



شماریات Statistics

7

آئیے، سیکھیں



- متصل ستونی ترسیم
- تقسیمی ستونی ترسیم
- فیصدی ستونی ترسیم
- میانہ، وسطانیہ اور کثیرہ (غیر جماعت بند معطیات)
- ابتدائی اور ثانوی معطیات
- غیر جماعت بند اور جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول
- تعددی تقسیمی جدول

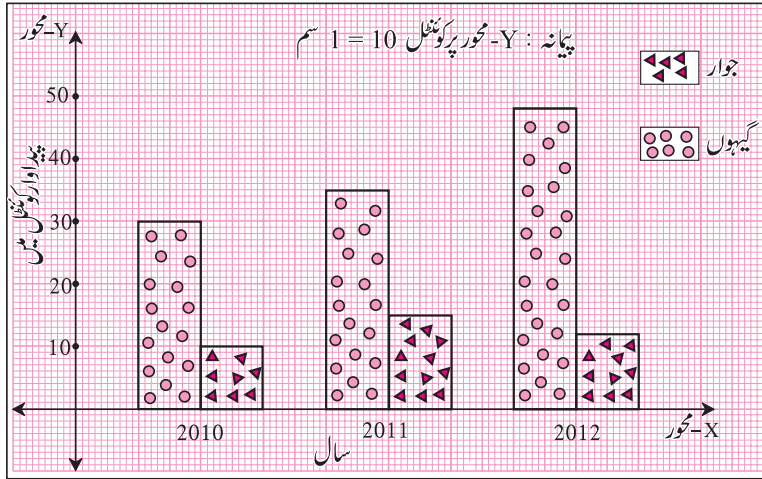
آئیے ذرا یاد کریں



گذشتہ جماعتوں میں ہم نے سادہ ستونی ترسیم اور متصل ستونی ترسیم وغیرہ کیسے بناتے ہیں، کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ اسی طرح اخبارات، ماہنامے، ٹیلی ویژن وغیرہ ذرائع سے مختلف ترسیم کی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔

معطیات کی نوعیت کے لحاظ سے ان معطیات کو مناسب انداز میں پیش کرنے کے لیے ترسیم بنانا اہم ہوتا ہے۔

مثال : ایک کسان کو اس کی کھیتی سے گیہوں اور جوار، ان دو فصلوں کی تین سال میں حاصل ہوئی پیداوار کو ظاہر کرنے والا متصل ستونی ترسیم ذیل میں دکھایا گیا ہے۔ اس معطیات کی بنا پر سوالوں کے جواب لکھیے۔



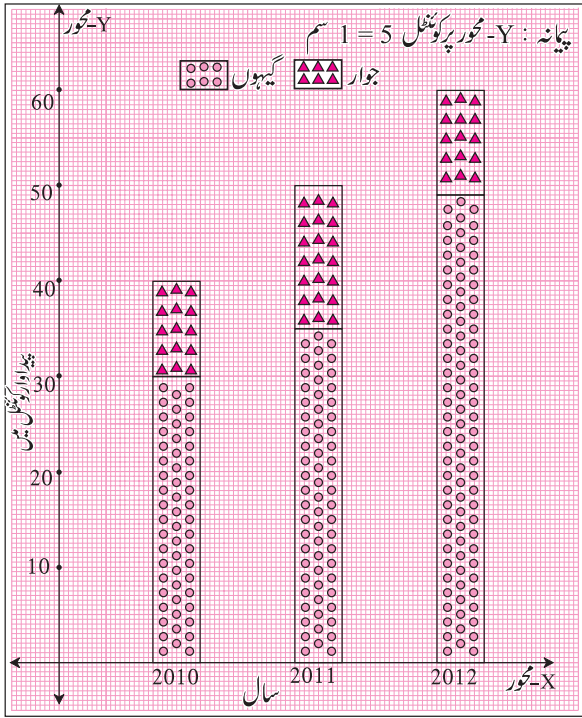
- تین سال میں کس فصل کی پیداوار لگاتار بڑھ رہی ہے؟
- 2012 میں 2011 کی بہ نسبت جوار کی پیداوار کتنی کم ہوئی؟
- 2010 میں گیہوں کی پیداوار اور 2012 میں گیہوں کی پیداوار کے درمیان کتنا فرق ہے؟

(iv) اس ترسیم کی معلومات کی بناء پر درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

سال	پیداوار (کونٹنل میں)	گیہوں	جوار	کل پیداوار
2010				
2011				
2010		48	12	60



تقسیمی ستونی ترسیم (Sub - divided bardigram)



معطیات کا موازنہ ظاہر کرنے والا ستونی ترسیم دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔ اس کو تقسیمی ستونی ترسیم کہتے ہیں۔ اس کے لیے معطیات کے ایک ہی قسم کے دو مدوں کو جمع کیا جاتا ہے۔ حاصل ہونے والے مجموعہ کو مناسب پیمانہ لے کر ستونی طریقہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ستون کی ہر مد کو ظاہر کرنے کے لیے مناسب پیمانہ لے کر حصے کئے جاتے ہیں۔ سابقہ مثال میں ہم دیکھیں گے کہ معطیات کو ظاہر کرنے والا تقسیمی ستونی ترسیم کیسے بناتے ہیں۔

- (i) کل پیداوار کے مطابق ہر ستون کی اونچائی مناسب پیمانے سے ظاہر کیجیے۔
- (ii) اس میں گیہوں کی پیداوار کل پیداوار کے ستون کا ایک حصہ ہوگی۔ اسے مخصوص نشان سے دکھائیے۔

(iii) ستون کا بقیہ حصہ جوار کی پیداوار ظاہر کرے گا۔ اسے مختلف نشان سے دکھائیے۔

اس طریقے سے بازو میں بنائی گئی ستونی ترسیم کو دیکھیے۔

ہم نے مطالعہ کیا ہے کہ دو مدوں کا فیصدی میں کیا گیا موازنہ قابل اعتماد ہوتا ہے۔ مثلاً 2000 روپے پر 600 روپے منافع اور 1500 روپے پر 510 روپے منافع اس میں 600 روپے منافع زیادہ دکھائی دیتا ہے۔ مگر دونوں منافع میں بالترتیب 30% اور 34% ہیں اسے دھیان میں رکھیں تو سمجھ میں آتا ہے کہ 1500 روپے پر 510 روپے منافع والا کاروبار زیادہ فائدہ مند ہوگا۔

Percentage Bar Diagram

سال	گیہوں کی پیداوار (کونٹھل میں)	جوار کی پیداوار (کونٹھل میں)	کل پیداوار کے تناسب میں گیہوں کی پیداوار کا فیصد
2010	30	10	$\frac{30}{40} \times 100 = 75\%$
2011	35	15	$\frac{35}{50} \times 100 = 70\%$
2012	48	12	$\frac{48}{60} \times 100 = 80\%$

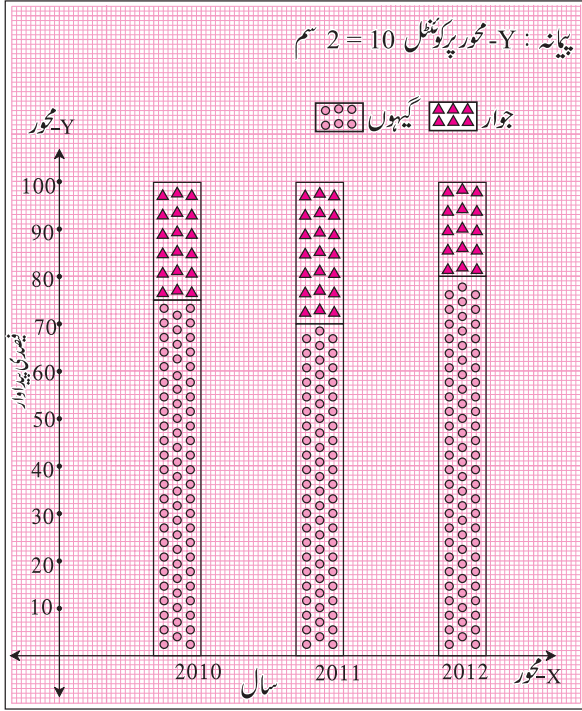
دی ہوئی معطیات کا موازنہ زیادہ اچھے طریقے سے سمجھنے کے لیے دی ہوئی معلومات کو فیصدی میں تبدیل کر کے تقسیمی ستونی ترسیم بناتے ہیں۔

