



जरा आठवूया.

परिमिती (Perimeter)

बंदिस्त आकृतीच्या सर्व बाजूंच्या लांबींची बेरीज म्हणजे त्या आकृतीची परिमिती असते.

बहुभुजाकृतीची परिमिती = तिच्या सर्व बाजूंच्या लांबींची बेरीज.

∴ चौरसाची परिमिती = 4 × बाजू

आयताची परिमिती = 2 लांबी + 2 रुंदी

a बाजू असलेल्या चौरसाची परिमिती = $4a$ लांबी l आणि रुंदी b असलेल्या आयताची परिमिती = $2l + 2b$

उदा. एका आयताची परिमिती 64 सेमी आहे. त्याची लांबी 17 सेमी असेल, तर रुंदी किती असेल ?

उदा. लांबी 28 सेमी व रुंदी 20 सेमी असलेल्या एका आयताची परिमिती एका चौरसाच्या परिमिती एवढी आहे. तर त्या चौरसाची बाजू किती ?

उकल : आयताची रुंदी x सेमी मानू.

$$2 \text{ लांबी} + 2 \text{ रुंदी} = \text{परिमिती}$$

$$2 (\text{लांबी} + \text{रुंदी}) = 64$$

$$2 (17 + x) = 64$$

$$\frac{2(17+x)}{2} = \frac{64}{2}$$

$$17 + x = 32$$

$$x = 15$$

आयताची रुंदी 15 सेमी आहे.

$$\begin{aligned} \text{उकल : आयताची परिमिती} &= 2 (\text{लांबी} + \text{रुंदी}) \\ &= 2 (28 + 20) \\ &= 96 \end{aligned}$$

$$\text{चौरसाची बाजू } a \text{ असेल तर } 4a = 96$$

$$\text{चौरसाची परिमिती} = 96$$

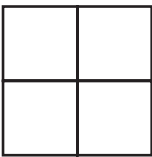
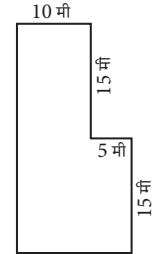
$$4a = 96$$

$$\therefore a = \frac{96}{4} = 24$$

चौरसाची बाजू 24 सेमी आहे.

सरावसंच 44

- एका आयताची लांबी व रुंदी दुप्पट केली, तर त्या आयताची परिमिती मूळ आयताच्या परिमितीच्या किती पट होईल ?
- एका चौरसाची बाजू तिप्पट केली, तर त्याची परिमिती मूळ चौरसाच्या परिमितीच्या किती पट होईल ?
- शेजारी मैदानाची आकृती दिली आहे. त्यामध्ये बाजूंच्या लांबींची मापे दिली आहेत. त्यावरून मैदानाची परिमिती काढा.



- एक मीटर लांबीचा चौरसाकृती कापडाचा तुकडा घेऊन आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे चार समान आकारांचे रूमाल केले. सर्व रूमालांना बाजूने लेस लावण्यासाठी किती लांबीची लेस लागेल ?



जरा आठवूया.

क्षेत्रफळ (Area)

- चौरसाचे क्षेत्रफळ = बाजू × बाजू = (बाजू)²
- आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी = $l \times b$

क्षेत्रफळ हे चौरस मीटर, चौरस सेमी, चौरस किमी इत्यादी एककांत मोजतात.

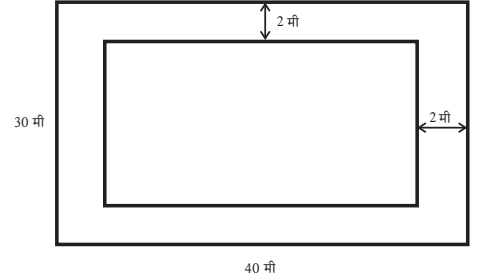
कृती I

खो-खो, कबड्डी या खेळांसाठी आखलेली पटांगणे, टेनिस कोर्ट, बॅडमिंटन कोर्ट यांपैकी शक्य असेल त्यांची लांबी व रुंदी मोजा. परिमिती व क्षेत्रफळे काढा.

कृती II

अनिरुद्धच्या घराच्या एका भिंतीला नवा रंग द्यायचा आहे. भिंतीची लांबी 7 मीटर व उंची 5 मीटर आहे. रंगाच्याने रंग देण्याचा दर प्रतिचौरस मीटर 120 रुपये सांगितला, तर त्याला रंगान्याला किती रुपये द्यावे लागतील हे ठरवा.

