में दिखाई गई दो-दो आकृतियों का आकार समान हैं। परंतु वे आकृतियाँ छोटी-बड़ी है अर्थात वे सर्वांगसम नहीं हैं।

ऐसी समान दिखने वाली आकृतियों के रूप समान हैं अर्थात ऐसी समानरूपवाली आकृतियों को समरूप आकृतियाँ कहते हैं।



कोई फोटो, उस फोटो के आधार पर बनाया गया बड़ा फोटो इनमें समरूपता दिखती है। उसी प्रकार रास्ते तथा उन रास्तों के मानचित्र में समरूपता दिखाई देती है।

दो आकृतियों में भुजाओं का समान अनुपात ही समरूप आकृतियों का महत्वपूर्ण गुणधर्म है। यदि समान आकृतियों में कोण हों तो वे सर्वांगसम तथा उसी माप के होने चाहिए। दो रास्तों के बीच जो कोण हो वही मानचित्र में भी होना चाहिए अन्यथा वह मानचित्र गलत निर्देशन करेगा।

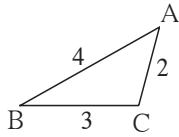


ICT Tools or Links

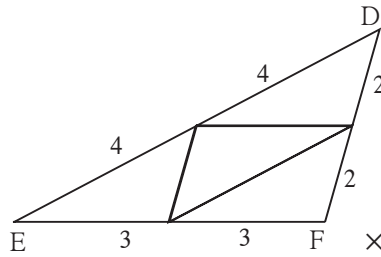
मोबाइल अथवा संगणक पर कोई फोटो खींचिए। याद रखिए कि उसे बड़ा-छोटा करते समय हम क्या करते हैं। उसी प्रकार किसी फोटो का कोई भाग देखने के लिए आप कौन-सी कृति करते हैं? उसे याद करें।

अब हम समरूप त्रिभुजों का गुणधर्म एक कृति द्वारा समझेंगे।

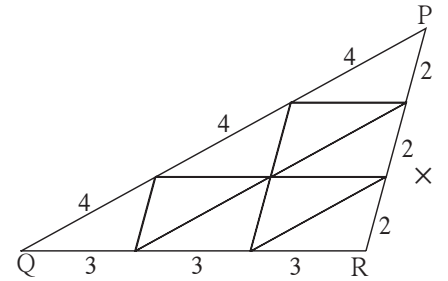
कृति : 4 सेमी, 3 सेमी तथा 2 सेमी भुजावाला एक त्रिभुज कागज पर खींचिए। उस त्रिभुज को एक मोटे कागज पर रखिए। उसके सभी ओर पेंसिल घुमाकर 14 त्रिभुज बनाकर तथा काट लीजिए। यह ध्यान रहें कागज के भुजाकार टुकड़े सर्वांगसम हैं। नीचे दर्शाई गई आकृति के अनुसार उन त्रिभुजाकार टुकड़ों को रखकर तीन त्रिभुज बनाएँ।



आकृति 3.52



आकृति 3.53



आकृति 3.54

त्रिभुजों की संख्या 1

त्रिभुजों की संख्या 4

त्रिभुजों की संख्या : 9

ΔABC तथा ΔDEF में $ABC \leftrightarrow DEF$ इस संगति के अनुसार समरूप हैं।

$\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$

तथा $\frac{AB}{DE} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}; \frac{BC}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \frac{AC}{DF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, अर्थात् संगत भुजाएँ समानुपात में हैं।

इसी प्रकार ΔDEF और ΔPQR पर विचार कीजिए। $DEF \leftrightarrow PQR$ इस संगति के अनुसार क्या उसके कोण सर्वांगसम तथा भुजाएँ समानुपात में हैं?