اسے فیصدی ستونی ترسیم کہتے ہیں۔

گذشتہ مثال کی معطیات کا فیصد متصل

جدول میں دکھایا گیا ہے۔

ان معطیات کو ظاہر کرنے والا ستونی ترسیم ذیل کے مراحل سے بنایا گیا ہے۔



(i) ہر سال میں گیہوں اور جوار کی کل پیداوار میں سے گیہوں کی

پیداوار اور جوار کی پیداوار کا فیصد معلوم کیا۔

(ii) ہر ستون کی Y-محور پر اونچائی 100 کے تناسب میں لی گئی

ہے۔

(iii) گیہوں کی پیداوار کا کل پیداوار سے فیصد لیے ہوئے پیمانے کے

تناسب سے ستون پر نشان کے ذریعے دکھایا گیا۔

(iv) ستون کا بقیہ حصہ کل پیداوار سے جوار کی پیداوار کا فیصد ظاہر کرتا

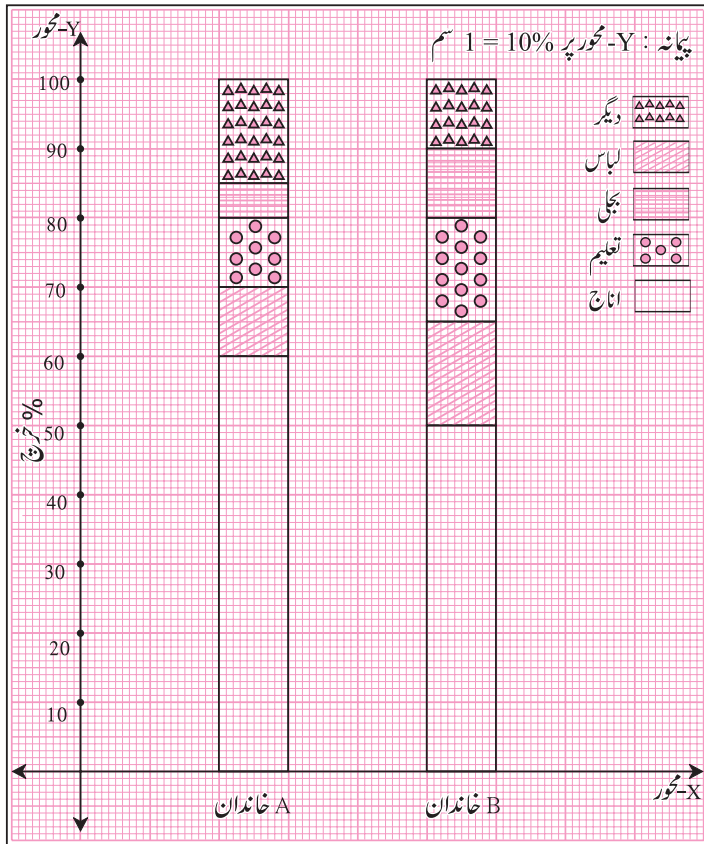
ہے۔

دو سے زیادہ مدوں کی معلومات بھی تقسیمی ستونی ترسیم یا فیصدی ستونی ترسیم

میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

حل شدہ مثالیں

مثال (1) : بازو کی شکل میں فیصدی ستونی ترسیم دی ہوئی ہے۔ اس میں دو خاندانوں کا مختلف مدوں پر ہونے والے خرچ کی معطیات دی ہوئی ہے۔



اسی بنا پر ذیل کے سوالات کے جوابات لکھیے۔

(i) ہر خاندان کا مختلف مدوں پر ہونے والے خرچ

کا فیصد لکھیے۔

(ii) کس خاندان کا اناچ کا خرچ اس کے کل خرچ

کے تناسب کے لحاظ سے زیادہ ہے؟ کتنے

فیصدی زیادہ ہے؟

(iii) دونوں خاندانوں کے دیگر اخراجات کا فیصدی

کتنا ہے؟ الگ الگ بتائیے۔

(iv) کس خاندان کا بجلی خرچ کا فیصد زیادہ ہے؟

(v) کس خاندان کا تعلیمی خرچ کا فیصد زیادہ ہے؟

حل : (i)

خاندان	خرچ	اناچ	لباس	تعلیم	بجلی	دیگر
A		60%	10%	10%	5%	15%
B		50%	15%	15%	10%	10%

(ii) خاندان A کے اناچ کا خرچ، کل خرچ کے تناسب میں خاندان B کے خرچ سے 10% زیادہ ہے۔

(ii) خاندان A کا دیگر خرچ 15% اور خاندان B کا دیگر خرچ 10% ہے۔

(iv) خاندان B کے بجلی خرچ کا فیصد زیادہ ہے۔

(v) خاندان B کے تعلیمی خرچ کا فیصد زیادہ ہے۔

مشقی سیٹ 7.1

- (1) درج ذیل جدول میں بھارت کے موٹر اور بس کی تعداد تقریباً مکمل لاکھ (2) درج ذیل جدول میں بھارت کی پکی سڑکیں اور کچی سڑکوں کی معطیات دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر تقسیمی ستونی ترسیم اور فیصدی ستونی ترسیم بنائیے۔ (فیصدی تقریباً صحیح عدد میں لیجیے)

سال	پکی سڑکیں (لاکھ کلومیٹر)	کچی سڑکیں (لاکھ کلومیٹر)	سال	موٹر کی تعداد	بس کی تعداد
2000 - 2001	14	10	2006 - 2007	47	9
2001 - 2002	15	11	2007 - 2008	56	13
2002 - 2003	17	13	2008 - 2009	60	16
2003 - 2004	20	19	2009 - 2010	63	18

عملی کام : ذیل کے جدول میں مختلف ریاستوں میں ہر 1000 لڑکوں کے لحاظ سے لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر جدول کے خالی چوکون مکمل کیجیے۔

ریاست	لڑکوں کی تعداد	لڑکیوں کی تعداد	کل	لڑکوں کا فیصدی (تقریباً مکمل عدد)	لڑکیوں کا فیصدی (تقریباً مکمل عدد)
آسام	1000	960	1960	$\frac{1000}{1960} \times \frac{100}{1} = 51\%$	$100 - 51 = 49\%$
بہار	1000	840	1840		
پنجاب	1000	900			
کیرل	1000	1080			
مہاراشٹر	1000	900			

جدول کے مطابق حاصل ہوئی معطیات کا فیصدی ستونی ترسیم بنائیے اور اس بنا پر نتیجہ اخذ کیجیے اور بحث کیجیے۔

صفحہ نمبر 111 پر دیے ہوئے عملی کام کی جدول میں پانچ ریاستوں کے ہر ہزار لڑکوں کے مقابلے میں لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔

غور کیجیے



انھیں ریاستوں کی خواندگی کا فیصد ذیل میں دیا ہوا ہے۔

آسام (73%)، بہار (64%)، پنجاب (77%)، کیرل (94%)، اور مہاراشٹر (83%)
جدول میں لڑکیوں کی تعداد اور ان ریاستوں کی خواندگی کے تناسب پر غور کیجیے۔ اس بناء پر کیا نتیجہ حاصل ہوتا ہے؟

آئیے، بحث کریں



ذیل کی معطیات کے لیے کس قسم کا ستونی تزییم بنانا مناسب ہوگا؟

- (1) چار گاؤں میں خواندگی کا فیصدی تناسب
- (2) ایک خاندان کا مختلف مدوں پر ہونے والا خرچ
- (3) پانچ فریقوں میں سے ہر فریق کے لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد
- (4) تین روزہ جاری رہنے والی سائنس نمائش میں معائنہ کے لئے آنے والے لوگوں کی تعداد
- (5) جنوری سے جون ہر مہینہ کا آپ کے گاؤں / شہر کا اعلیٰ اور ادنیٰ درجہ حرارت
- (6) دو پہیہ سواری چلاتے وقت ہیلمٹ کا استعمال کرنے والے اور نہ کرنے والے 100 خاندانوں کے افراد کی تعداد

آئیے سمجھ لیں



شماریات (Statistics)

کسی بڑے گروہ کا مطالعہ کرنے کے لیے اس میں سے کچھ اجزا کا مناسب چھوٹا گروہ بے ترتیب طریقے سے منتخب کرتے ہیں۔ یہ بڑے گروہ کی نمائندگی کرنے والا گروہ ہوتا ہے۔ اس نمائندہ گروہ کے مطالعہ کے لیے معطیات جمع کی جاتی ہیں۔ یہ معطیات اکثر عددی صورت میں ہوتی ہیں۔ اس کا تجزیہ کر کے کچھ نتائج اخذ کیے جاتے ہیں۔ اس قسم کے مطالعہ کو شماریات (Statistics) نام دیا گیا ہے۔