उदा. एका 40 मीटर लांब व 30 मीटर रुंद अशा एका आयताकृती बागेच्या आत कुंपणालगत बागेभोवती 2 मीटर रुंदीचा रस्ता करायचा आहे. त्या रस्त्यावर 25 सेमी × 20 सेमी आकाराच्या फरश्या बसवायच्या आहेत तर अश्या किती फरश्या आणाव्या लागतील ?



फरश्या बसवण्याच्या भागाचे क्षेत्रफळ काढू.

बागेचे क्षेत्रफळ = $40 \times 30 = 1200$ चौमी

रस्ता सोडून आतील बागेचे क्षेत्रफळ = $36 \times 26 = 936$ चौमी

∴ फरश्या बसवण्याचा भाग = $1200 - 936 = 264$ चौमी

प्रत्येक फरशीचे क्षेत्रफळ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ चौमी

एका फरशीचे क्षेत्रफळ $\frac{1}{20}$ चौमी तर 264 चौमी जागेत बसणाऱ्या फरश्यांची संख्या काढू.

$$\text{फरश्यांची संख्या} = \frac{\text{जागेचे एकूण क्षेत्रफळ}}{\text{एका फरशीचे क्षेत्रफळ}}$$

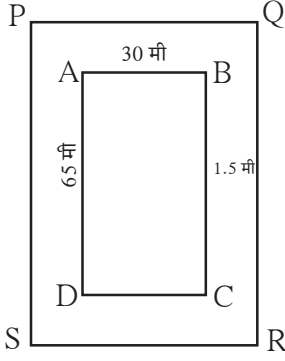
$$= 264 \div \frac{1}{20}$$

$$= 264 \times 20 = 5280$$

म्हणून 5280 फरश्या आणाव्या लागतील.

$$\begin{aligned} 100 \text{ सेमी} &= 1 \text{ मी} \\ 25 \text{ सेमी} &= \frac{25}{100} \text{ मी} \end{aligned}$$

उदा. एका आयताकृती क्रीडांगणाची लांबी 65 मीटर व रुंदी 30 मीटर आहे. त्या क्रीडांगणालगत बाहेरून चारही बाजूंना 1.5 मीटर रुंदीचा रस्ता आहे. त्या रस्त्याचे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : उदाहरणात क्रीडांगणाचा आकार आयताकृती आहे.

समजा □ ABCD हे क्रीडांगण आहे. त्याभोवती 1.5 मीटर रुंदीचा रस्ता आहे.

□ ABCD च्या सर्व बाजूंनी 1.5 मीटर अंतर ठेवल्यावर □ PQRS हा आयत मिळतो.

आयत PQRS ची लांबी = 65 + 1.5 + 1.5 = 68 मीटर

आयत PQRS ची रुंदी = 30 + 1.5 + 1.5 = 33 मीटर

रस्त्याचे क्षेत्रफळ = आयत PQRS चे क्षेत्रफळ - आयत ABCD चे क्षेत्रफळ

$$= 68 \times 33 - 65 \times 30 = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{} \text{ चौरस मीटर}$$



चला, चर्चा करूया.

- वरील उदाहरणातील रस्त्याचे क्षेत्रफळ वेगळ्या रितीने काढता येईल का ?

उदा. एका मोबाइलची लांबी 13 सेमी व रुंदी 7 सेमी आहे. त्यावरील PQRS हा स्क्रीन आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे आहे. तर स्क्रीनचे क्षेत्रफळ किती ?

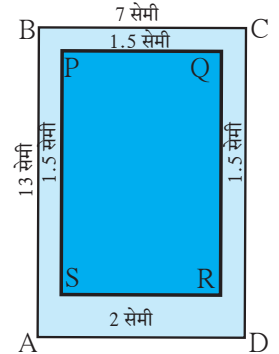
उकल: मोबाइलच्या कडांनी तयार झालेला आयत ABCD मानू. त्याची लांबी 13 सेमी व रुंदी 7 सेमी आहे. AB, BC व DC च्या बाजूने 1.5 सेमी अंतर सोडले व DA च्या बाजूने 2 सेमी अंतर सोडले तर तयार होणारा आयत PQRS मानू.

