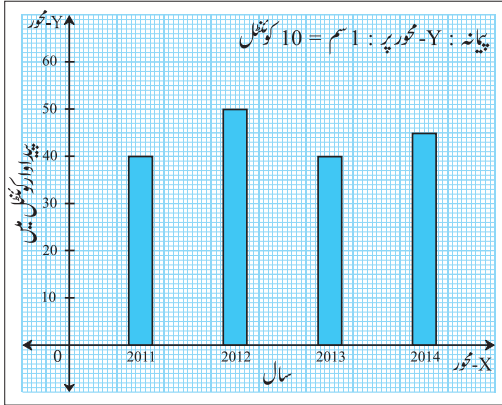


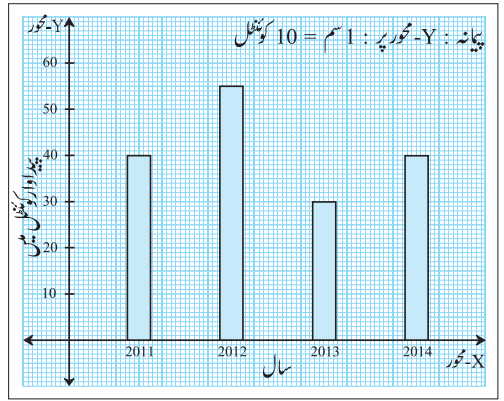
## آئیے بحث کریں

اے اور وے کے کھیتوں میں گیہوں کی پیداوار کو نخل میں کتنی ہوئی ہے اس کی معلومات ذیل میں دی ہوئی ستونی ترسیم میں دکھائی گئی ہے۔ اس کا مشاہدہ کیجیے۔

اے کی گیہوں کی پیداوار



وے کی گیہوں کی پیداوار



## متصل ستونی ترسیم (Joint-Bar Graph)

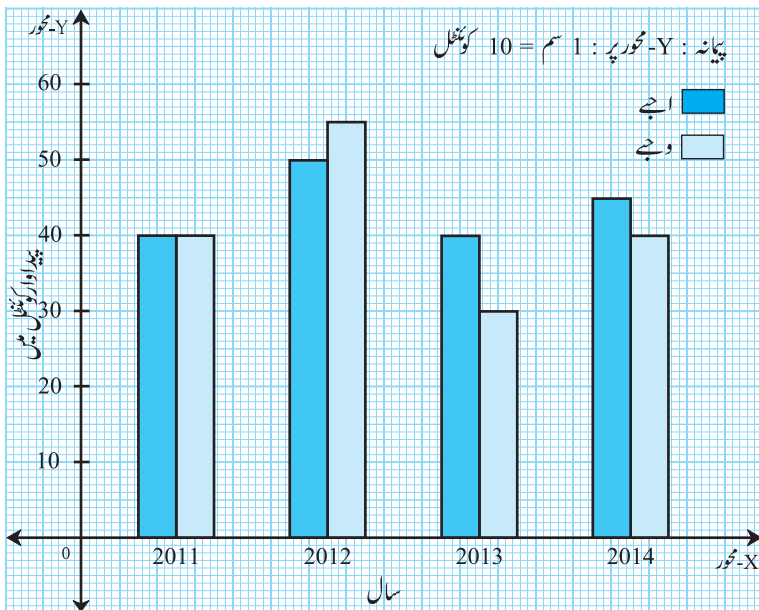
آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا دونوں ترسیم کی معلومات ایک ہی ترسیم میں بتائی جاسکتی ہے۔ اس سے کم جگہ میں زیادہ معلومات دی جاسکتی ہیں، اسی طرح اے اور وے کی گیہوں کی پیداوار کے درمیان موازنہ کرنا آسان ہو جائے گا۔ اس قسم کی ترسیم کو متصل ستونی ترسیم کہتے ہیں۔

اے اور وے کی گیہوں کی پیداوار

متصل ستونی ترسیم کا مشاہدہ کر کے نیچے دیے

ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

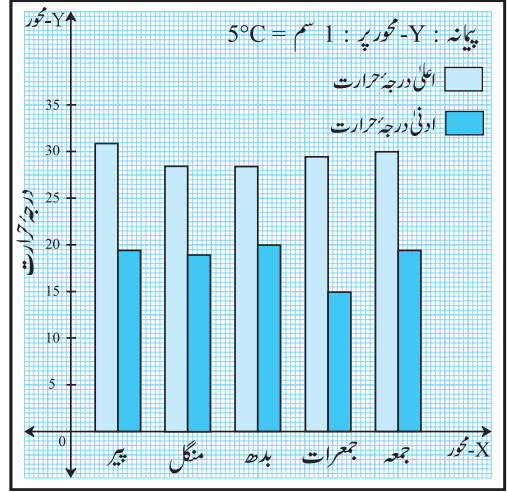
1. کس سال دونوں کی گیہوں کی پیداوار مساوی ہے؟
2. سال 2014 میں گیہوں کی پیداوار کس کی زیادہ تھی؟
3. سال 2013 میں ہر ایک کی گیہوں کی پیداوار کتنی تھی؟



## متصل ستونی تزییم کا پڑھنا

پونہ شہر کا پانچ دنوں کا اعلیٰ و ادنیٰ درجہ حرارت ( $^{\circ}\text{C}$  میں) دیا ہوا ہے۔ متصل ستونی تزییم کا مشاہدہ کر کے نیچے پوچھے ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

- X- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- Y- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- سب سے زیادہ درجہ حرارت کس دن ہے؟
- ادنیٰ درجہ حرارت کس دن سب سے زیادہ ہے؟
- جمعرات کو اعلیٰ اور ادنیٰ درجہ حرارت کے درمیان کتنا فرق ہے؟
- کس دن اعلیٰ اور ادنیٰ درجہ حرارت کے درمیان فرق سب سے زیادہ ہے؟



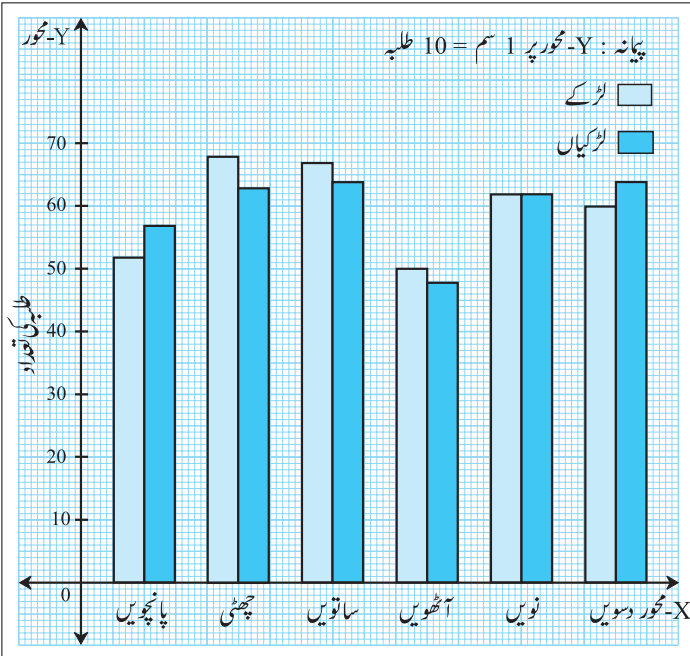
آئیے سمجھ لیں:

## متصل ستونی تزییم (Joint bar graph) بنانا

ایک اسکول کے لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس معلومات سے متصل ستونی بنائیے۔

جماعت	پانچویں	چھٹی	ساتویں	آٹھویں	نویں	دسویں
لڑکے	52	68	67	50	62	60
لڑکیاں	57	63	64	48	62	64

## متصل ستونی تزییم کے لیے مراحل



1. تزییم کاغذ پر X- محور، Y- محور اور ان کا نقطہ تقاطع دکھائیے۔
2. دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں رکھ کر X- محور پر جماعت دکھائیے۔
3. Y- محور پر پیمانہ طے کیجیے۔  
جیسے : 1 اکائی = 10 لڑکے/لڑکیاں  
Y- محور پر لڑکے/لڑکیوں کی تعداد دکھائیے۔
4. طے کردہ پیمانہ کے لحاظ سے ہر جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دکھانے والے ستونوں کی اونچائی طے کیجیے اور ستون کھینچیے۔ دو ستونوں کو الگ الگ دکھانے کے لیے مختلف رنگ استعمال کیجیے۔

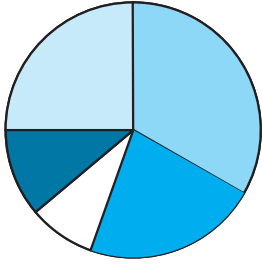


- متصل ستونی ترسیم میں تمام ستونوں کی چوڑائی مساوی ہونا چاہیے۔
- متواتر دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں ہونا چاہیے۔
- متصل ستونی ترسیم کا استعمال موازنہ کے مطالعہ کے لیے کرتے ہیں۔