Statistics لاطینی لفظ "Status" سے بنا ہوا ہے۔ اس کا مطلب ریاست کی حالت ہوتا ہے۔ اس بناء پر پہلے شماریات کا علم ریاستوں کے انتظامی امور سے تعلق رکھتا تھا۔ لیکن فی الحال اس علم کا استعمال سبھی شعبوں میں کیا جاتا ہے۔ "سر رونالڈ ایلمر فشر" (Sir Ronald Aylmer Fisher) (17 فروری 1890 - 29 جولائی 1962) کو جدید علم شماریات کا بانی تسلیم کیا جاتا ہے۔

معطیات جمع کرنا (Data Collection)

استانی : ایک گاؤں میں ہر خاندان کے پاس کتنی بھتی ہے۔ ان معلومات کو کس طرح جمع کرو گے؟
رابرٹ : میڈم، گاؤں میں جتنے گھر ہیں ہر ایک کے گھر جا کر کتنی بھتی ہے اس کا اندراج کریں گے۔

استانی : بالکل صحیح، عزیز طلبہ! کسی مخصوص گروہ کے تعلق سے ہم جو معلومات جمع کرتے ہیں وہ خاص طور پر اعداد کی شکل میں ہوتی ہیں۔ اسے معطیات کہتے ہیں۔ معطیات جمع کرنے سے پہلے اسے ہم کس لیے استعمال کرنے والے ہیں یہ معلوم ہونا ضروری ہے۔ جب کوئی فرد معلومات حاصل کرنے کی جگہ جا کر سوالات پوچھ کر، تعداد گن کر وغیرہ طریقے سے معطیات جمع کرتا ہے تو اس معطیات کو ابتدائی معطیات (Primery Data) کہتے ہیں۔

آفرین : یعنی رابرٹ کے کہنے کے مطابق ہر گھر جا کر کھیتی کی جمع کی گئی معلومات ابتدائی معطیات کہلاتی ہے۔
استانی : شاباش آفرین!

ریش : لیکن اوپر کی معلومات بہت کم وقت میں جمع کرنی ہوتی؟

استانی : ریش کا کہنا بالکل صحیح ہے۔ ایسے وقت معلومات جمع کرنے کا دوسرا حل کیا ہو سکتا ہے اس پر غور کیجیے۔

فردوس : سر، ہم تلاٹھی آفس میں جا کر ان سے دستیاب کھیتی کے اندراج کی معلومات جمع کر سکتے ہیں۔

استاد : بالکل ٹھیک، کچھ حالات میں وقت کی دستیابی، آلات کی کمی جیسی وجوہات کی بناء پر معطیات جمع کرنے کا اندراج ذاتی طور پر ممکن نہیں ہوتا۔ ایسے وقت دوسروں کے ذریعے جمع کی ہوئی معطیات، سرکاری دفاتروں کے ذریعے شائع کردہ معطیات، سرکاری شعبوں میں دستیاب معلومات، تحقیقی مضامین کی صورت میں موجود معطیات استعمال کرتے ہیں۔ ایسے معطیات کو ثانوی معطیات (Secondary Data) کہتے ہیں۔ یعنی فردوس کی رائے کے مطابق تلاٹھی آفس میں جا کر کھیتی کی جمع کی گئی معلومات ثانوی معطیات کہلائے گی۔

ذیل کے مثالیں دیکھیے۔

(i) اخبارات کی معلومات کا استعمال کر کے بنائی گئی جدول میں ثانوی معطیات ہوگی۔

(ii) ریسٹوراں کی چیزوں کا معیار سمجھنے کے لیے گا ہوں سے ان کی رائے پوچھ کر ملنے والی معلومات ابتدائی معطیات ہوگی۔

(iii) کلاس روم کے طلبہ کی اونچائی ناپ کر کیے گئے اندراج میں معلومات ابتدائی معطیات ہوگی۔

ابتدائی معطیات	ثانوی معطیات
(1) اندراج کرنے کے لیے بہت وقت درکار ہوتا ہے۔	(1) فوراً دستیاب ہو سکتی ہے۔
(2) تازہ ترین اور تفصیلی ہوتی ہے۔	(2) اس میں پہلے اندراج کی ہوئی معلومات لینے کی وجہ سے وہ تازہ ترین ہی ہوگی ایسا کہہ نہیں سکتے۔ معلومات کی تفصیل کبھی کبھار کم پڑتی ہے۔
(3) درست اور قابل اعتماد ہوتی ہے۔	(3) یہ کم قابل اعتماد ہو سکتی ہے۔

عملی کام : آپ کئی مرتبہ مختلف وجوہات کے لیے معلومات جمع کرتے ہیں۔ ایسی 3 سے 4 مثالیں لیجیے اور جمع کی ہوئی معطیات ابتدائی ہے یا ثانوی۔ اس پر بحث کیجیے۔

مشقی سیٹ 7.2

- (1) ذیل کے مطابق جمع کی گئی معطیات کی ابتدائی معطیات یا ثانوی معطیات میں جماعت بندی کیجیے۔
- (i) براہ راست اسکول کے ہر کلاس روم میں جا کر ہر طالب علم کی حاضری کی معلومات جمع کی گئی۔
- (ii) ہر طالب علم کے اونچائی کی معلومات ہیڈ آفس میں فوراً بھیجنے کے لیے اسکول کے جسمانی تعلیم کے شعبہ کے اندراجات سے معلومات حاصل کی گئی۔
- (iii) ناندپور کے ہر خاندان کے اسکول نہ جانے والے طلبہ کی معلومات ذاتی طور پر گھر گھر جا کر جمع کی گئی۔
- (iv) سائنس پروجیکٹ کے لیے براہ راست جنگل میں جا کر درختوں کا مشاہدہ کر کے معلومات جمع کی گئی۔

آئیے ذرا یاد کریں



معطیات کی جماعت بندی (Classification of Data) :

مثال (1) : ایک اسکول کے نویں جماعت کے 50 طلبہ نے پہلے میقاتی امتحان میں ریاضی میں 20 میں سے حاصل کردہ نمبرات درج ذیل ہیں۔

20, 6, 14, 10, 13, 15, 12, 14, 17, 17, 18, 11, 19, 9, 16, 18, 14, 7, 17, 20,
8, 15, 16, 10, 15, 12, 18, 17, 12, 11, 11, 10, 16, 14, 16, 18, 10, 7, 17, 14,
20, 17, 13, 15, 18, 20, 12, 12, 15, 10

یہاں جمع کی گئی عددی معلومات کو کیا کہتے ہیں؟ — خام معطیات

اس کے ہر عدد کو کیا کہتے ہیں؟ — شمارہ

اوپر کی معلومات کے بناء پر ذیل کے سوالات کے جوابات حاصل کیجیے۔

- (1) 15 نمبرات حاصل کرنے والے لکل کتنے طلبہ ہیں؟
- (2) سب سے کم نمبر کتنے ہیں؟
- (3) 15 نمبرات سے زیادہ حاصل کرنے والے لکل کتنے طلبہ ہیں؟
- (4) سب سے زیادہ نمبر کتنے ہیں؟
- (5) 16 نمبرات سے کم نمبر حاصل کرنے والے لکل کتنے طلبہ ہیں؟

آئیے، بحث کریں



(1) آپ کو اوپر کے سوالوں کے جواب آسانی سے مل گئے یا ہر مرتبہ نمبرات کا معائنہ کرنا پڑا؟

(2) اوپر کے کام میں آسانی لانے کے لیے کیا کر سکتے ہیں۔

شیم : اوپر کے جواب ہر وقت بغور مشاہدہ سے حاصل ہونے کی وجہ سے کام پیچیدہ اور الجھن والا معلوم ہوتا ہے لیکن دی ہوئی خام معطیات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھنے پر آسانی پیدا ہو سکتی ہے۔

شیم کے کہنے کے مطابق معطیات کے نمبرات صعودی ترتیب میں لکھیں گے۔

6, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13,
14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17,
18, 18, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 20, 20

معلومات صعودی ترتیب میں لکھنے پر مثال (1) کے پانچوں سوالوں کے جواب دینا آسان ہوتا ہے؟ تصدیق کیجیے۔

تصدیق کرنے پر یہ ظاہر ہوا کہ معطیات کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر پانچوں سوالوں کے جواب بالکل آسانی سے مل گئے۔