आओ, जानें

त्रिभुजों की समरूपता

ΔABC तथा ΔPQR में यदि (i) $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$ तथा

(ii) $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$; तो ΔABC और ΔPQR समरूप हैं, ऐसा कहा जाता है।

‘ ΔABC तथा ΔPQR समरूप हैं’ इसे ‘ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ’ इस प्रकार लिखते हैं।

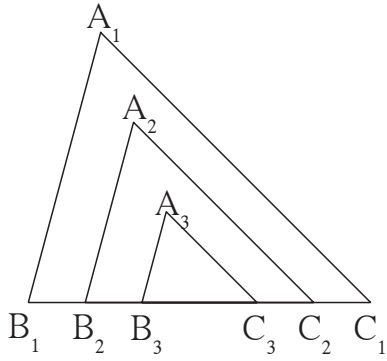
नीचे दी गई कृति से समरूप त्रिभुजों के संगत कोण एवं संगत भुजाओं का संबंध समझ सकते हैं।

कृति : मोटे कागज पर किसी भी माप का $\Delta A_1B_1C_1$ बनाइए और काट लें। $\angle A_1, \angle B_1, \angle C_1$ मापिए।

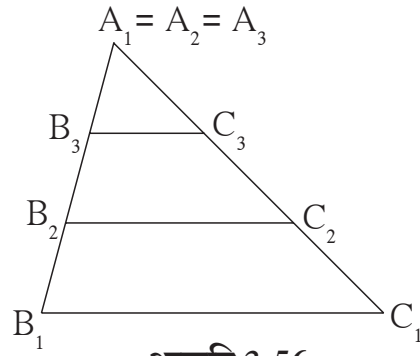
इसी प्रकार मोटे कागज पर $\Delta A_2B_2C_2$ तथा $\Delta A_3B_3C_3$ इस प्रकार बनाएँ कि

$\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3$, $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$, $\angle C_1 = \angle C_2 = \angle C_3$

एवं $B_1C_1 > B_2C_2 > B_3C_3$ अब वें दो त्रिभुजों को काटकर उसे एक तरफ रखें। अब इन त्रिभुजों की रचना, निम्नखित दोनों प्रकार से कीजिए। तीनों त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाई नापिए।



आकृति 3.55



आकृति 3.56

$\frac{A_1B_1}{A_2B_2}, \frac{B_1C_1}{B_2C_2}, \frac{A_1C_1}{A_2C_2}$ अनुपात की जाँच कीजिए। तीनों समान हैं जाँच करें।

इसी प्रकार $\frac{A_1C_1}{A_3C_3}, \frac{B_1C_1}{B_3C_3}, \frac{A_1B_1}{A_3B_3}$ यह अनुपात भी समान हैं क्या, इसे देखेंगे।

इस कृति को देखे कि जिस त्रिभुजों के संगत कोणों के माप समान है उनकी संगत भुजाएँ भी समान अनुपात में होती हैं अर्थात् संगत भुजाओं का अनुपात एक ही होता है।

हमने देखा कि ΔABC तथा ΔPQR में यदि (i) $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$, तो

(ii) $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ अर्थात् यदि संगत कोण समान हो तो संगत भुजा एकही अनुपात में होती हैं।

इस नियम को थोड़ा परिश्रम लेकर सिद्ध कर सकते हैं।

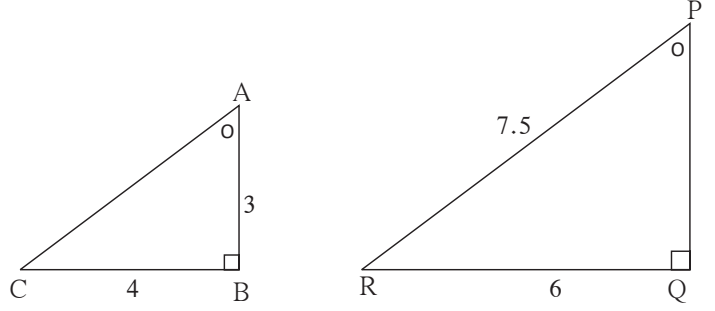
हम इसे अनेक उदाहरण में अयोग करेंगे।



इसे ध्यान में रखें

- दो त्रिभुजों के संगत कोण समान हों तो वे त्रिभुज समरूप त्रिभुज होते हैं ।
- दो त्रिभुज समरूप हो तो उनकी संगत भुजाएँ समानुपाती में तथा संगत कोण सर्वांगसम होते हैं ।