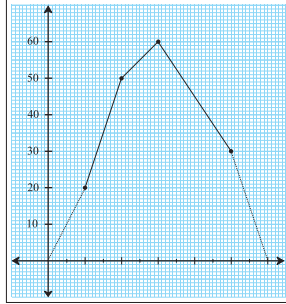
ریاضی میری ساتھی : اخبار میں، ماہنامے میں، معلومات کو پیش کرنا



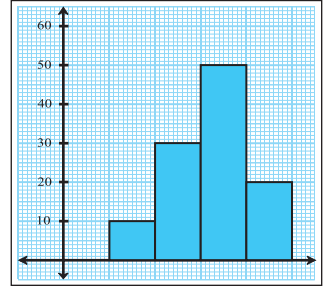
اخبارات سے مختلف قسم کی ترسیموں کا ذخیرہ کر کے اس پر بحث کیجیے۔



3. دائروی ترسیم



2. خطی ترسیم



1. ستونی ترسیم

ICT Tools or Links



معلومات کو پیش کرتے وقت متصل ستونی ترسیم کی بجائے مختلف ترسیموں کا استعمال کیا جاتا ہے۔  
MS-Excell، Graph Matica، Geogebra میں موجود مختلف قسم کی ترسیم اساتذہ کی مدد سے دیکھیے۔

### مشقی سوالات 31

1. عالمی شجرکاری کے دن اسکول میں لگائے ہوئے پودوں کی تعداد جدول میں دی ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

اسکول کے نام	پودوں کی تعداد	بادام	کرنج	نیم	اشوک	گل مہر
نتن ودیالیہ، ملکہ پور		40	60	72	15	42
بھارت ودیالیہ		42	38	60	25	40

2. ایک جوس سینٹر پر سنچر اور اتوار کو مختلف پھلوں کے رس لینے کے لیے آنے والے گاہکوں کی تعداد جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔ اس معلومات سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

دن	پھل	موسمی	سنترا	سیب	انناس
سنچر		43	30	56	40
اتوار		59	65	78	67

3. گرام پنچایت الیکشن میں پانچ پولنگ بوتھوں پر ذیل کے مطابق رائے دی ہوئی/ ووٹ ڈالے گئے۔ اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچئے۔

افراد	پولنگ بوتھ	1	2	3	4	5
مرد		200	270	560	820	850
عورتیں		700	240	340	640	470

4. بھارت کے پانچ شہروں کا اعلیٰ اور ادنیٰ درجہ حرارت °C میں دیا ہوا ہے۔ اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچئے۔

شہر	دہلی	ممبئی	کولکاتا	ناگپور	کپورتھلا
درجہ حرارت (°C میں)					
اعلیٰ درجہ حرارت	35	32	37	41	37
ادنیٰ درجہ حرارت	26	25	26	29	26

5. جدول میں سولا پور، پونہ کے سرکاری دواخانہ میں ایک مہینہ میں ٹیکہ دیے جانے والے بچوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچئے۔

شہر	ٹیکہ کے نام	ڈی۔ پی۔ ٹی۔ ڈوز	پولیو ڈوز	چیچک	یرقان
سولا پور		65	60	65	63
پونہ		89	87	88	86

6. مہاراشٹر اور گجرات ریاستوں میں تعلیم یافتہ لوگوں کا تناسب فی صدی میں دیا ہوا ہے۔ اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچئے۔

ریاست	سال	1971	1981	1991	2001	2011
مہاراشٹر		46	57	65	77	83
گجرات		40	45	61	69	79

### ریاضیاتی پہیلی

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

اس بناء پر کیا،  $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$  کا ضابطہ سمجھ میں آ گیا۔

اس ضابطہ کی مدد سے  $n = 6, 7, 8, \dots$  اعداد کے لیے تصدیق کیجئے۔

سائنس کے تجربات کے اندراجات سے اندازہ کرنے کے لیے اور اسی طرح جغرافیہ، معاشیات، میں متصل ترسیم کا استعمال ہوتا ہے۔



آئیے سمجھ لیں:

(Algebraic Expressions) الجبری عبارتیں

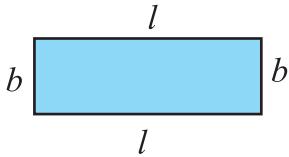
نیچے دی ہوئی جدول میں تیلیوں کی تشکیل کو دیکھیے اور توازن کا مشاہدہ کیجیے۔

تیلیوں کی تشکیل				.....	.....	.....	.....	.....
مربع	1	2	3	4	.....	10	.....	$n$
تیلیوں کی تعداد	4	7	10	13	.....	.....	.....	.....
	$3 + 1$	$6 + 1$	$9 + 1$	$12 + 1$	.....	.....	.....	.....
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$	.....	$3 \times 10 + 1$	.....	$3 \times n + 1$

اوپر دیے ہوئے توازن مشاہدہ کرنے پر یہ سمجھ میں آتا ہے کہ،  $1 +$  مربعوں کی تعداد  $\times 3 =$  تیلیوں کی تعداد  $\rightarrow$  یہاں مربعوں کی تعداد تبدیل ہوتی ہے، وہ 2، 3، 4، ...، 10، ... میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے۔  
مربعوں کی تعداد معلوم نہیں ہو تو اُسے حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں مربعوں کی تعداد کو  $n$  حرف سے ظاہر کیا گیا ہے۔  
یہاں  $n$  متغیر ہے۔ متغیر 'n' کا استعمال کریں تو  $3 \times n + 1$  یعنی  $3n + 1$  الجبری عبارت حاصل ہوتی ہے۔

= 3 گیند  
 = 3 مثلث  
 =  $3t$

=  $\square$  گیند +  $\square$  پلا  
 =  $\square$  آم +  $\square$  امرود  
 $x + x + y + y + y = 2x + 3y$



مستطیل کا احاطہ =  $2l + 2b$   
 $= 2(l + b)$

یہ میری سمجھ میں آگیا

•  $3n + 1$ ،  $3t$ ،  $2x + 3y$ ،  $2(l + b)$  یہ الجبری عبارتیں ہیں۔  
 ان الجبری عبارتوں میں  $n$ ،  $t$ ،  $x$ ،  $y$ ،  $l$ ،  $b$  متغیر ہیں۔

- عبارت  $3x$  میں متغیر  $x$  کا ضریب (coefficient) 3 ہے۔
- $-15t$  میں متغیر  $t$  کا ضریب  $-15$  ہے۔
- جس عبارت میں ضرب ہی ایک عمل ہوتا ہے، اس عبارت کو رکن (term) کہتے ہیں۔
- الجبری عبارت میں کئی رکن ہوتے ہیں۔

مثال : الجبری عبارت  $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$  میں

- پہلا رکن ہے۔ اس میں 4 ضریب ہے۔
- دوسرا رکن ہے۔ اس میں  $-2$  ضریب ہے۔
- تیسرا رکن ہے۔ اس میں  $\frac{5}{6}$  ضریب ہے۔

رکن	ضریب	متغیر
$11mn$	11	$m, n$
$-9x^2y^3$	-9	$x, y$
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	$p$
$a$	1	$a$

یاد رکھیں :

- الجبری عبارت  $15 - x$  میں دو ارکان ہیں۔ پہلا رکن 15 یہ ایک عدد ہے۔  $15 - x = 15 + (-x)$  میں دوسرا رکن  $-x$  ہے۔ اس رکن میں متغیر  $x$  کا ضریب  $(-1)$  ہے۔
- جن ارکان میں متغیر اور ان کی قوت مساوی ہوتی ہے، ان ارکان کو مشابہ ارکان کہتے ہیں۔

غیر مشابہ ارکان (Unlike terms)

- (i)  $7xy, 9y^2, -2xyz$  (ii)  $8mn, 8m^2n^2, 8m^3n$

مشابہ ارکان (Like terms)

- (i)  $2x, 5x, -\frac{2}{3}x$  (ii)  $-5x^2y, \frac{6}{7}yx^2$

(Types of algebraic expressions) الجبری عبارتوں کی قسمیں

عبارت میں موجود ارکان کی تعداد سے عبارت کا نام طے ہوتا ہے۔ ایک رکن والی یک رکنی، دو رکن والی دو رکنی، تین رکن والی سہ رکنی اور تین سے زائد رکن والی کثیر رکنی کہلاتی ہے۔

یک رکنی	دو رکنی	سہ رکنی	کثیر رکنی
● $4x$	● $2x - 3y$	● $a + b + c$	● $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
● $\frac{5}{6}m$	● $2l + 2b$	● $x^2 - 5x + 6$	● $4x^2 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
● $-7$	● $3mn - 5m^2n$	● $8a^2 + 5a^2b + c$	● $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