آئیے ذرا یاد کریں



طوبی : میڈم، معطیات کو جدول کی صورت میں لکھنے پر بھی اوپر کے کام میں زیادہ آسانی پیدا کر سکتے ہیں۔ ہم نے گذشتہ جماعت میں مطالعہ کر چکے ہیں کہ اس

جدول کو تعددی تقسیم کی جدول کہتے ہیں۔

استانی : طوبی، بالکل صحیح کہا آپ نے! اب یہ جدول اوپر کی مثال 1 کے تعلق سے بنائیے۔

مثال (1) میں سب سے کم نمبر 6 اور سب سے زیادہ نمبر 20 ہے۔ اس لیے جدول میں شماروں کے ستون میں 6 سے 20 شمارے لکھیے۔ دوسرے ستون میں شماراتی نشان لگائیے اور آخری ستون میں نشان گن کر تعداد لکھیے۔

غیر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول

شمارہ نمبر	شماراتی نشان	(طلبہ کی تعداد) (f) تعدد
6		1
7		2
8		
9		
10		5
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		6
18		
19		
20		4
		کل $N = \sum f = 50$

N تمام تعددوں کی جمع ہے

آئیے، بحث کریں



جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول (Grouped Frequency Distribution Data)

مذکورہ بالا تعددی تقسیمی جدول میں،

(1) یہ جدول بہت بڑی ہے کیا آپ کو ایسا محسوس ہو رہا ہے؟

(2) جب معطیات کے شماروں کی تعداد زیادہ ہو تب کیا یہ جدول بنانا مشکل ہوگا؟

استانی : اوپر کی بحث سے ایسا سمجھ میں آتا ہے کہ جب معطیات کے شماروں کی تعداد زیادہ ہوتی ہے تب غیر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول کی وسعت زیادہ ہوتی

ہے۔ اسے بنانے میں بہت وقت درکار ہوتا ہے۔ جدول کی وسعت اور وقت کی بچت کے لیے کیا کوئی ترکیب تجویز پیش کر سکتے ہیں؟

روہیت : سر ایسے وقت معطیات کے گروہ بنائے جائیں۔

استانی : شاباش روہیت! معطیات کے گروہ بنانا یعنی جماعت تیار کرنے پر معطیات کو آسانی سے کم وقت میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ ایسے جدول کو ہی جماعت بند تعددی تقسیمی جدول کہتے ہیں۔

یہ جدول دو طریقوں سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ (1) مضمولی طریقہ (غیر مسلسل طریقہ) اور (2) غیر مضمولی یا مستثنائی طریقہ

(1) مضمولی طریقہ (غیر مسلسل طریقہ) (Inclusive Method)

6, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 20, 20

اوپر کی معطیات میں سب سے چھوٹا شمارہ اور سب سے بڑا شمارہ ہے۔ سب سے بڑا اور سب سے چھوٹے شمارے کا فرق $20 - 6 = 14$ ہے۔ اسی فرق کو ہی معطیات کی وسعت کہتے ہیں۔ اس وسعت کو خیال میں رکھ کر معطیات کے مناسب ایسے کون سے گروہ بنائے جاسکتے ہیں؟

(i) 6 سے 8، 9 سے 11، 12 سے 14، 15 سے 17، 18 سے 20 یا

(ii) 6 سے 10، 11 سے 15، 16 سے 20 اس طرح جماعت بنا سکتے ہیں۔

6 سے 10، 11 سے 15 اور 16 سے 20 جماعتوں کو لے کر اوپر کی معطیات کا تعددی تقسیمی جدول بنائیں گے۔

جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (مضمولی طریقہ)

جماعت	شماراتی نشان	تعداد (f) (طلبہ کی تعداد)
6 سے 10		10
11 سے 15		
16 سے 20		20
		کل $N = \sum f = 50$

اس جدول کو بناتے وقت 6، 10 اور اس کے درمیان تمام شماروں کا 6 سے 10 جماعت میں شامل کرتے ہیں۔ جدول بنانے کے اس طریقے کو مضمولی طریقہ کہتے ہیں۔ 6 سے 10، 11 سے 15، 16 سے 20 ان جماعتوں کو غیر مسلسل وقفہ جماعت بھی کہتے ہیں۔

آئیے سمجھ لیں

علم شماریات کی کچھ بنیادی اصطلاحات (Basic term in Statistics)

(1) جماعت (Class) : شماروں کے آسان اور مناسب جماعت کے گروہ کو جماعت کہتے ہیں۔

جماعت 6 سے 10، 11 سے 15 وغیرہ کو 6-10، 11-15 لکھا جاتا ہے۔

(2) جماعت کی حدیں (Class limits) : جماعت کو ظاہر کرنے والے اعداد کو جماعت کی حدیں کہتے ہیں۔

جماعت 6 سے 10 کی نچلی حد جماعت 6 اور اوپری حد جماعت 10 ہے۔

(3) تعدد (Frequency) : ہر جماعت میں جتنے شمارے ہوتے ہیں، ان تمام شماروں کے کل تعداد کو اس جماعت کا تعدد کہتے ہیں۔

مندرجہ بالا جدول میں جماعت 11 سے 15 میں 20 شمارے شامل ہیں اس لیے جماعت 11-15 کا تعدد 20 ہے۔

(4) طول جماعت (Class width or Class interval) : مسلسل جماعتیں دی ہوئی ہوں تو متواتر آنے والی دو جماعتوں کے چلی (اوپری) حد جماعتوں کے فرق کو طول جماعت یا جماعت کا عرض یا جماعت کی وسعت کہتے ہیں۔

مثال : 10 - 5 = 5 ، 15 - 20 ، 10 - 15 ، 5 - 10 ، ... ہو تو = طول جماعت

(5) وسط جماعت (Class mark) : جماعت کی چلی اور اوپری حد جماعت کے اوسط کو وسط جماعت کہتے ہیں۔

$$\text{وسط جماعت} = \frac{\text{چلی حد جماعت} + \text{اوپری حد جماعت}}{2}$$

مثال : $\frac{\square + \square}{2} = \frac{26}{2} = 13$ جماعت = 11 - 15 کا وسط جماعت

(2) غیر مشمولی یا مستثنائی طریقہ (Exclusive Method)

مثال : 6 ، 10 ، 10.3 ، 11 ، 15.7 ، 19 ، 20 ، 12 ، 13 یہ شمارے دیے ہوئے ہیں۔

جماعت 10 - 6 ، 15 - 11 ، 20 - 16 لے کر جماعت بند تعددی جدول بنائیے۔

جماعت (شمارے)	شماریاتی نشان	تعداد (f)
6 - 10		2
11 - 15		3
16 - 20		2

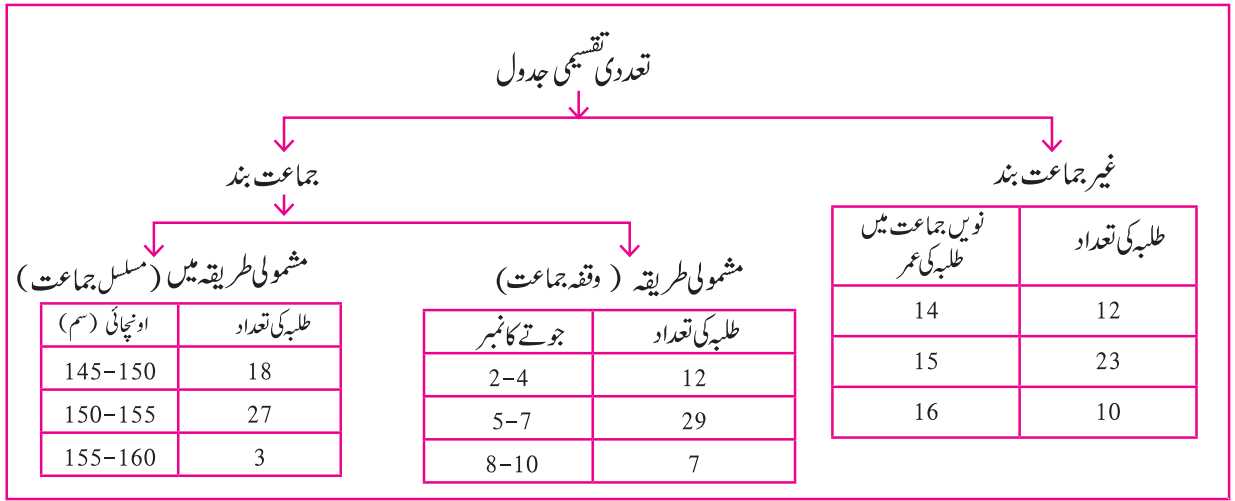
عل :