उदा. आकृति 3.57 में ΔABC तथा ΔPQR दर्शाए गए हैं । उन त्रिभुजों में दर्शाई गई जानकारी का निरीक्षण कीजिए । जिन भुजाओं की लंबाई नहीं दी गई है, उन्हें ज्ञात कीजिए ।



आकृति 3.57

हल : प्रत्येक त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल 180° होता है ।

दी गई जानकारी के अनुसार

$$\angle A = \angle P \text{ तथा } \angle B = \angle Q \quad \therefore \angle C = \angle R$$

$\therefore \Delta ABC$ तथा ΔPQR समरूप त्रिभुज है ।

\therefore उनकी संगत भुजाएँ समानुपात में होगी ।

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$$\therefore \frac{3}{PQ} = \frac{4}{6} = \frac{AC}{7.5}$$

$$\therefore 4 \times PQ = 18$$

$$\therefore PQ = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$\text{इसी प्रकार } 6 \times AC = 7.5 \times 4$$

$$\therefore AC = \frac{7.5 \times 4}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

प्रश्नसंग्रह 3.5

1. यदि $\Delta XYZ \sim \Delta LMN$ तो उनके सर्वांगसम संगत कोणों के नाम लिखिए । संगत भुजाओं के अनुपात भी लिखिए ।
2. ΔXYZ में $XY = 4$ सेमी, $YZ = 6$ सेमी, $XZ = 5$ सेमी, यदि $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$ तथा $PQ = 8$ सेमी हो तो ΔPQR की शेष भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए ।
3. समरूप त्रिभुजों की जोड़ी की कच्ची आकृति बनाइए । उन्हें नाम दें । उनके सर्वांगसम कोण समान चिहनों से दर्शाएँ । त्रिभुजों की संगत भुजाओं की लंबाईयाँ समानुपात में हों ऐसी संख्याएँ दर्शाइए ।