### مشقی سوالات 32

◎ درج ذیل عبارتوں کے ارکان کی تعداد کی بنا پر یک رکنی عبارت، دو رکنی عبارت وغیرہ قسموں میں جماعت بندی کیجیے۔

- (i)  $7x$  (ii)  $5y - 7z$  (iii)  $3x^3 - 5x^2 - 11$  (iv)  $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$   
(v)  $5m - 3$  (vi)  $a$  (vii)  $4$  (viii)  $3y^2 - 7y + 5$

(Addition of algebraic expressions) الجبری عبارتوں کی جمع

\* یک رکنیوں کی جمع (Addition of monomials)

مثال :  $3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$  : مثال :  $3 \text{ امرودو} + 4 \text{ امرودو} = 7 \text{ امرودو}$   
 مثابہ ارکان کی جمع ایک ہی قسم کی چیزوں کی طرح کرتے ہیں۔  
 مثال : جمع کیجیے۔

غور کیجیے۔  
 $3x + 4y = ?$  کتنا  
 $3 \text{ امرودو} + 4 \text{ آم} = 7 \text{ امرودو} ?$   
 $7m - 2n = 5m ?$

(i)  $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii)  $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{7}\right)ab = \frac{-1}{21}ab$

(iii)  $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

\* دو رکنیوں کی جمع (Addition of binomial expressions)

عمودی ترتیب

مثال : افقی ترتیب

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ + 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

$$\begin{aligned} (2x + 4y) + (3x + 2y) \\ = 2x + 3x + 4y + 2y \\ = 5x + 6y \end{aligned}$$

مثابہ ارکان کی جمع کرتے وقت اُن ارکان کے ضریبوں کی جمع کر کے اس کے آگے منغیر لکھتے ہیں۔

مثال : جمع کیجیے :  $9x^2y^2 - 7xy$  ;  $3x^2y^2 + 4xy$

عمودی ترتیب

افقی ترتیب

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ + 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

$$\begin{aligned} (9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy) \\ = 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy \\ = (9x^2y^2 + 3x^2y^2) (-7xy + 4xy) \\ = 12x^2y^2 - 3xy \end{aligned}$$

کچھ احتیاط برتیں

$3x + 7y$  میں دونوں ارکان غیر مثابہ ہیں۔ اس لیے ان کی جمع  $3x + 7y$  یا  $7y + 3x$  ہی لکھنا ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 33

جمع کیجیے۔

(i)  $9p + 16q$  ;  $13p + 2q$

(ii)  $2a + 6b + 8c$  ;  $16a + 13c + 18b$

(iii)  $13x^2 - 12y^2$  ;  $6x^2 - 8y^2$

(iv)  $17a^2b^2 + 16c$  ;  $28c - 28a^2b^2$

(v)  $3y^2 - 10y + 16$  ;  $2y - 7$

(vi)  $-3y^2 + 10y - 16$  ;  $7y^2 + 8$

### الجبری عبارتوں کی تفریق (Substraction of algebraic expressions)

صحیح اعداد کی تفریق کرتے وقت ایک صحیح عدد سے دوسرا صحیح عدد تفریق کرنا یعنی پہلے صحیح عدد میں دوسرے صحیح عدد کا متضاد عدد (جمعی معکوس) ملانے کا مطالعہ ہم کر چکے ہیں۔

اسی اصول کا استعمال ہم الجبری عبارتوں کی تفریق کرنے کے لیے کرنے والے ہیں۔

مثال :

$$9x - 4x$$

$$= [9 + (-4)]x = 5x$$

مثال :

$$18 - 7$$

$$= 18 + (-7) = 11$$

مثال : پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

$$16x + 23y + 12z ; 9x - 27y + 14z$$

افتی تفریق

$$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$$

$$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$$

$$(16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$$

$$= 7x + 50y - 2z$$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{r} 16x + 23y + 12z \\ - \quad \oplus 9x \ominus 27y \oplus 14z \\ \hline 7x + 50y - 2z \end{array}$$

(جو عبارت تفریق کرنا ہے اس عبارت کے ہر رکن کی علامت تبدیل کر کے جمع کیجیے)

### مشقی سوالات 34

◎ پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

- (i)  $(4xy - 9z) ; (3xy - 16z)$  (ii)  $(5x + 4y + 7z) ; (x + 2y + 3z)$   
 (iii)  $(14x^2 + 8xy + 3y^2) ; (26x^2 - 8xy - 17y^2)$  (iv)  $(6x^2 + 7xy + 16y^2) ; (16x^2 - 17xy)$   
 (v)  $(4x + 16z) ; (19y - 14z + 16x)$

### الجبری عبارتوں کا ضرب (Multiplication of algebraic expressions)

\* ایک رکنوں کی ضرب

مثال :

$$(-12x) \times 3y^2$$

$$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$$

$$= -36xy^2$$

مثال :

$$(-3x^2) \times (-4xy)$$

$$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$$

$$= 12x^3y$$

مثال :

$$3x \times 12y$$

$$= 3 \times 12 \times x \times y$$

$$= 36xy$$

مثال :

$$2a^2 \times 3ab^2$$

$$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$$

$$= 6a^3b^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

دو ایک رکنوں کی ضرب کرتے وقت، سب سے پہلے علامتوں کو ذہن میں رکھتے ہوئے ضربیوں کی ضرب کیجیے۔ بعد میں متغیروں کی ضرب کیجیے۔

مثال :  $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$   
 $= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$   
 $= 21xz - 18yz$

مثال :  $x(x + y)$   
 $= x \times x + x \times y$   
 $= x^2 + xy$

$(3x + 4y)(5x + 7y)$   
 $= 3x(5x + 7y) + 4y(5x + 7y)$   
 $= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$   
 $= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$   
 $= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

مثال : 
$$\begin{array}{r} 3x + 4y \\ \times \quad 5x + 7y \\ \hline 15x^2 + 20xy \quad \dots \text{ (5x سے ضرب دینا)} \\ + 21xy + 28y^2 \quad \dots \text{ (7y سے ضرب دینا)} \\ \hline 15x^2 + 41xy + 28y^2 \quad \dots \text{ (جمع کرنے پر)} \end{array}$$

مثال : ایک مستطیلی کھیت کی لمبائی  $(2x + 7)$  میٹر اور چوڑائی  $(x + 2)$  میٹر، تو اس کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے۔  
 حل :  $\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{مستطیلی کھیت کا رقبہ}$

$= (2x + 7) \times (x + 2)$   
 $= 2x(x + 2) + 7(x + 2)$   
 $= 2x^2 + 4x + 7x + 14$   
 $= 2x^2 + 11x + 14$

اس لیے مستطیلی کھیت کا رقبہ  $(2x^2 + 11x + 14)$  مربع میٹر ہے۔

### مشقی سوالات 35

1. ضرب کیجیے۔

(i)  $16xy \times 18xy$  (ii)  $23xy^2 \times 4yz^2$  (iii)  $(12a + 17b) \times 4c$  (iv)  $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. ایک مستطیل کی لمبائی  $(8x + 5)$  سم اور چوڑائی  $(5x + 3)$  سم ہے، تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔

آئیے ذرا یاد کریں :

### یک متغیری مساواتیں (Equations in one variable)

درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(1)  $x + 7 = 4$  (2)  $4p = 12$  (3)  $m - 5 = 4$  (4)  $\frac{t}{3} = 6$

آئیے سمجھ لیں :

مثال  $3x - 5 = x - 17$   
 $\therefore 3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$   
 $\therefore 2x = -12$   
 $\therefore x = -6$

مثال  $2x + 2 = 8$   
 $\therefore 2x + 2 - 2 = 8 - 2$   
 $\therefore 2x = 6$   
 $\therefore x = 3$

مثال : ایک مستطیل کی لمبائی، اس کی چوڑائی کے دُگنا سے 1 سم زیادہ ہے۔ اس مستطیل کا احاطہ 50 سم ہو تو اس کی لمبائی کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی  $x$  سم ہے۔