اوپری جدول میں دیے ہوئے شماروں میں سے 10.3 اور 15.7 ان شماروں کو شامل نہیں کر سکتے۔ کیونکہ 10.3 اور 15.7 یہ اعداد 16 - 20 ، 6 - 10 ، 11 - 15 ان میں سے کسی بھی جماعت میں شامل نہیں ہیں۔ اس لیے جماعت کی نوعیت بدلنا ہوگی۔ اس لیے جماعت 5 - 10 ، 10 - 15 ، 15 - 20 ، ... اس طرح مسلسل لکھنے پر اس قسم کے سوال پیدا نہیں ہوں گے۔ لیکن 10 اس شمارے کا اندراج 5 - 10 ، 10 - 15 ان میں سے کس جماعت میں کیا جائے یہ مسئلہ پیدا ہوتا ہے۔ یہ مسئلہ دور کرنے کے لیے شمارہ 10 جماعت 5 - 10 میں نہ لیتے ہوئے جماعت 10 - 15 میں شامل کریں۔ ایسا مفروضہ مان لیا گیا ہے۔ اس لیے شمارہ 10 جماعت 10 - 15 میں ہوگا۔ اس طریقے کو غیر مشمولی یا مستثنائی طریقہ کہتے ہیں اس طرح جماعت بنانے سے 10.3 اور 15.7 جیسے اعداد جدول میں شامل کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

اب اس اصول کے مطابق جماعت بنائیں اور اوپر دیا ہوا مفروضہ تسلیم کرتے ہوئے بتائی ہوئی جدول دیکھیے۔

جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (غیر مشمولی طریقہ)

جماعت (مسلسل) (شمارے)	شماریاتی نشان	تعداد (f) (طلبہ کی تعداد)
5 - 10		1
10 - 15		5
15 - 20		2
20 - 25		1



مشقی سیٹ 7.3

- جماعت 20 سے 25 کی چلی حد جماعت اور اوپری حد جماعت لکھیے۔
- جماعت 35 سے 40 کا وسط جماعت معلوم کیجیے۔
- * ایک جماعت کا وسط جماعت 10 ہے، طول جماعت 6 ہے تو وہ جماعت کون سی ہوگی؟
- درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

جماعت (عمر سال میں)	شماریاتی نشان	تعدد (f) طلبہ کی تعداد
12 - 13		<input type="text"/>
13 - 14		<input type="text"/>
14 - 15		<input type="text"/>
15 - 16		<input type="text"/>
		کل $N = \sum f = 50$

- ایک اسکول برفوج نیچر کلب (ہریت سینا) کے 45 طالب علموں میں سے ہر ایک کے ذریعے کی گئی شجر کاری کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔
3, 5, 7, 6, 4, 3, 5, 4, 3, 5, 4, 7, 5, 3, 6, 6, 5, 3, 4, 5, 7, 3, 5, 6, 4, 4, 3, 5, 6, 6, 4, 3, 5, 7, 3, 4, 5, 7, 6, 4, 3, 5, 4, 4, 7.

اس معطیات کے لیے غیر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

- π کی 50 عشری مقام تک قیمت دی ہوئی ہے۔

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

اس بنا پر علامت عشریہ کے بعد ہندسوں کی غیر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(7) ذیل کے جدول میں دی ہوئی معلومات کی بناء پر طول جماعت معلوم کیجیے اور غیر مشمولی اور مشمولی جماعت کے تعددی تقسیم کے جدول تیار کیجیے۔

(i)	تعدد	وسط جماعت	(ii)	تعدد	وسط جماعت
	3	5		6	22
	9	15		7	24
	15	25		13	26
	13	35		4	28

(8) ایک اسکول کے نویں جماعت کے 45 طلبہ کو کمپاس بکس میں موجود پنسل کی لمبائی ناپنے کے لیے کہا گیا ہے۔ وہ معطیات سینٹی میٹر میں درج ذیل کے مطابق ہے۔

16, 15, 7, 4.5, 8.5, 5.5, 5, 6.5, 6, 10, 12,
13, 4.5, 4.9, 16, 11, 9.2, 7.3, 11.4, 12.7, 13.9, 16,
5.5, 9.9, 8.4, 11.4, 13.1, 15, 4.8, 10, 7.5, 8.5, 6.5,
7.2, 4.5, 5.7, 16, 5.7, 6.9, 8.9, 9.2, 10.2, 12.3, 13.7,
14.5, 10

0-5, 5-10, 10-15, کے مطابق جماعت لے کر غیر مشمولی طریقے سے جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(9) ایک گاؤں میں امداد باہمی دودھ سینٹر پر 50 لوگ روزانہ کتنے لٹر دودھ جمع کرتے ہیں وہ معلومات ذیل میں دی ہوئی ہے۔

27, 75, 5, 99, 70, 12, 15, 20, 30, 35, 45, 80,
77, 90, 92, 72, 4, 33, 22, 15, 20, 28, 29, 14,
16, 20, 72, 81, 85, 10, 16, 9, 25, 23, 26, 46,
55, 56, 66, 67, 51, 57, 44, 43, 6, 65, 42, 36,
7, 35

مناسب جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(10) ایک ادارے نے گاؤں کے 38 لوگوں میں سے ہر ایک سے 'معذور بہبودی فنڈ' جمع کیا۔ جو ذیل میں دیا ہوا ہے۔

101, 500, 401, 201, 301, 160, 210, 125, 175, 190, 450, 151,
101, 351, 251, 451, 151, 260, 360, 410, 150, 125, 161, 195,
351, 170, 225, 260, 290, 310, 360, 425, 420, 100, 105, 170,
250, 100

(i) اس طرح جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔ (100-149, 150-199, 200-249,)

(ii) جدول کی مدد سے بتائیے کہ 350 روپے اور اس سے زیادہ فنڈ دینے والے اشخاص کی تعداد کتنی ہے؟



اوپری حد جماعت سے کم تراجمائی تعددی جدول (Less than Cumulative Frequency)

مثال : نویں جماعت میں 50 طلبہ نے پہلے میقاتی امتحان میں ریاضی میں 40 میں سے حاصل کردہ نمبرات کی تعددی تھیبی جدول ذیل میں دی ہوئی ہے۔

جماعت	تعدد (f) (طلبہ کی تعداد)
0 - 10	02
10 - 20	12
20 - 30	20
30 - 40	16
	کل N = 50

(1) جدول کی مدد سے مندرجہ ذیل خالی چوکون پر کیجیے۔

(i) جماعت 10 سے 20 اس جماعت کی نچلی حد جماعت اور اوپری حد جماعت ہے۔

(ii) 10 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 20 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ $2 + \text{$ = 14

(iv) 30 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ $\text{$ + $\text{$ = 34

(v) 40 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ $\text{$ + $\text{$ = 50

اسے دھیان میں رکھیں



کسی مخصوص جماعت کا تعدد اور اس جماعت کے پہلے کے تمام جماعت کے تعددوں کا مجموعہ کو اس جماعت کی اوپری حد جماعت سے کم تراجمائی تعدد (Less than Cumulative Frequency) کہتے ہیں۔ مختصراً اسے ”سے کم تراجمائی تعدد“ بھی کہتے ہیں۔

اوپری حد جماعت سے کم تراجمائی تعددی جدول کا مطلب

جماعت (نمبر)	تعدد	سے کم تراجمائی تعدد
0 - 10	2	2
10 - 20	12	$2 + 12 = \text{$
20 - 30	20	$\text{$ + 20 = 34
30 - 40	10	$34 + \text{$ = 50
	کل = 50	

جماعت	اجتمائی تعدد	اوپری حد سے کم تراجمائی تعدد کا مطلب
0 - 10	2	2 طلبہ کے مارکس 10 سے کم ہیں
10 - 20	14	14 طلبہ کے مارکس 20 سے کم ہیں
20 - 30	34	34 طلبہ کے مارکس 30 سے کم ہیں
30 - 40	50	50 طلبہ کے مارکس 40 سے کم ہیں
	کل = 50	