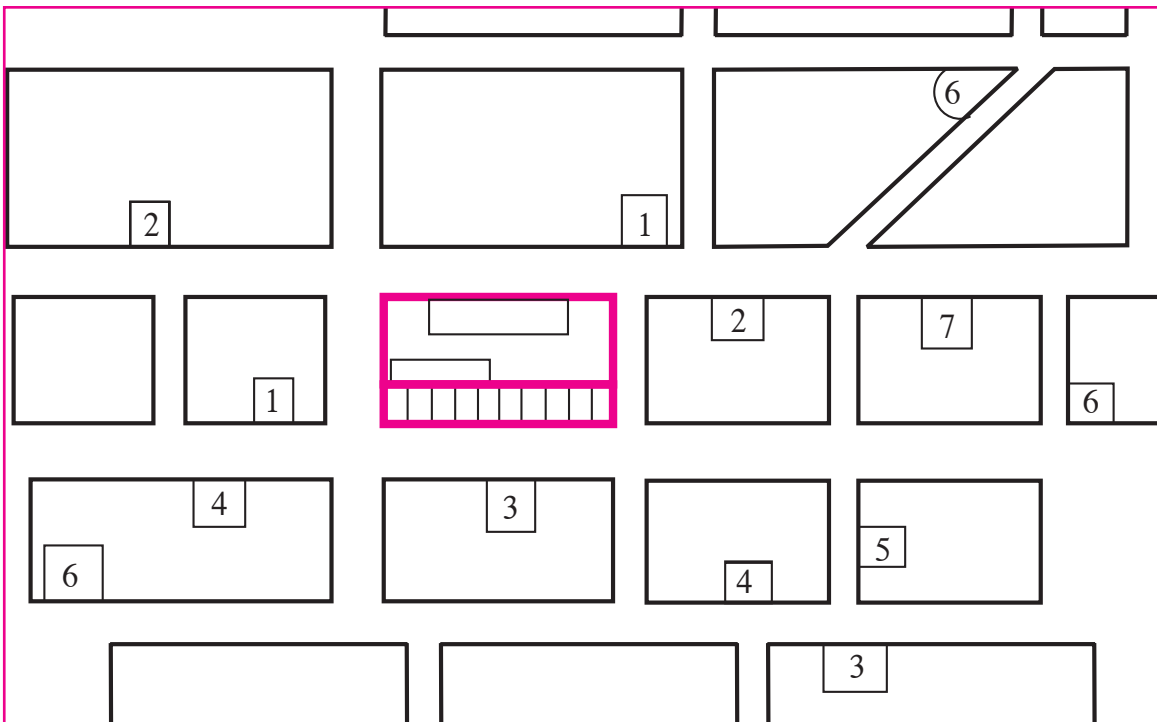
थोड़ा याद करें

मानचित्र बनाते समय मार्ग की दूरी दिखाने के लिए उचित पैमाना लेते हैं। जैसे 1 सेमी = 100 मी या 1 सेमी = 50 मी। क्या त्रिभुजों के गुणधर्म पर विचार किया? ध्यान रहें त्रिभुज के बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है।

उपक्रम :

अपने विद्यालय अथवा घर के चारों ओर के 500 मीटर परिसर के मार्ग का मानचित्र बनाएँ।

मार्ग पर स्थित दो स्थानों का अंतर कैसे मापेंगे? सामान्यतः 2 मीटर दूरी पर आपको कितने कदम (steps) चलने पड़ते हैं यह देखें। दो मीटर दूरी पर तीन कदम चलना पड़ा हो तो 90 कदम चलने पर 60 मीटर दूरी तय होगी ऐसा मानेंगे। संक्षेप में परिसर के सभी मार्ग पर चलकर अलग-अलग दूरी निश्चित करनी होगी। तत्पश्चात् जहाँ परस्पर प्रतिच्छेदित करती हैं। उस स्थान पर बनने वाले कोण माप का अनुमान कीजिए। मार्ग की मापी गई लंबाई के लिए उचित पैमाना लेकर मानचित्र बनाएँ। परिसर की दुकानें, टपरी, इमारतें, बस स्टॉप, रिक्सा स्टैंड आदि दर्शाने की कोशिश कीजिए। नीचे मानचित्र का एक नमूना सारिणी के साथ दिया गया है।

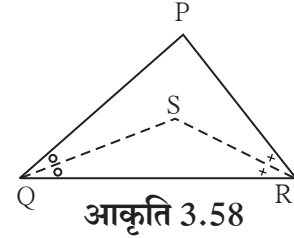


- सूची :**
- | | | | |
|----------------------|--------------|----------------------|---------|
| 1. पुस्तकों की दुकान | 2. बस स्टैंड | 3. स्टेशनरी की दुकान | 4. बैंक |
| 5. दवाइयों की दुकान | 6. उपहार गृह | 7. साइकिल की दुकान | |

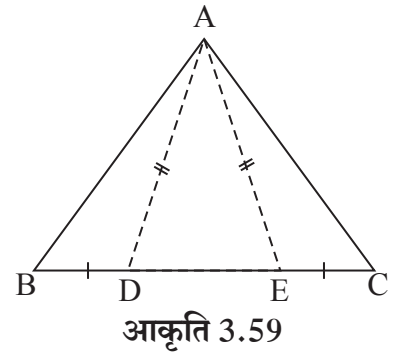
- निम्नलिखित बहुवैकल्पिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए उत्तर में से सही उत्तर का विकल्प चुनिए ।
 - किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ 5 सेमी तथा 1.5 सेमी हो तो त्रिभुज की तीसरी भुजा की लंबाई नहीं होगी ।
 (A) 3.7 सेमी (B) 4.1 सेमी (C) 3.8 सेमी (D) 3.4 सेमी
 - ΔPQR में यदि $\angle R > \angle Q$ तो होगा ।
 (A) $QR > PR$ (B) $PQ > PR$ (C) $PQ < PR$ (D) $QR < PR$
 - ΔTPQ में $\angle T = 65^\circ$, $\angle P = 95^\circ$ तो निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है ?
 (A) $PQ < TP$ (B) $PQ < TQ$ (C) $TQ < TP < PQ$ (D) $PQ < TP < TQ$