اس لیے مستطیل کی لمبائی  $(2x + 1)$  سم ہوگی۔

مستطیل کا احاطہ = چوڑائی  $\times$  2 + لمبائی  $\times$  2

$$\therefore 2(2x + 1) + 2x = 50$$

$$\therefore 4x + 2 + 2x = 50$$

$$\therefore 6x + 2 = 50$$

$$\therefore 6x = 50 - 2$$

$$\therefore 6x = 48$$

$$\therefore x = 8$$

مستطیل کی چوڑائی 8 سم ہے۔

$$\text{مستطیل کی لمبائی} = 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$$

$$\therefore \text{مستطیل کی لمبائی} = 17 \text{ سم}$$

مثال : ایک طبعی عدد اور اس کے آگے متواتر عدد کی جمع 69 ہے، تو وہ عدد کون سا ہے؟

حل : فرض کیجیے  $x$  طبعی عدد ہے۔

اس کے آگے کا متواتر عدد  $x + 1$  ہے۔

$$(x) + (x + 1) = 69$$

$$\therefore x + x + 1 = 69$$

$$\therefore 2x + 1 = 69$$

$$\therefore 2x = 69 - 1$$

$$\therefore 2x = 68$$

$$\therefore x = 34$$

$$\therefore \text{طبعی عدد} = 34$$

$$\therefore \text{آگے کا متواتر طبعی عدد} = 34 + 1$$

$$= 35$$

یاد رکھیں : حل شدہ مثالوں سے سمجھ میں آتا ہے کہ، کسی رکن کو مساوات میں '=' علامت کے ایک طرف سے دوسری طرف لے جاتے وقت اُس کی علامت بدلنا ہوتا ہے۔

### مشقی سوالات 36

1.  $(3x - 11y) - (17x + 13y)$  اس تفریق کے حل کے لیے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

(i)  $7x - 12y$  (ii)  $-14x - 54y$  (iii)  $-3(5x + 4y)$  (iv)  $-2(7x + 12y)$

2.  $(23x^2y^3z) \times (-15x^3y^2z^2)$  کا جواب ..... آئے گا۔

(i)  $-345x^5y^4z^3$  (ii)  $345x^2y^3z^5$  (iii)  $145x^3y^2z$  (iv)  $170x^3y^2z^3$

3. درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(i)  $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$  (ii)  $10 = 2y + 5$  (iii)  $5m - 4 = 1$

(iv)  $6x - 1 = 3x + 8$  (v)  $2(x - 4) = 4x + 2$  (vi)  $5(x + 1) = 74$

4. راکیش کی عمر ثانیہ کی عمر سے 5 سال کم ہے۔ اُن کی عمروں کا مجموعہ 27 سال ہے، تو ہر ایک کی عمر کتنی ہے؟

5. ایک جنگل میں اشوکا کے جتنے درخت لگائے گئے ہیں اُس سے جامن کے 60 درخت زیادہ لگائے گئے ہیں۔ وہاں دونوں قسم کے کل درخت 200 ہیں، تو جامن کے درختوں کی تعداد کتنی ہے؟

6. شہناگی کے پاس 50 روپے کے جتنے نوٹ ہیں۔ اُس سے دُگنا 20 روپے کے نوٹ ہیں۔ اس کے پاس کل 2700 روپے ہیں تو 50 روپے کے نوٹ کتنے ہیں؟

7.\* وراث کے بنائے گئے رن روہت کے رنوں سے دُگنا تھے۔ دونوں کے رنوں کو ملا کر کل رن دو سیکڑہ سے دو کم تھے۔ تو ہر ایک نے کتنے رن بنائے؟

1. درج ذیل مثالیں حل کیجیے۔

- (i)  $(-16) \times (-5)$  (ii)  $(72) \div (-12)$  (iii)  $(-24) \times 2$   
 (iv)  $125 \div 5$  (v)  $(-104) \div (-13)$  (vi)  $25 \times (-4)$

2. مفرد اجزائے ضربی کر کے درج ذیل اعداد کا 'م ع' اور 'م ذ' معلوم کیجیے۔

- (i) 75,135 (ii) 114,76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3.\* مختصر کیجیے۔

- (i)  $\frac{322}{391}$  (ii)  $\frac{247}{209}$  (iii)  $\frac{117}{156}$

4. درج ذیل اعداد کے جذرا لربع معلوم کیجیے۔

- (i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. ایک الیکشن (انتخاب) کے لیے چار پولنگ بوتھ دیے ہوئے ہیں۔ ہر بوتھ پر عورتوں اور مردوں کی رائے وہی کی معلومات جدول میں دی ہوئی ہے۔ اس پر سے متصل ستونی ترمیم کھینچیے۔

پولنگ بوتھ	نوو دیہ و دیالیہ	و دیانکیتین شمالا	سٹی ہائی اسکول	ابھینو شمالا
عورتیں	500	520	680	800
مرد	440	640	760	600

6. کثیر رکنی حل کیجیے۔

- (i)  $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$  (ii)  $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$   
 (iii)  $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$  (iv)  $3 \times \{4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2\}$

7. حل کیجیے۔

- (i)  $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$  (ii)  $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$  (iii)  $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$  \*(iv)  $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8.  $\triangle ABC$  اس طرح بنائیے کہ  $m\angle A = 55^\circ$ ،  $m\angle B = 60^\circ$  اور  $l(AB) = 5.9$  سم

9.  $\triangle XYZ$  اس طرح بنائیے کہ  $l(XY) = 3.7$  سم،  $l(YZ) = 7.7$  سم،  $l(XZ) = 6.3$  سم

10.  $\triangle PQR$  اس طرح بنائیے کہ  $m\angle P = 80^\circ$ ،  $m\angle Q = 70^\circ$  سم  $l(QR) = 5.7$  سم

11. دی ہوئی پیمائش کے مطابق  $\triangle EFG$  بنائیے، سم  $l(FG) = 5$ ،  $m\angle EFG = 90^\circ$  سم  $l(EG) = 7$

12.  $\triangle LMN$  میں سم  $l(LM) = 6.2$ ،  $m\angle LMN = 60^\circ$  سم  $l(MN) = 4$  ہو تو  $\triangle LMN$  بنائیے۔

13. درج ذیل زاویوں کے مکملہ زاویوں کی پیمائش لکھیے۔

- (i)  $35^\circ$  (ii)  $a^\circ$  (iii)  $22^\circ$  (iv)  $(40 - x)^\circ$

14. درج ذیل زاویوں کے متمم زاویوں کی پیمائش لکھیے۔

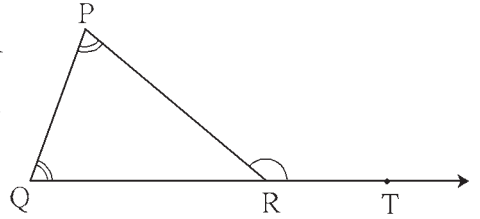
- (i)  $111^\circ$  (ii)  $47^\circ$  (iii)  $180^\circ$  (iv)  $(90 - x)^\circ$

15. درج ذیل اشکال بنائیے۔

(1) متصلہ زاویوں کی جوڑی (2) ایسے دو زاویے بنائیے جو متمم زاویے ہیں لیکن متصلہ نہیں۔ (3) دو متصلہ مکملہ زاویوں کی جوڑی

16.  $m\angle PRQ = 70^\circ$  ہو تو  $\triangle PQR$  میں  $\angle P$  اور  $\angle Q$  کی پیمائش مساوی ہیں اور  $m\angle PRQ = 70^\circ$  ہو تو

درج ذیل زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔



- (i)  $m\angle PRT$       (ii)  $m\angle P$       (iii)  $m\angle Q$

مختصر کیجیے۔ 17

- (i)  $5^4 \times 5^3$       (ii)  $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$       (iii)  $\left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$       (iv)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{4}{5}\right)$

قیمت معلوم کیجیے۔ 18

- (i)  $17^{16} \div 17^{16}$       (ii)  $10^{-3}$       (iii)  $(2^3)^2$       (iv)  $4^6 \times 4^{-4}$

حل کیجیے۔ 19

(i)  $(6a - 5b - 8c) + (15b + 2a - 5c)$       (ii)  $(3x + 2y)(7x - 8y)$

(iii)  $(7m - 5n) - (-4n - 11m)$       (iv)  $(11m - 12n + 13p) - (9m + 7n - 8p)$

درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔ 20

(i)  $4(x + 12) = 8$       (ii)  $3y + 4 = 5y - 6$

### کثیر متبادل والے سوالات

• درج ذیل سوالوں کے متبادل جواب دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

1. مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو ..... کہتے ہیں۔

- (i) حالت مرکز      (ii) راس      (iii) داخلی مرکز      (iv) نقطہ تقاطع

2.  $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 = \dots\dots\dots$

- (i)  $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$       (ii)  $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$       (iii)  $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$       (iv)  $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3.  $5 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)$  کی مختصر صورت ..... ہے۔

- (i) 3      (ii) 5      (iii) 0      (iv)  $\frac{1}{3}$

4. مساوات  $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$  کا حل ..... ہے۔

- (i)  $\frac{5}{3}$       (ii)  $\frac{7}{2}$       (iii) 4      (iv)  $\frac{3}{2}$