(2) نچلی حد جماعت کے مساوی یا سے زیادہ تر قسم کی اجتماعی تعددی جدول

جماعت	تعدد	اجتماعی تعدد	جماعت	اجتماعی تعدد	نچلی حد جماعت کے مساوی یا نچلی حد جماعت سے زیادہ کا مطلب
0 - 10	2	50	0 - 10	50	50 طلبہ نے 0 یا 0 سے زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں
10 - 20	12	$50 - 2 = 48$	10 - 20	48	48 طلبہ نے 10 یا 10 سے زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں
20 - 30	20	$48 - 12 = 36$	20 - 30	36	36 طلبہ نے 20 یا 20 سے زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں
30 - 40	16	$36 - 20 = 16$	30 - 40	16	16 طلبہ نے 30 یا 30 سے زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں
	کل = 50				

مثال : ایک اسپورٹس کلب میں ٹیبل ٹینس کے مقابلے میں شریک کھلاڑیوں کی عمروں کی جماعت بند تعدد ذیل میں دیا ہوا ہے۔ اس بناء پر نچلی حد جماعت یا اس سے زیادہ تر اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

حل : نچلی حد جماعت سے زیادہ تر اجتماعی تعددی جدول

عمر (سال)	شمار یاتی نشان	تعدد (طلبہ کی تعداد)	سے زیادہ قسم کی اجتماعی تعدد
10 - 12		9	50
12 - 14		<input type="text"/>	<input type="text"/> - 9 = 41
14 - 16		<input type="text"/>	41 - 23 = <input type="text"/>
16 - 18		5	<input type="text"/> - 13 = <input type="text"/>
		کل N = 50	

مشقی سیٹ 7.4

(1) ذیل کی اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

جماعت (اونچائی سم میں)	تعدد (طلبہ کی تعداد)	سے کم تر قسم کی اجتماعی تعدد
150 - 153	05	05
153 - 156	07	$05 + \text{} = \text{$
156 - 159	15	$\text{} + 15 = \text{$
159 - 162	10	$\text{} + \text{} = 37$
162 - 165	05	$37 + 5 = 42$
165 - 188	03	$\text{} + \text{} = 45$
	کل N = 45	

(2) ذیل کی اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

جماعت (ماہانہ آمدنی روپے میں)	تعدد (افراد کی تعداد)	سے زیادہ تریا اُس کے مساوی اجتماعی تعدد
1000 – 5000	45
5000 – 10,000	19
150,000 – 15,000	16
15,000 – 20,000	02
20,000 – 25,000	05
	کل N = 87	

(3) ایک کلاس کے 62 طلبہ کو ریاضی مضمون میں 100 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ جماعت 0-10 , 10-20... (3)

کا استعمال کر کے تعددی جدول اور اس سے زیادہ تر تقسیم کی اجتماعی تعددی جدول تیار کیجیے۔

55, 60, 81, 90, 45, 65, 45, 52, 30, 85, 20, 10,
75, 95, 09, 20, 25, 39, 45, 50, 78, 70, 46, 64,
42, 58, 31, 82, 27, 11, 78, 97, 07, 22, 27, 36,
35, 40, 75, 80, 47, 69, 48, 59, 32, 83, 23, 17,
77, 45, 05, 23, 37, 38, 35, 25, 46, 57, 68, 45,
47, 49

بنائے گئے جدول کی بنا پر ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) 40 یا 40 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(ii) 90 یا 90 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 یا 60 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iv) جماعت 0-10 کا سے زیادہ تریا اس کے مساوی اجتماعی تعدد کتنا ہے؟

(4) اوپر کے مثال (3) میں دی ہوئی سے کم تر اجتماعی تعددی جدول تیار کر کے اس کی مدد سے درج ذیل سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) 40 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ (ii) 10 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ (iv) جماعت 50-60 کی سے کم تر اجتماعی تعدد کتنا ہے؟



مرکزی رجحان کی پیمائش (Measures of Central Tendency)

مرکزی رجحان : سروے سے حاصل ہوئی معطیات میں عام طور پر ایک خصوصیت ملتی ہے۔ معطیات کے کسی عدد کے ارد گرد دیگر اعداد کا ہجوم زیادہ نظر آتا

ہے۔ گروہ کے اس خصوصیت کو گروہ کی مرکزی رجحان کی خصوصیت کہتے ہیں۔

گروہ کے جس عدد کے نزدیک دیگر اعداد کا مجموعہ (ہجوم) زیادہ ہوتا ہے، وہ عدد اس کی نمائندگی کرتا ہے ایسا مان لیا جاتا ہے۔ ایسے عدد کو مرکزی رجحان کی

پیمائش کہتے ہیں۔

شماریات میں خصوصاً ذیل کے مطابق مرکزی رجحان کی پیمائش استعمال کی جاتی ہیں۔

(I) میانہ (Mean) : معطیات کے تمام اعداد کا حسابی وسط اس معطیات کا میانہ کہلاتا ہے۔

$$\text{معطیات کے تمام شماروں کا مجموعہ} \\ \text{معطیات کے شماروں کی تعداد} = \text{معطیات کا میانہ}$$

مثال (1) : 25، 23، 27، 30، 25 ان شماروں کا میانہ معلوم کیجیے۔

$$\text{حل :} \quad \text{میانہ} = \frac{25 + 30 + 27 + 23 + 25}{5} = \frac{130}{5} = 26$$

مثال (2) : جماعت نہم کے 35 طلبہ کو ششماہی امتحان میں الجبرا میں 40 میں سے حاصل ہوئے مارکس ذیل کے مطابق ہیں۔ اس بناء پر میانہ معلوم کیجیے۔

40، 35، 30، 25، 23، 20، 14، 15، 16، 20، 17، 37،
37، 20، 36، 16، 30، 25، 25، 36، 37، 39، 39، 40،
15، 16، 17، 30، 16، 39، 40، 35، 37، 23، 16.

حل : یہاں شماروں کی تعداد زیادہ ہے اس لیے مجموعہ تو معلوم کر سکتے ہیں لیکن یہ پیچیدہ ہوگا۔ یہاں 3 طلبہ کو 30 مارکس ہیں۔ ان کے مارکس کا مجموعہ $30 + 30 + 30 = 90$ اس طرح کرنے کے بجائے $30 \times 3 = 90$ اس طرح کرنا آسان ہوگا۔ اس کے لیے تعددی جدول کارآمد ہوتی ہے۔

مارکس	طلبہ کی تعداد	$f_i \times x_i$
14	1	$14 \times 1 = 14$
15	2	$15 \times 2 = \dots$
16	5	$16 \times \dots = \dots$
17	2	$17 \times 2 = 34$
20	3	$\dots \times 3 = \dots$
23	2	$23 \times 2 = \dots$
25	3	$25 \times 3 = \dots$
30	3	$\dots \times \dots = \dots$
35	2	$35 \times 2 = 70$
36	2	$\dots \times \dots = \dots$
37	4	$\dots \times \dots = \dots$
39	3	$39 \times 3 = 117$
40	3	$\dots \times \dots = 120$
	$N = \dots$	$\sum f_i x_i = 956$

متصلہ جدول میں :

$$14 \times 1 + 15 \times 2 + \dots + 40 \times 3$$

حاصل ضربوں کی جمع 956 ہے۔

$$40 \times 3 \dots، 15 \times 2، 14 \times 1$$

یہ شمارے ہیں۔ اور ان کے نظیری تعددی یعنی x

اور f کے حاصل ضرب ہیں۔

پہلا شمارہ 14×1 اور پہلے تعدد کے

حاصل ضرب کو $f_1 \times x_1$ لکھتے ہیں۔

دوسرا شمارہ 15×2 اور دوسرے تعدد کو

حاصل ضرب $f_2 \times x_1$ لکھتے ہیں۔

عام طور پر i - واں شمارہ اور اس کا نظیری i - واں تعدد کے حاصل ضرب کو $f_i \times x_i$ لکھتے ہیں۔

شماریات میں حاصل ضربوں کی جمع کو ظاہر کرنے کے لیے Σ (سگما) لاطین حرف استعمال کرتے ہیں۔

$f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_i \times x_i$ حاصل ضربوں کی جمع کو مختصراً $\Sigma f_i \times x_i$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{956}{35}$$

تقریباً 27.31

اس لیے دیے ہوئے معطیات کا میانہ 27.3 ہے۔

وسطانیہ (Median) : معطیات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھتے ہیں۔ اس ترتیب میں بالکل درمیان میں آنے والے عدد کو ان معطیات کا وسطانیہ کہتے ہیں۔
 معطیات کے شماروں کی تعداد جفت ہو تو وسط میں آنے والے دو اعداد کے اوسط کو وسطانیہ مانتے ہیں۔