- समद्विबाहु ΔABC में $AB = AC$ है । BD तथा CE दो माध्यिकाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि $BD = CE$

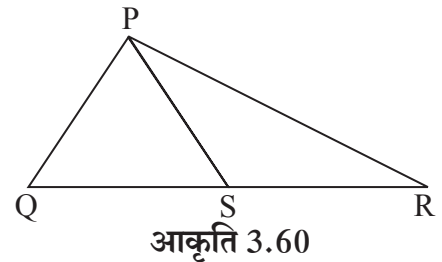
- ΔPQR में यदि $PQ > PR$ तथा $\angle Q$ तथा $\angle R$ के समद्विभाजक बिंदु S पर प्रतिच्छेदित करते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $SQ > SR$



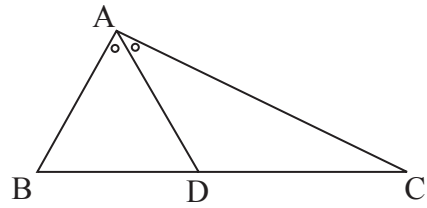
- आकृति 3.59 में ΔABC की भुजा BC पर बिंदु D तथा E इस प्रकार हैं कि $BD = CE$ तथा $AD = AE$ तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABD \cong \Delta ACE$



- आकृति 3.60 में ΔPQR में कोई बिंदु S यह भुजा QR पर स्थित है तो सिद्ध कीजिए कि $PQ + QR + RP > 2PS$

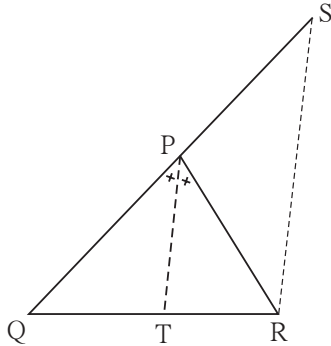


6. आकृति 3.61 में $\triangle ABC$ के कोण $\angle BAC$ की समद्विभाजक BC को बिंदु D पर प्रतिच्छेदित करती है तो सिद्ध कीजिए कि $AB > BD$



आकृति 3.61

7.

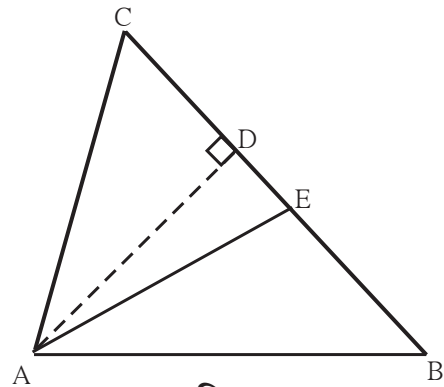


आकृति 3.62

आकृति 3.62 में रेख PT यह $\angle QPR$ की समद्विभाजक है । बिंदु R से रेख PT के समांतर खींची गई रेखा, किरण QP को बिंदु S पर प्रतिच्छेदित करती है तो सिद्ध कीजिए कि $PS = PR$

8. आकृति 3.63 में रेख $AD \perp$ रेख BC
रेख AE, यह $\angle CAB$ का समद्विभाजक है ।
E-D-C है
तो सिद्ध कीजिए कि

$$m\angle DAE = \frac{1}{2} (m\angle C - m\angle B)$$



आकृति 3.63



थोड़ा, सोचें

हमने यह सीखा कि यदि दो त्रिभुज समरूप हो तो उनकी संगत भुजाएँ समान अनुपात में होती हैं । क्या दो चतुर्भुजों समरूप हो तो उसकी संगत भुजाएँ समान अनुपात में होगी ? आकृति बनाकर जाँच कीजिए ।

अन्य बहुभुजाकृतियों के लिए भी इस गुणधर्म की जाँच कीजिए ।