5.\* درج ذیل میں سے کس کثیر رکنی کی قیمت 37 ہے۔

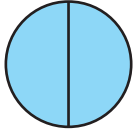
- (i)  $10 \times 3 + (5 + 2)$       (ii)  $10 \times 4 + (5 - 3)$       (iii)  $8 \times 4 + 3$       (iv)  $(9 \times 3) + 2$



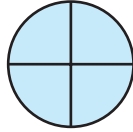
## آئیے بحث کریں

## مستقیم تناسب (Direct proportion)

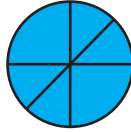
ہم نے گذشتہ سال دو اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے انہیں نسبت میں لکھنا سیکھ چکے ہیں۔  
مثال : اب ذیل کی شکلیں دیکھیے۔ یہاں دائرے میں بنائے ہوئے قطر کی وجہ سے دائرے کے حصے دکھائے ہوئے ہیں۔



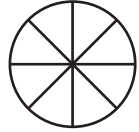
(A)



(B)



(C)



(D)

کیا یہاں قطروں کی تعداد اور بنے ہوئے دائرے کے حصوں کی تعداد میں کچھ تعلق نظر آتا ہے؟

● شکل (A) میں ایک قطر کی وجہ سے دائرے کے  حصے بن گئے ہیں۔

● شکل (B) میں دو قطروں کی وجہ سے دائرے کے  حصے بن گئے ہیں۔

● شکل (D) میں چار قطروں کی وجہ سے دائرے کے  حصے بن گئے ہیں۔

یہاں قطر کی تعداد اور ان سے بنے ہوئے حصوں کی تعداد کی نسبت مستقل ہے ...  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$  قطر کی تعداد / حصوں کی تعداد

مثال : نگر پریشد کے اسکول میں طلبہ کو ملی ہوئی بیاضوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔

طلبہ	15	12	10	5
بیاضیں	90	72	60	30

$$\frac{\text{طلبہ کی تعداد}}{\text{بیاضوں کی تعداد}} = \frac{15}{90} = \frac{12}{72} = \frac{10}{60} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

یعنی یہاں نسبت 1 : 6 مستقل (Constant) ہے۔

اوپر کے دونوں مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ قطروں کی تعداد بڑھانے پر دائرے کے حصوں کی تعداد بڑھتی ہے۔ طلبہ کی تعداد کم ہونے پر بیاضوں کی تعداد بھی کم ہو جاتی ہے۔ قطر کی تعداد اور دائرے کے حصوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں اسی طرح طلبہ کی تعداد اور بیاضوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں۔

سرگرمی :

★ کیا موٹر سائیکل میں بھرا ہوا پیٹرول اور اس کے ذریعے طے کردہ فاصلہ مستقیم تناسب میں ہوتا ہے؟ غور کیجیے۔

★ کیا ہم سائنسی معاملات اور روزمرہ کے لین دین میں مستقیم تناسب میں بدلنے والے اعداد کی مثالیں دے سکتے ہیں؟ اس تعلق سے بحث کریں۔

مثال : 10 قلم کی قیمت 60 روپے ہو تو، ایسے 13 قلم کی قیمت کتنے روپے ہوگی؟

حل : 13 قلم کی قیمت معلوم کرنا ہے۔ فرض کیجیے وہ  $x$  روپے ہے۔

$$\therefore \frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$$\therefore 10x = 780 \quad (\text{طرفین کو } 60x \text{ سے ضرب کرنے پر})$$

$$\therefore x = 78$$

13 قلم کی قیمت 78 روپے ہے۔

قلم کی تعداد اور اس کی قیمت مستقیم تناسب میں ہے۔ اس لیے انھیں نسبت میں لکھ کر مساوات حاصل کریں۔

### مشقی سوالات 37

1. 7 کلوگرام پیاز 140 روپے میں ہو تو 12 کلوگرام پیاز کتنے روپے میں ملے گی؟
2. 600 روپے میں 15 گھاس کے گٹھے ہوں تو، 1280 روپیوں میں کتنے گھاس کے گٹھے ملیں گے؟
3. روزانہ 13 کلوگرام 500 گرام اضافی خوراک 9 گائے کو درکار ہو تو اس تناسب سے 12 گائے کو کتنی خوراک درکار ہوگی؟
4. 12 کوئٹل سویا بین 36000 روپے میں ملتا ہو تو 8 کوئٹل سویا بین کی قیمت کتنی ہوگی؟
5. اگر دو موبائیل کی قیمت 16,000 روپے ہو تو 13 موبائیل خریدنے کے لیے کتنے روپے درکار ہوں گے؟

سمجھ لیں :

### معلوس تناسب (Inverse proportion)

شجر کاری کے لیے 90 گڑھے کھودنے کے لیے کچھ رضا کار جمع ہوئے ہیں۔ ایک رضا کار روزانہ ایک گڑھا کھودتا ہے۔

$$\text{دن} = \frac{90}{15} = 6 \quad \text{رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن}$$

$$\text{دن} = \frac{90}{10} = 9 \quad \text{رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن}$$

کیا رضا کاروں کی تعداد اور گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن مستقیم تناسب میں ہیں؟



رضا کاروں کی تعداد کم ہونے پر درکار دنوں کی تعداد بڑھتی ہے یا اس کے برعکس۔ رضا کاروں کی تعداد بڑھنے پر درکار دن کم ہو جاتے ہیں۔ رضا کار اور دنوں کی تعداد کا حاصل ضرب مستقل ہے۔ لہذا ہم کہتے ہیں کہ یہ اعداد معلوس تناسب میں ہیں۔

فرض کیجیے سڈھا کو ایک مجموعہ سوالات سے 48 مثالیں حل کرنا ہے۔ اگر وہ روزانہ ایک مثال حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے 48 دن لگتے ہیں۔ اس نے روزانہ 8 مثالیں حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے  $\frac{48}{8} = 6$  دن درکار ہوں گے۔

وہ اگر روزانہ 12 مثالیں حل کرتی ہو تو اسے  $\frac{48}{12} = 4$  دن درکار ہوں گے۔

روزانہ حل کی ہوئے مثالیں اور درکار دن معلوس تناسب میں ہیں۔ ان کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اس بات کو ذہن نشین رکھیے کہ '  $8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$  '

مثال : ایک بڑی دیوار تعمیر کرنے کے لیے 15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہوں تو 12 مزدوروں کو وہی کام مکمل کرنے کے لیے کتنے گھنٹے درکار ہوں گے؟  
**حل :** مزدوروں کی تعداد بڑھتی ہے تو کام کے لیے درکار وقت کم لگتا ہے۔ مزدوروں کی تعداد اور انہیں لگنے والا وقت معکوس تناسب میں ہے۔  
 مزدوروں کی تعداد اور دیوار کی تعمیر کے لئے درکار گھنٹوں کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اب ہم  $x$  متغیر کا استعمال کرتے ہوئے مثال حل کریں گے۔ فرض کیجئے کہ 12 مزدوروں کو  $x$  گھنٹے لگتے ہیں۔

$\therefore 12 \times x = 15 \times 8$	15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہیں :
$\therefore 12x = 120$	12 مزدوروں کو $x$ گھنٹے لگتے ہیں۔
$\therefore x = 10$	

اس لیے 12 مزدوروں کو دیوار تعمیر کرنے کے لیے 10 گھنٹے لگیں گے۔

مثال : کلاس روم میں 40 صفحوں والا دستی شمارہ بنانے کا کام شروع کیا گیا ہے۔ ایک طالب علم کو یہ شمارہ بنانے کے لیے 80 دن لگتے ہیں۔ تو 4 طلبہ کو وہی شمارہ بنانے کے لیے صفحوں والا کتنے دن لگیں گے؟

**حل :** ایک ہی کام زیادہ طلبہ کرتے ہوں تو درکار دن کم ہوتے ہیں۔ یعنی طلبہ کی تعداد اور درکار دن کی تعداد میں معکوس تناسب ہے۔ فرض کیجئے 4 طلبہ کو  $x$  دن لگتے ہیں۔

$\therefore 4x = 80 \times 1$	
$\therefore x = \frac{80}{4}$	
$\therefore x = 20$	

طلبہ	دن
1	80
4	$x$

$\therefore$  4 طلبہ کو 20 دن درکار ہوں گے۔

مثال : ایک اسکول کے ساتویں جماعت کے طلبہ سیر کے لیے بس کے ذریعے فارم ہاؤس گئے۔ اس وقت انہیں کچھ تجربات حاصل ہوئے ان کا مطالعہ کیجئے اور ہر تجربہ کے اعداد مستقیم تناسب میں ہیں یا معکوس تناسب میں لکھیے۔