आयत PQRS ची लांबी = सेमी

आयत PQRS ची रुंदी = सेमी

स्क्रीनचे क्षेत्रफळ = आयत PQRS चे क्षेत्रफळ = × = चौसेमी

कृती



वेगवेगळ्या आकारांचे मोबाइल पाहा. त्यांच्यावर बसवलेल्या स्क्रीनचे क्षेत्रफळ काढा.

सरावसंच 45

1. एका चौरसाची बाजू 12 सेमी असल्यास, त्या चौरसाचे क्षेत्रफळ काढा.
2. एका आयताची लांबी 15 सेमी आणि रुंदी 5 सेमी असल्यास त्या आयताचे क्षेत्रफळ काढा.
3. एका आयताचे क्षेत्रफळ 102 चौसेमी आहे. आयताची लांबी 17 सेमी आहे, तर आयताची परिमिती किती ?
- 4*. एका चौरसाची बाजू तिप्पट केली तर, त्याचे क्षेत्रफळ मूळ चौरसाच्या क्षेत्रफळाच्या किती पट होईल ?



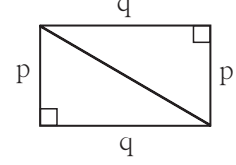
जाणून घेऊया.

काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (Area of right angled triangle)

कृती एकाच मापाचे दोन काटकोन त्रिकोण कापून घ्या. ते आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे जोडा. एक आयत तयार होतो हे अनुभवा. त्रिकोणाच्या काटकोन करणाऱ्या बाजू p व q या लांबीच्या आहेत व आयताच्याही त्याच बाजू आहेत. आकृतीवरून दिसते की, आयताचे क्षेत्रफळ = $2 \times$ काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ

$$\therefore 2 \times \text{काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = p \times q$$

$$\therefore \text{काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = \frac{p \times q}{2}$$



हे मला समजले.

- काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या लांबीचा गुणाकार

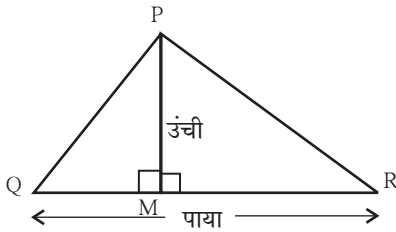
काटकोन त्रिकोणात काटकोन करणाऱ्या दोन भुजांपैकी एक भुजा पायासाठी मानली तर काटकोन करणारी दुसरी भुजा या वेळी उंची असते.

काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2}$ पाया \times उंची

ΔABC हा कोणताही त्रिकोण असेल तर पायासाठी कोणतीही एक बाजू घेतात. त्या बाजूच्या समोरील शिरोबिंदूपासून पायावर टाकलेल्या लंबाचे माप ही त्या त्रिकोणाची उंची असते.

ΔPQR या कोणत्याही त्रिकोणात QR हा पाया घेतला. P पासून QR या पायावर PM हा लंब काढला.

आकृती 1: बिंदू M , रेष QR वर आहे.

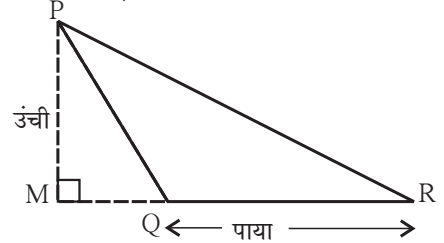


ΔPQR व ΔPMQ काटकोन त्रिकोण आहेत.

$$\begin{aligned} A(\Delta PQR) &= A(\Delta PMQ) + A(\Delta PQR) \\ &= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} l(QR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची} \end{aligned}$$

$$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची}$$

आकृती 2: बिंदू M , रेष QR च्या बाहेर आहे.



ΔPQR व ΔPMQ काटकोन त्रिकोण आहेत.

$$\begin{aligned} A(\Delta PQR) &= A(\Delta PQR) - A(\Delta PMQ) \\ &= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची} \end{aligned}$$

$$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची}$$



$$\text{त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची}$$

उदा. एका काटकोन त्रिकोणाच्या काटकोन करणाऱ्या बाजू 3.5 सेमी व 4.2 सेमी आहेत, तर त्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ काढा.

उकल: काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या लांबीचा गुणाकार

$$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$$
$$= 7.35 \text{ चौसेमी}$$

उदा. एका त्रिकोणाचा पाया 5.6 सेमी व उंची 4.5 सेमी आहे, तर त्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ किती ?