مثال : 72, 66, 87, 92, 63, 78, 54 ان معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

حل : دیے ہوئے شماروں کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر 54, 63, 66, 72, 78, 87, 92

اس ترتیب میں چوتھا عدد درمیان میں آتا ہے۔ وہ 72 ہے۔

∴ دیے ہوئے معطیات کا وسطانیہ = 72

مثال (2) : 30, 25, 32, 23, 42, 36, 40, 33, 21, 43 ان معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

حل : دیے ہوئے شماروں کو چڑھتی (صعودی) ترتیب میں لکھیں تو 21, 23, 25, 30, 32, 33, 36, 40, 42, 43

یہاں شماروں کی تعداد جفت یعنی 10 ہے۔

یہاں، پانچواں اور چھٹا دو اعداد درمیان میں آتے ہیں۔ وہ بالترتیب 32 اور 33 ہیں۔

$$\therefore \text{مطعیات کا وسطانیہ} = \frac{32 + 33}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

آئیے ذرا یاد کریں



معطیات کے شماروں کی تعداد n ہو تو

(i) n طاق عدد ہو تو کون سا شمار اس معطیات کا وسطانیہ ہوگا؟

(ii) n جفت عدد ہو تو کن دو شماروں کا اوسط ان معطیات کا وسطانیہ ہوگا؟

(3) کثیرہ (Mode) : معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا شمارہ ہی اس معطیات کا کثیرہ کہلاتا ہے۔

مثال : 90, 55, 67, 55, 75, 75, 40, 35, 55, 95 اس معطیات کا کثیرہ معلوم کیجیے۔

حل : معطیات کو چڑھتی ترتیب میں لکھنے پر کون سا شمارہ سب سے زیادہ مرتبہ آیا ہے اسے پہچاننے میں آسانی ہو جائے گی۔

دی ہوئی معطیات کی چڑھتی ترتیب : 35, 40, 55, 55, 55, 67, 75, 90, 95

55 = اس بناء پر سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا شمارہ

55 = معطیات کا کثیرہ

مثال (2) : ایک کارخانے کے مزدوروں کی عمریں ذیل کی جدول میں دی ہوئی ہیں۔

عمر (سال)	19	21	25	27	30
مزدور	5	15	13	15	7

اس بناء پر ان کی عمروں کا کثیرہ معلوم کیجیے۔

حل : یہاں سب سے زیادہ تعدد 15 ہے۔ لیکن دو شماروں کا تعدد 15 ہے۔

∴ کثیرہ = 27 اور 21

اس لیے عمروں کا کثیرہ 21 سال اور 27 سال

مشقی سیٹ 7.5

- (1) مکند کی 7 سالوں کی سویا بین فصل کی فی ایکڑ پیداوار کو نخل میں 10, 7, 5, 3, 9, 6, 9 ہے۔ اس بناء پر فی ایکڑ پیداوار کا میانہ معلوم کیجیے۔
- (2) ذیل کے معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے 59, 75, 68, 70, 74, 75, 80
- (3) ریاضی کے ہوم ورک میں 7 طلبہ کو 100 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل کے مطابق ہیں۔
99, 100, 95, 100, 100, 80, 90 اس کی مدد سے حاصل کردہ مارکس کا کثیر یہ معلوم کیجیے۔
- (4) ایک کارخانے کے 30 مزدوروں کو ذیل کے مطابق ماہانہ تنخواہ روپے میں ملتی ہے۔
5000, 7000, 3000, 4000, 4000, 3000, 3000, 3000, 8000, 4000,
4000, 9000, 3000, 5000, 5000, 4000, 4000, 3000, 5000, 5000,
6000, 8000, 3000, 3000, 6000, 7000, 7000, 6000, 6000, 4000
اس معطیات کی مدد سے مزدوروں کے ماہانہ تنخواہ کا میانہ معلوم کیجیے۔
- (5) ایک ٹوکری کے 10 ٹماٹروں کا فی ٹماٹروں گرام میں 60, 70, 90, 95, 50, 65, 70, 80, 85, 95 ہے۔
اس بناء پر ٹماٹروں کے وزن کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔
- (6) ہاکی کے ایک کھلاڑی کے ذریعے 9 مقابلوں میں کیے گئے گول ذیل کے مطابق ہیں۔
5, 4, 0, 2, 2, 4, 4, 3, 3 اس بناء پر میانہ، وسطانیہ اور کثیر یہ معلوم کیجیے۔
- (7) 50 شماروں کا میانہ 80 ہے۔ لیکن بعد میں ایسا سمجھ میں آیا کہ اس میں 19 واں شمارہ غلطی سے 91 لیا گیا ہے تو درست کی بعد میانہ معلوم کیجیے۔
- (8) ذیل میں 10 شمارہ چڑھتی ترتیب میں لکھے ہوئے ہیں۔ ان کا وسطانیہ 11 ہے۔
2, 3, 5, 9, $x + 1$, $x + 3$, 14, 16, 19, 20 اس بناء پر x کی قیمت معلوم کیجیے۔
- (9) 35 شماروں کا میانہ 20 ہے۔ ان میں سے پہلے 18 شماروں کا میانہ 15 اور آخری 18 شماروں کا میانہ 25 ہو تو 18 واں شمارہ معلوم کیجیے۔
- (10) پانچ شماروں کا میانہ 50 ہے۔ ان میں سے ایک شمارہ کم ہو جائے تو میانہ 45 ہو جاتا ہے۔ وہ شمارہ معلوم کیجیے۔
- (11) ایک کلاس میں 40 طلبہ ہیں۔ ان میں 15 لڑکے ہیں۔ ایک امتحان میں لڑکوں کو حاصل ہوئے مارکس کا میانہ 33 اور لڑکیوں کی مارکس کا میانہ 35 ہے۔ اس معلومات کی بناء پر کلاس میں کل طلبہ کے حاصل کردہ مارکس کا میانہ معلوم کیجیے۔
- (12) 10 طلبہ کے وزن گلوگرام میں ذیل کے مطابق ہیں۔
40, 35, 42, 43, 37, 35, 37, 42, 37 اس بناء پر کثیر یہ معلوم کیجیے۔
- (13) ذیل کے جدول میں کچھ خاندانوں کے 14 سال سے چھوٹی اولاد کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس بناء پر 14 سال سے چھوٹی اولاد کی تعداد کا کثیر یہ معلوم کیجیے۔

اولاد کی تعداد	1	2	3	4
خاندان (تعداد)	15	25	5	5

(14) ذیل کی معطیات کا کثیر یہ معلوم کیجیے۔

شمارہ مارکس	35	36	37	38	39	40
طلبہ کی تعداد	09	07	09	04	04	02

’مرکزی رجحان کی کون سی پیمائش لینا مناسب ہوتا ہے؟‘ اس سوال کا جواب کہ اسے کس مقصد کے لیے منتخب کرنا ہے، اس بات پر منحصر ہوتا ہے۔
 فرض کیجیے کسی کرکٹ کھلاڑی نے مسلسل 11 مقابلوں میں بالترتیب 9, 107, 48, 63, 12, 23, 80, 35, 58, 41 اور 73 رن بنائے۔
 اس کی کل کارکردگی طے کرتے وقت اس نے ہر مقابلے میں بنائے ہوئے رن کی تعداد کو ذہن میں لینا ضروری ہے۔ اس لیے رنوں کے مرکزی رجحان کی پیمائش
 ’میانہ‘ کے ذریعے طے کرنا مناسب ہوگا۔

اسی طرح ریڈی میڈ کپڑے بنانے والی کسی کمپنی کو کس ناپ کے شرٹ زیادہ تعداد میں سلوانا طے کرنا ہے۔ اس کے لیے ان میں (34, 36, 38, 40, 42, 44) میں سے) کس ناپ کے شرٹ لوگ زیادہ سے زیادہ استعمال کرتے ہیں اس کا سروے کر کے معلوم کرنا ہوگا۔ یعنی مرکزی رجحان کی پیمائش کثیر یہ کا منتخب کرنا مناسب ہوگا۔

مجموعہ سوالات 6

(1) مناسب متبادل منتخب کیجیے۔

(i) ذیل میں سے کوئی معطیات ابتدائی معطیات نہیں ہے۔

- (A) کلاس میں جا کر طلبہ کی حاضری کی معلومات حاصل کی۔
 (B) گھر گھر جا کر براہ راست افراد کی تعداد کی معلومات جمع کی۔
 (C) تلاشی کے پاس جا کر گاؤں کے ہر کسان کی سویا بین فصل کے لیے زیر کاشت زمین کے رقبے کا اندراج کرنا۔
 (D) ذاتی طور پر معائنہ کر کے نالوں کی صاف صفائی کی معلومات حاصل کرنا۔