● سیر کے خرچ کے لیے ہر طالب علم سے 60 روپے جمع کیے گئے۔

کل 45 طلبہ تھے۔ اس لیے کل  روپے جمع ہوئے۔

طلبہ کی تعداد اور جمع ہونے والی رقم ..... تناسب میں ہیں۔

● اسکول کے پڑوس کے حلوائی نے سیر کے لیے 90 لڈو دیے۔

45 طلبہ سیر کے لیے آئیں گے تو ہر ایک کو  لڈو ملیں گے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے لڈو ..... تناسب میں ہیں۔

● اسکول سے سیر کا مقام 120 کلومیٹر تھا۔

فارم ہاؤس کو جاتے وقت بس کی رفتار 40 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے کل  گھنٹے لگے۔

واپس آتے وقت بس کی رفتار 60 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے  گھنٹے لگے۔

بس کی رفتار اور درکار وقت ..... تناسب میں ہیں۔

● کسان نے اس کے درخت کے بیر جمع کیے وہ کل 180 تھے۔

اس نے وہ تمام بیر 45 طلبہ کو مساوی تقسیم کیا، ہر ایک کو  بیر ملے۔

اگر 60 طلبہ ہوتے تو ہر ایک کو  بیر ملے ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے بیر کی تعداد ..... تناسب میں ہیں۔

### مشقی سوالات 38

1. ایک کھیت کی کھرپنی (صفائی) مکمل کرنے کے لئے 5 مزدوروں کو 12 دن لگتے ہیں، تو 6 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟  
15 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟
2. موہن راؤ نے روزانہ 40 صفحات کے حساب سے ایک کتاب کا مطالعہ کیا، تو اس کتاب کی پڑھائی 10 دن میں مکمل ہوتی ہے۔ وہی کتاب 8 دن میں مکمل پڑھنا ہو تو ہر روز کتنے صفحے پڑھنا ہوگا؟
3. 'مریم' کی سائیکل چلانے کی رفتار فی گھنٹہ 6 کلومیٹر ہے۔ اسے 12 کلومیٹر فاصلہ پر واقع خالہ کے گھر جانا ہے، تو اسے کتنا وقت لگے گا؟ اگر سائیکل کی رفتار فی گھنٹہ 4 کلومیٹر ہو تو کتنا وقت لگے گا؟
4. ایک سرکاری گودام میں اناج کا ذخیرہ 4000 لوگوں کو 30 دن کے لئے کافی ہوتا ہے، تو وہ اناج کا ذخیرہ 6000 لوگوں کے لئے کتنے دنوں تک کافی ہوگا؟

آئیے سمجھ لیں:

### شراکت (Partnership)

کوئی بھی کاروبار شروع کرتے وقت جگہ، خام مال وغیرہ کے لیے پیسوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس رقم کو سرمایہ کہتے ہیں۔ اکثر دو یا زائد افراد مل کر سرمایہ جمع کرتے ہیں۔ یعنی وہ افراد شراکت کے ذریعے سرمایہ کاری کرتے ہوئے کاروبار شروع کرتے ہیں۔ شراکت کے کاروبار میں بینک میں شراکت دار کے مخلوط کھاتہ ہوتے ہیں۔ اس کاروبار کے لئے سرمایہ کی جس تناسب میں سرمایہ کاری ہوتی ہے اس تناسب سے کاروبار میں حاصل ہونے والے نفع یا نقصان کی تقسیم ہوتی ہے۔

مثال : سلیم اور عقیل نے بالترتیب 2100 اور 2800 روپے سرمایہ لگا کر کاروبار شروع کیا۔ انھیں 3500 روپے نفع ہوا، تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟

حل : سرمایہ کی نسبت معلوم کریں گے۔  $\frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$  (یعنی سرمایہ کی نسبت 3 : 4 ہے)

نفع کی تقسیم سرمایہ کے تناسب میں کرنا ہے۔ فرض کیجیے سلیم کا نفع  $3x$  اور عقیل کا نفع  $4x$  ہے۔

$$\therefore 3x + 4x = 3500 \quad \dots \text{ (کل نفع 3500 روپے ہے)}$$

$$\therefore 7x = 3500 \quad \therefore x = 500$$

$$\therefore \text{روپے } 4x = 2000 = \text{عقیل کا نفع اور روپے } 3x = 1500 = \text{سلیم کا نفع}$$

مثال : ایک کاروبار میں پرکاش اور سیام نے 130000 روپے سرمایہ 2 : 3 کی نسبت میں سرمایہ کاری کی تو ہر ایک کی سرمایہ کاری کتنی ہے؟ اس کاروبار میں انھیں 36000 روپے نفع حاصل ہوا، تو ہر ایک کا نفع کتنا ہوگا؟

حل : پرکاش اور سیام ان کے سرمایہ کاری کا تناسب 2 : 3 ہے۔

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع کی تقسیم ہوتی ہے اس لئے نفع کا تناسب 2 : 3 ہوگا۔

فرض کیجیے پرکاش کا نفع  $3x$  اور سیام کا نفع  $2x$  ہے۔

$$\therefore 3x + 2x = \text{کل نفع}$$

$$5x = 36000$$

$$\therefore \frac{5x}{5} = \frac{36000}{5} \quad (5 \text{ سے تقسیم کرنے پر})$$

$$\therefore x = 7200$$

$$\therefore \text{پرکاش کا نفع} = 3x$$

$$= 3 \times 72000$$

$$= ₹ 21600$$

$$\text{سیام کا نفع} = 2x$$

$$= 2 \times 72000$$

$$= ₹ 14400$$

فرض کیجیے پرکاش کی سرمایہ کاری  $3y$  اور سیام کی سرمایہ کاری  $2y$  ہے۔

$$\text{کل سرمایہ کاری} = 3y + 2y$$

$$\therefore 5y = 130000$$

$$\therefore \frac{5y}{5} = \frac{130000}{5} \quad (5 \text{ سے تقسیم کرنے پر})$$

$$\therefore y = 26000$$

$$\therefore \text{پرکاش کی سرمایہ کاری} = 3y$$

$$= 3 \times 26000$$

$$= ₹ 78000$$

$$\text{سیام کی سرمایہ کاری} = 2y$$

$$= 2 \times 26000$$

$$= ₹ 52000$$

مثال : عبدل، ساجد اور جوزف نے نیتا کو 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے دیئے۔ نیتا نے اس میں 150 روپے ملا کر کاغذ اور رنگ خریدا۔ سب

نے ان چیزوں سے تحفہ کے کارڈ بنائے اور فروخت کیے۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملے گا؟

حل : چاروں کا سرمایہ ملا کر کل سرمایہ 300 روپے تھا۔ اس میں سے نیتا کے 150 روپے یعنی نصف سرمایہ اُسی کا تھا۔ انھیں کل 420 روپے منافع

حاصل ہوا۔ سائیلی کا منافع 420 کا نصف یعنی 210 روپے ہوگا۔ بقیہ منافع عبدل، ساجد اور جوزف کو تقسیم کرنا ہوگا۔ عبدل، ساجد اور جوزف ان

کا سرمایہ بالترتیب 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے ہے۔ سرمایہ کا تناسب 50 : 70 : 30 کی نسبت میں ہے۔ یعنی 5 : 7 : 3 کی نسبت

میں ہے۔ تینوں کا منافع 210 روپے ہے۔

فرض کیجیے ان کا منافع بالترتیب  $3k$ ,  $7k$ ,  $5k$  ہے۔

$$\therefore 3k + 7k + 5k = 210$$

$$\therefore 15k = 210$$

$$\therefore k = 14$$

$$\text{روپے } 98 = 7k = 7 \times 14 = \text{ساجد کا نفع} , \text{ روپے } 42 = 3k = 3 \times 14 = \text{عبدل کا نفع}$$

$$\text{روپے } 70 = 5k = 5 \times 14 = \text{جوزف کا نفع}$$

مثال : سریتا بین، عائشہ اور میناکشی ہر ایک نے 2400, 5200 اور 3400 روپے سرمایہ کاری کر کے کاروبار شروع کیا۔ انھیں 50% منافع حاصل ہوا۔ تو

وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟ وہ اس منافع کو نہ لیتے ہوئے آئندہ سال کے کاروبار کے لیے سرمایہ میں ملا لیا جائے تو ہر ایک کی اگلے سال کی

شرکت داری کتنی ہوگی؟

$$\rightarrow \text{روپے } 11000 = 2400 + 5200 + 3400 = \text{کل سرمایہ}$$

اس سرمایہ پر 50% نفع حاصل ہوا۔

$$\therefore \text{کل نفع} = \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$$