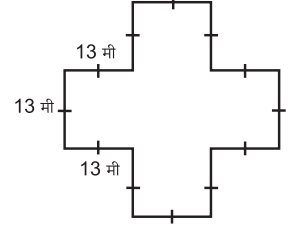
उकल: त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ पाया \times उंची

$$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$$
$$= 12.6 \text{ सेमी}^2$$

(चौसेमी हे सेमी² असेही लिहितात.)

सरावसंच 46

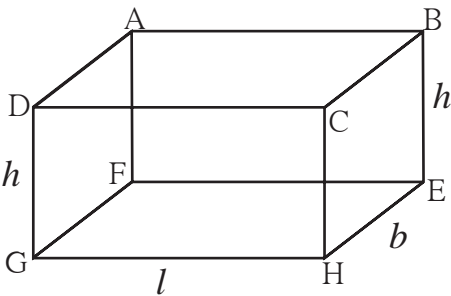
- एका दिनदर्शिकेच्या पानाची लांबी 45 सेमी व रुंदी 26 सेमी आहे, तर त्या पानाचे क्षेत्रफळ किती ?
- एका त्रिकोणाची उंची 3.6 सेमी व पाया 4.8 सेमी आहे, तर त्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ किती ?
- एका आयताकृती भूखंडाची लांबी 75.5 मीटर व रुंदी 30.5 मीटर आहे. त्याचा दर 1000 रुपये चौरस मीटर असल्यास, त्या भूखंडाची किंमत किती ?
- आयताकृती सभागृहाची लांबी 12 मीटर व रुंदी 6 मीटर आहे. या खोलीत 30 सेमी बाजू असलेल्या चौरसाकृती फरश्या बसवायच्या आहेत; तर संपूर्ण सभागृहात किती फरश्या बसतील ? या उदाहरणातील चौरसाकृती फरश्या 15 सेमी बाजूच्या घेतल्या तर किती फरश्या लागतील ?
- शेजारील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे मापे असलेल्या बागेची परिमिती व क्षेत्रफळ काढा.



पृष्ठफळ (Surface area)

कोणत्याही त्रिमितीय वस्तूच्या सर्व पृष्ठभागांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज म्हणजे त्या वस्तूचे पृष्ठफळ असते.

★ इष्टिकाचितीचे पृष्ठफळ



- इष्टिकाचितीला सहा पृष्ठे असतात.
- प्रत्येक पृष्ठ आयताकार असते.
- समोरासमोरील आयताकार पृष्ठांचे क्षेत्रफळ समान असते.
- प्रत्येक कड तिला जोडणाऱ्या इतर दोन कडांना लंब असते.
- इष्टिकाचितीच्या आडव्या पृष्ठाची लांबी l ने व रुंदी b ने दाखवू. उभ्या पृष्ठांची उंची h ने दाखवू.

आयत ABCD चे क्षेत्रफळ = आयत GHEF चे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी = $l \times b$

आयत ADGF चे क्षेत्रफळ = आयत BCHE चे क्षेत्रफळ = रुंदी × उंची = $b \times h$

आयत CHGD चे क्षेत्रफळ = आयत ABEF चे क्षेत्रफळ = लांबी × उंची = $l \times h$

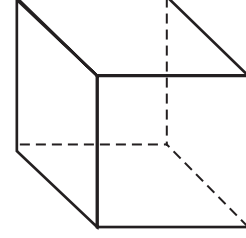
इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ = सर्व आयतांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज

इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ = $2 (लांबी \times रुंदी + रुंदी \times उंची + लांबी \times उंची)$

$$= 2 (l \times b + b \times h + l \times h) = 2 (lb + bh + lh)$$

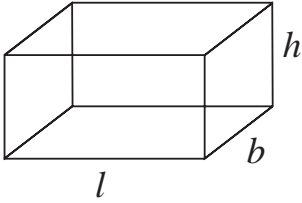
* घनाचे पृष्ठफळ

- घनाला 6 पृष्ठे असतात.
- प्रत्येक पृष्ठ चौरसाकार असते.
- सर्व पृष्ठांचे क्षेत्रफळ समान असते.
- चौरसाची बाजू l मानू.
- घनाच्या एका पृष्ठाचे क्षेत्रफळ = चौरसाचे क्षेत्रफळ
- घनाचे एकूण पृष्ठफळ = 6 चौरसांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज
= $6 \times बाजू^2$
= $6 \times l^2$



उदा. लांबी 1.5 मीटर, रुंदी 1.2 मीटर व उंची 1.3 मीटर अशी मापे असलेली पत्र्याची इष्टिकाचिती आकाराची बंद पेटी तयार करायची असल्यास त्यास किती पत्रा लागेल ?