(ii) جماعت 25-35 کی اوپری حد جماعت کون سی ہے؟

- (A) 25 (B) 35 (C) 60 (D) 30

(iii) جماعت 25-35 کا وسط جماعت کون سا ہے؟

- (A) 25 (B) 35 (C) 60 (D) 30

(iv) جماعت 0-10, 10-20, 20-30, کے تعددی جدول میں شمارہ 10 کس جماعت میں شامل کریں گے؟

- (A) 0-10 (B) 10-20 (C) 0-10 اور 10-20 دونوں میں (D) 20-30

(v)* اگر x_1, x_2, \dots, x_n کا میانہ \bar{x} اور y_1, y_2, \dots, y_n کا میانہ \bar{y} ہو اور $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$

کا میانہ \bar{z} ہو تو $\bar{z} = ?$

- (A) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{2}$ (B) $\bar{x} + \bar{y}$ (C) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{n}$ (D) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{2n}$

(vi)* پانچ اعداد کا میانہ 50 ہے۔ اس میں سے 4 اعداد کا میانہ 46 ہے تو پانچواں عدد کون سا ہوگا؟

- (A) 4 (B) 20 (C) 434 (D) 66

(vii)* 100 شماروں کا میانہ 40 ہے۔ اگر اس میں 9 واں شمارہ 30 کی بجائے 70 لیا جائے اور باقی ماندہ شمارے ویسے ہی رکھے

جائیں تو نیا میانہ کتنا ہے؟

- (A) 40.6 (B) 40.4 (C) 40.3 (D) 40.7

(viii) اس معطیات کا کثیر یہ کتنا ہے؟ 19, 19, 15, 20, 25, 15, 20, 15

- (A) 15 (B) 20 (C) 19 (D) 25

(ix) معطیات 7, 10, 7, 5, 9, 10 کا وسطانیہ کتنا ہوگا؟

(A) 7 (B) 9 (C) 8 (D) 10

(x) ذیل کے جدول کے مطابق جماعت 30-40 کی اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعدد کتنا ہوگا؟

جماعت	0-10	20-10	30-20	30-40	40-50
تعدد	7	3	12	13	2

(A) 13 (B) 15 (C) 35 (D) 22

(2) 20 ملازموں کی تنخواہ کا میانہ 10250 روپے ہے۔ اگر اس میں دفتر کے آفیسر کی تنخواہ جمع کی جائے تو میانہ 750 روپے سے بڑھ جاتا ہے۔ تو دفتر کے آفیسر کی تنخواہ معلوم کیجیے۔

(3) '9' اعداد کا میانہ 77 ہے۔ اگر اس میں مزید ایک عدد جمع کیا جاتا ہے تو میانہ میں 5 کا اضافہ ہوتا ہے تو وہ عدد معلوم کیجیے۔

(4) ایک شہر کے ایک مہینے کی روزانہ کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت سیلسیس میں ذیل کے مطابق ہے۔ مناسب جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (مسلل جماعت) تیار کیجیے۔

29.2, 29.0, 28.1, 28.5, 32.9, 29.2, 34.2, 36.8, 32.0, 31.0,
30.5, 30.0, 33, 32.5, 35.5, 34.0, 32.9, 31.5, 30.3, 31.4,
30.3, 34.7, 35.0, 32.5, 33.5, 29.0, 29.5, 29.9, 33.2, 30.2

جدول کی مدد سے ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) اعلیٰ درجہ حرارت 34°C سے کم تر درجہ حرارت کے دن کتنے ہیں؟

(ii) اعلیٰ درجہ حرارت 34°C یا اس سے زیادہ تر درجہ حرارت کے دن کتنے ہیں؟

(5) اگر ذیل کے شماروں کا میانہ 20.2 ہو تو p کی قیمت معلوم کیجیے۔

x_i	10	15	20	25	30
f_i	6	8	p	10	6

(6) شاہین ہائی اسکول، کراڑ کی نویں جماعت کے 68 طلبہ نے ریاضی کے تحریری امتحان میں 80 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل کے مطابق دیے ہوئے ہیں۔

70, 50, 60, 66, 45, 46, 38, 30, 40, 47, 56, 68,
80, 79, 39, 43, 57, 61, 51, 32, 42, 43, 75, 43,
36, 37, 61, 71, 32, 40, 45, 32, 36, 42, 43, 55,
56, 62, 66, 72, 73, 78, 36, 46, 47, 52, 68, 78,
80, 49, 59, 69, 65, 35, 46, 56, 57, 60, 36, 37,
45, 42, 70, 37, 45, 66, 56, 47

جماعت 30-40, 40-50, ... لے کر اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعددی جدول تیار کیجیے۔ اس جدول کی مدد سے ذیل کے سوالوں

کے جواب لکھیے۔

(i) 80 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ (ii) 40 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

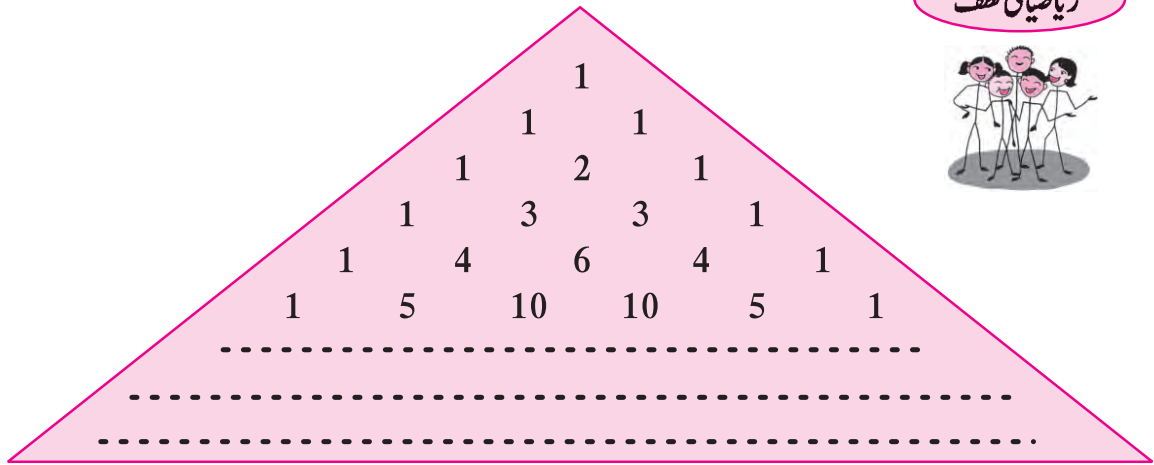
- (7) مثال 6 کے معطیات کی مدد سے وقفہ جماعت ... 30-40, 40-50, ... لے کر نچلی حد جماعت سے زیادہ تراجمائی تعددی جدول تیار کیجیے۔
- (i) 70 یا 70 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟
- (ii) 30 یا 30 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟
- (8) ذیل کے 10 شمارے چڑھتی ترتیب میں دیے ہوئے ہیں۔

45, 47, 50, 52, x , $x+2$, 60, 62, 63, 74 ان کا وسطانیہ 53 ہے۔ اس معلومات کی بناء پر x کی قیمت معلوم کیجیے۔ اسی طرح دی ہوئی معطیات کا میانہ اور کثیر یہ معلوم کیجیے۔



پاسکل کا مثلث

ریاضیاتی لطف



اعداد کو مندرجہ بالا طریقے سے مثلثی ڈھانچے میں مرتب کیا گیا ہے۔ اس مرتب کردہ خاکہ کو پاسکل کا مثلث کہتے ہیں۔ اسی ترتیب میں آگے کے تین سطر آپ لکھیے۔ اس ترتیب میں افقی سطر میں آنے والے اعداد، دو رکنی $(x + y)$ کے قوت نما کی توسیع کے ترتیب وار آنے والے ضرب ہوتے ہیں۔ ذیل کی توسیع دیکھیے۔

$$(x + y)^0 = 1$$

$$(x + y)^1 = 1x + 1y$$

$$(x + y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$$

$$(x + y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^4 = 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4$$

اس توسیع میں x اور y کے قوت نما کا مشاہدہ کیجیے۔ اس کی مدد سے $(x + y)^{10}$ کی توسیع لکھنے کی کوشش کیجیے۔