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع تقسیم کرنا ہے۔

ہم دو اعداد کا تناسب دونوں اعداد کو مشترک عادی سے تقسیم کر کے آسان بناتے ہیں۔ اسی طرح دو سے زائد اعداد کا تناسب آسان بنا سکتے ہیں۔

$$\text{شراکت کا تناسب} = 2400 : 5200 : 3400$$

$$= 24 : 52 : 34$$

... (100 سے تقسیم کرنے پر)

$$= 12 : 26 : 17$$

... (2 سے تقسیم کرنے پر)

$$\text{میںا کشی کا نفع} = 17p, \text{ عا نشہ کا نفع} = 26p, \text{ سریتا بین کا نفع} = 12p$$

فرض کیجیے۔

$$\therefore 12p + 26p + 17p = 55p = 5500, \quad \therefore p = \frac{5500}{55} = 100$$

$$\therefore \text{سریتا بین کا نفع} = 12 \times 100 = 1200, \text{ عا نشہ کا نفع} = 26 \times 100 = 2600$$

$$\text{میںا کشی کا نفع} = 17 \times 100 = 1700$$

نفع نہ لیتے ہوئے وہ سرمایہ میں ملایا جائے تو ہر ایک کی نئی سرمایہ کاری معلوم کریں گے۔

$$\text{روپے} = 2400 + 1200 = 3600 \text{ اگلے سال کے لئے سریتا بین کی سرمایہ کاری}$$

$$\text{روپے} = 5200 + 2600 = 7800 \text{ اگلے سال کے لئے عا نشہ کی سرمایہ کاری}$$

$$\text{روپے} = 3400 + 1700 = 5100 \text{ اگلے سال کے لئے میںا کشی کی سرمایہ کاری}$$

## آئیے بحث کریں

- مذکورہ بالا مثال میں سریتا بین، میںا کشی اور عا نشہ ان میں سے ہر ایک نے نفع نہ نکالتے ہوئے اپنے سرمایہ میں اضافہ کیا تو اگلے سال کے لیے ان کی سرمایہ کاری کا تناسب معلوم کیجیے۔

## مشقی سوالات 39

1. سریش اور رمیش نے 144000 روپے 5 : 4 کی نسبت میں سرمایہ کاری کر کے ایک قطعہ اراضی خریدا۔ کچھ سال بعد فروخت کرنے پر انھیں 20% نفع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟
2. ویراٹ اور سمرات نے بالترتیب 50000 روپے اور 120000 روپے سرمایہ کاری کر کے ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں انھیں 20% نقصان ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نقصان ہوا؟
3. سویتا، بیوش اور نچیتا ان تینوں نے مل کر سولا پوری چادر اور تولیہ فروخت کرنے کا کاروبار 80000 روپے سرمایہ کاری کر کے شروع کیا۔ اس میں سے سویتا کی سرمایہ کاری 30000 روپے تھی اور بیوش کی سرمایہ کاری 12000 روپے تھی۔ انھیں سال کے آخر میں 24% نفع ہوا، تو نچیتا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ نچیتا کو کتنا نفع حاصل ہوا؟
4. الف اور ب نے اپنے حاصل ہونے والے نفع 24500 روپے کو 7 : 3 تناسب میں تقسیم کر لیا۔ ہر ایک نے ملنے والے اپنے منافع میں سے 2% رقم فوجی فلاح فنڈ (سینک کلیان فنڈ) میں جمع کیا، تو ہر ایک نے کتنی رقم فنڈ میں جمع کی؟
- 5\* جیا، سیمبا، کھل اور نلیش چاروں نے ایک کاروبار کے لیے 6 : 7 : 4 : 3 تناسب سے 360000 روپے کی سرمایہ کاری کی، تو جیا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ انھیں اس کاروبار میں 12% نفع ہوا تو کھل کے حصے میں کتنے روپے ملیں گے؟



آئیے ذرا یاد کریں :



بینک پیسوں کا کاروبار کرنے والا سرکار سے منظور شدہ ادارہ ہوتا ہے۔ بینک سے پیسوں کی منصوبہ بندی یعنی معاشی منصوبہ بندی کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ بینک میں نقد رقم جمع کرنے یا نکالنے کا لین دین کر سکتے ہیں۔ اس کے لیے بینک میں کھاتا کھولنا ضروری ہوتا ہے۔ بینک میں مختلف قسم کے کھاتے ہوتے ہیں۔

آئیے سمجھ لیں :



### مختلف کھاتے

#### \* چالو کھاتا (رواں کھاتا) (Current account)

چالو (رواں) کھاتا زیادہ تر بیوپاریوں اور روزانہ پیسوں کا لین دین کرنے والوں کے لیے ہوتا ہے۔ اس میں کھاتا دار ایک دن میں کتنی بھی مرتبہ لین دین کر سکتا ہے۔ بینک اس کھاتے کے لیے پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔ اس قسم کے کھاتا میں جمع رقم پر بینک سود نہیں دیتی۔ چیک کے ذریعے بینک میں پیسے جمع کر سکتے ہیں یا بینک سے پیسے نکال سکتے ہیں۔

#### \* بچت کھاتا (Saving account)

کھاتے دار مخصوص رقم بینک میں جمع کر کے بچت کھاتا کھول سکتا ہے۔ کچھ بینکوں میں بغیر رقم جمع کرتے ہوئے بھی بچت کھاتا کھولا جاسکتا ہے۔ اس کھاتے پر بینک روزانہ جمع توازن پر کچھ سود دیتی ہے۔ اکثر طے شدہ مدت میں کتنی مرتبہ پیسے نکالا جائے اس پر پابندی ہوتی ہے۔ اس کھاتے کے لیے بینک پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔

#### \* متوالی امانت کھاتا (Recurring deposit account)

اس کھاتے میں ہر مہینہ کھاتے دار طے شدہ رقم جمع کرتا ہے۔ اس قسم کے ڈپازٹ پر بینک سود دیتی ہے۔ یہ سود بچت کھاتے سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس طرح کے کھاتے سے کھاتے دار کی لازمی بچت ہوتی ہے۔ مذکورہ بالا کھاتے کے لیے اکثر بینک میں کبھی کبھی مخلوط کھاتا رہنما سہولت بخش ہوتا ہے۔ مثلاً میاں - بیوی، سرپرست و طالب علم وغیرہ۔ اسی طرح کاروبار میں شراکت داری، ہاؤسنگ سوسائٹی، خیراتی ادارے وغیرہ کے لئے بینک کا کھاتا ایک سے زیادہ لوگوں کو استعمال کرنا ضروری ہوتا ہے۔

#### \* معیادی امانت کھاتا (Fixed deposit)

امانت دار مخصوص رقم مخصوص میعاد (وقت) کے لئے بینک میں جمع کرتا ہے اس طرح کے ڈپازٹ پر بینک بچت کھاتے سے زیادہ شرح سود دیتا ہے۔ معیادی امانت پر سود کی شرح ہر بینک میں مختلف ہو سکتی ہے۔ بزرگ شہریوں کو عام شرح سے کچھ زیادہ سود دیا جاتا ہے۔

#### \* کریڈٹ کارڈ، اے ٹی ایم (ATM) / ڈیبٹ کارڈ :

بینک میں نہ جاتے ہوئے نقد رقم حاصل کرنے کے لئے ATM (Automated teller machine) کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔ نقد رقم کے بغیر لین دین کے لیے کریڈٹ کارڈ، ڈیبٹ کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔ اس طرح کے کارڈ درخواست کرنے پر بینک سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

## آئیے بحث کریں



کیا آپ نے بینک پاس بک دیکھا ہے؟

یہاں پر بینک پاس بک کا ایک صفحہ دیا ہوا ہے۔ اس کے اندراجات کا معائنہ کیجیے۔

اَوَل کُر. پَنکِی کُر. LINE.No. No.	تاریخ دینا ک DATE	تپشیل بئورا PARTIVULARS	چک کراما ک چک کراما ک CHEQUE No.	رکام کاٹلی نیکالی گائی راکم AMOUNT WITHDRAWN	رکام ڈیولی جما کی گائی راکم AMOUNT DEPOSITED	شیلک باکی جما BALANCE
1.	2.2.2016	cash			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	cheque	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	cheque	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	self		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	interest			135.00	7635.00

مورخہ 16 - 2 - 2 کو بینک میں جمع کی گئی رقم  روپے۔ میزان رقم  روپے۔

مورخہ 16 - 2 - 12 کو چیک نمبر 243965 سے  رقم نکالی گئی۔ میزان رقم  روپے۔

مورخہ 16 - 2 - 26 کو بینک سے سود (Intrest) ملا۔ وہ رقم  روپے۔

بچت کھاتا اور متوالی امانت کھاتے کے لیے پاس بک دیا جاتا ہے۔ اس پاس بک میں تاریخ کے لحاظ سے جمع کی گئی رقم نکالی گئی رقم اور میزان رقم ان تمام باتوں کا ریکارڈ ہوتا ہے۔