उकल : पेटीची लांबी = $l = 1.5$ मीटर, रुंदी = $b = 1.2$ मीटर, उंची = $h = 1.3$ मीटर



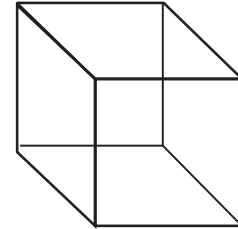
$$\begin{aligned} \text{पेटीचे पृष्ठफळ} &= 2 (l \times b + b \times h + l \times h) \\ &= 2 (1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3) \\ &= 2 (1.80 + 1.56 + 1.95) \\ &= 2 (5.31) \\ &= 10.62 \text{ चौमी.} \end{aligned}$$

पेटी तयार करण्यासाठी एकूण 10.62 चौमी पत्रा लागेल.

उदा. एका घनाकृती पेटीची बाजू 0.4 मी आहे. त्या पेटीला बाहेरून रंग देण्यासाठी दर चौरस मीटरला 50 रुपये प्रमाणे किती खर्च येईल ?

उकल : बाजू = $l = 0.4$ मीटर

$$\begin{aligned} \text{घनाचे एकूण पृष्ठफळ} &= 6 \times (l)^2 \\ &= 6 \times (0.4)^2 \\ &= 6 \times 0.16 = 0.96 \text{ चौमी} \end{aligned}$$



1 चौमी रंगवण्याचा खर्च 50 रुपये.

$$\begin{aligned} \therefore 0.96 \text{ चौमी रंगवण्याचा खर्च} &= 0.96 \times 50 \\ &= 48 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

पेटी रंगवण्यासाठी 48 रुपये खर्च येईल.

- घनाच्या बाजू खालीलप्रमाणे असल्यास त्यांचे एकूण पृष्ठफळ काढा.
(i) 3 सेमी (ii) 5 सेमी (iii) 7.2 मी (iv) 6.8 मी (v) 5.5 मी
- खाली इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी व उंची अनुक्रमे दिलेली आहे, त्यावरून त्यांचे एकूण पृष्ठफळ काढा.
(i) 12 सेमी, 10 सेमी, 5 सेमी. (ii) 5 सेमी, 3.5 सेमी, 1.4 सेमी.
(iii) 2.5 सेमी, 2 मी, 2.4 मी. (iv) 8 मी, 5 मी, 3.5 मी.
- एका आगपेटीची लांबी 4 सेमी, रुंदी 2.5 सेमी व उंची 1.5 सेमी आहे. त्या आगपेटीला बाहेरून रंगीत कागद तंतोतंत चिकटवायचा आहे, तर एकूण किती कागद लागेल ?
- बागेतला पालापाचोळा ट्रॉलीवरून वाहून नेण्यासाठी झाकण नसलेली पत्र्याची पेटी तयार करायची आहे. तिची लांबी 1.5 मीटर, रुंदी 1 मीटर व उंची 1 मीटर आहे. त्यासाठी एकूण किती पत्रा लागेल ? ती पेटी आतून व बाहेरून गंजविरोधक रंगाने रंगवायची आहे, तर 150 रुपये प्रतिचौरस मीटरप्रमाणे ती पेटी रंगवण्यास किती खर्च येईल ?

गणिती गंमत

काही तीन अंकी संख्या अशा असतात की, त्यातील अंकांचा जो गुणाकार येईल त्याने त्या संख्येस भाग जातो.

उदा. (i) 175 ही संख्या घ्या, $1 \times 7 \times 5 = 35$, $\frac{175}{35} = 5$

(ii) 816 ही संख्या घ्या, $8 \times 1 \times 6 = 48$, $\frac{816}{48} = 17$

(iii) 612 ही संख्या घ्या, $6 \times 1 \times 2 = 12$, $\frac{612}{12} = 51$

याप्रमाणे 135, 312, 672 या सुद्धा संख्या आहेत.

अशा आणखी काही संख्या शोधा.