سرگرمی : آپ کے گھر کے سرپرست کی اجازت سے ان کے بینک کے پاس بک کے اندراجات کا مطلب سمجھ لیجیے۔

## آئیے ذرا یاد کریں :



راصل نے اپنے آفس کے کمپیوٹر کو خریدنے کے لیے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے 30000 روپے بینک سے ایک سال کے لیے قرض لیا۔ مدت پوری ہونے پر اسے لی ہوئی قرض کی رقم سے زیادہ 2400 روپے ادا کرنا پڑا۔ اس معلومات کی بنا پر درج ذیل خاکہ مکمل کیجیے۔

روپے  = اصل زر، روپے  = شرح سود، روپے  = سود، سال  = مدت

$30000 + 2400 =$   = بینک کو ادا کی گئی کل رقم

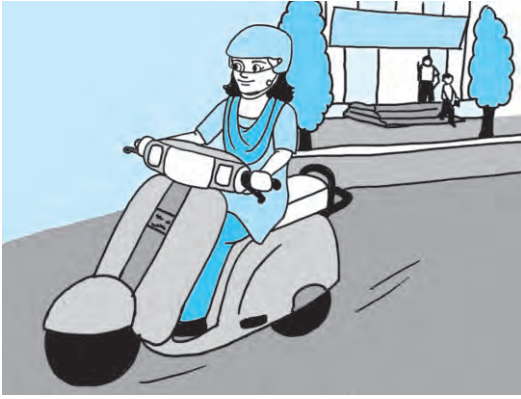
## آئیے سمجھ لیں :



اوپر کی مثال میں راصل نے بینک میں کل کتنی رقم جمع کی اُسے معلوم کرنے کے لیے اصل زر اور سود کی جمع کی گئی۔ اس رقم کو کل زر کہتے ہیں۔

کل زر = اصل زر + سود

مثال : یہاں دو پہیہ گاڑی خریدنے کے لیے 12 فی صدی فی سال کی شرح سے 50000 روپے بینک سے قرض لیا۔ ایک سال بعد وہ بینک کو کتنے روپے واپس لوٹائے گی؟



حل : اوپر کی مثال میں مدت ختم ہونے پر بینک کو واپس کی جانے والی کل رقم معلوم کرنا

ہے۔ یعنی کل زر معلوم کرنا ہے۔ یہاں اصل زر 50000 روپے ہے۔ 12

فی صدی فی سال شرح یعنی 100 روپے اصل زر کا ایک سال کے لیے 12

روپے سود ہے۔ سود کی اصل زر سے نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

فرض کیجیے 50000 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود  $x$  روپے ہے۔

100 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود 12 روپے ہے۔

$$\therefore \frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000 \quad \dots \text{ (طرفین کو 50000 سے ضرب کرنے پر) ...}$$

$$\therefore x = 6000$$

$$\therefore \text{سود} + \text{اصل زر} = \text{کل زر (بینک کو واپس کی جانے والی رقم)}$$

$$= 50000 + 6000$$

$$\therefore \text{بینک کو واپس کی جانے والی رقم} = ₹ 56000$$

مثال : آکاش نے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے بینک میں 25000 روپے 3 سال کے لیے امانت کے طور پر رکھا۔ تو اسے ہر سال کتنے روپے سود ملے گا؟ کل کتنا سود ملے گا؟

حل : اس مثال میں اصل زر 25000 روپے، مدت 3 سال، شرح سود 8 فی صدی فی سال ہے۔ 100 روپے اصل زر پر 8 روپے سود ہے،

اس لیے فرض کیجیے 25000 روپے اصل زر پر ایک سال کے لیے سود  $x$  روپے ہے۔ سود کی اصل زر سے دو طریقوں سے نسبت لکھ کر مساوات بنائیں گے۔

$$\therefore \frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000 \quad \dots \text{ (طرفین کو 25000 سے ضرب کرنے پر) ...}$$

$$\therefore x = 2000$$

آکاش کو ایک سال کے لیے 2000 روپے سود ملے گا۔

$$\therefore \text{اس لیے آکاش کو 3 سال کا کل سود} = 2000 \times 3 = 6000$$

اس لیے آکاش کو 3 سال کا 6000 روپے سود ملے گا۔

مفرد سود کی مثالیں حل کرتے وقت ایک ضابطے کا استعمال ہوتا ہے آئیے اس ضابطے کو دیکھتے ہیں۔  
 ہر سال اصل زر وہی رکھ کر ایک ہی شرح سے سود کا حساب لگایا جاتا ہے۔ اس حساب کو مفرد سود کا حساب کہتے ہیں۔  
 اصل زر 'ا'، مدت 'م' سال کے لیے امانت رکھنے پر شرح سود 'ش' فی صدی فی سال ہو تو کتنا سود ملے گا وہ معلوم کریں۔  
 فرض کیجیے اصل زر 'ا' پر ایک سال کا سود 'س' ہے۔

پہلے کی مثال ضابطہ سے حل کریں گے۔  
 اوپر کی مثال میں  $ا = 25000$ ،  $ش = 8$ ،  $م = 3$   

$$\text{کل سود} = \frac{ا \times ش \times م}{100}$$

$$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$$

$$= 6000$$
 اس لیے کل سود 6000 روپے ہوگا۔

ایک سال کا سود اور اصل زر کے تناسب کو دیکھیں  

$$\therefore \frac{س}{ا} = \frac{ش}{100} \quad \therefore س = \frac{ا \times ش}{100}$$

$$\text{'م' سال کا سود} = س \times م = \frac{ا \times ش \times م}{100}$$

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

یہاں،  $ا = \text{اصل زر}$ ،  $م = \text{مدت (سال میں)}$ ،  $ش = \text{شرح سود}$ ،  

$$\rightarrow \text{کل سود} = \frac{ا \times ش \times م}{100}$$

مثال : سندھ بھاؤ نے اپنے بیٹے کی تعلیم کے لیے بینک سے  $8\frac{1}{2}$  فی صدی فی سال کی شرح سے 120000 روپے، 4 سال کی مدت کے لیے تعلیمی قرض لیا تو اسے مدت ختم ہونے پر کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟

حل : یہاں اصل زر 120000 روپے ہے۔ ضابطے کا استعمال کر کے سود معلوم کریں گے۔ یہاں پر 'ا' = 120000 روپے،  
 'م' = 4 سال، 'ش' = 8.5

$$\therefore \text{کل سود} = \frac{ا \times ش \times م}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$$

$$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$$

$$= 120 \times 85 \times 4$$

$$= 40800$$

کل سود + اصل زر = کل زر

روپے 160800 = 120000 + 40800 = کل زر (بینک کو واپس کی گئی کل رقم یعنی کل زر)

1. ریحانہ نے اسکول کی سچاپیکا میں 1500 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کے لیے رکھے تو اس مدت کے بعد اسے کل کتنی رقم ملے گی؟
2. جیٹھالال نے بینک سے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے 2,50,000 روپے 5 سال کی مدت کے لیے بطور گھر قرض لیا تو انھیں ہر سال کتنا سود دینا ہوگا؟ اسی طرح انھیں بینک کو کل کتنی رقم دینی ہوگی؟
3. شری کانت نے 85000 روپے 7 فی صدی فی سال کی شرح سے  $2\frac{1}{2}$  سال کے لئے 'بچت' بینک میں جمع کیے۔ تو اسے مدت پوری ہونے پر کتنا مفرد سود ملے گا؟
4. سود کی کسی شرح سے 5000 روپے اصل زر کا 4 سال مدت پر 1200 روپے سود ہوتا ہے۔ تو اسی شرح سے اسی مدت کے لیے 15000 روپے اصل زر کا سود کتنا ہوگا؟
5. پنچ نے 1,50,000 روپے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے دو سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ تو انھیں اس مدت کے بعد کتنی رقم ملے گی؟

سر آئیے سمجھ لیں :

اصل زر، مدت، شرح اور کل زر، ان میں سے کوئی تین دیا ہو تو چوتھا معلوم کرنا۔

ضابطے میں معلوم کیے جانے والے عدد کے لیے حرف فرض کر کے مساوات بنا کر مثال حل کر سکتے ہیں۔

مثال : اصل زر = 25000 روپے، کل زر = 31000 روپے، مدت = 4 سال ہو تو شرح سود معلوم کیجیے؟

حل : یہاں اصل زر - کل زر = کل سود

$$31000 - 25000 = 6000 \text{ روپے}$$

اصل زر = 25000 روپے، مدت = 4 سال، سود = 6000 روپے

اب ہم ضابطے کی مدد سے شرح سود معلوم کریں گے۔

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times \text{ش} \times 4}{100}$$

$$\text{ش} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$$\text{ش} = 6$$

∴ سود کی شرح فی صدی فی سال 6 روپے ہے۔

مثال : انمیش نے 5 سال کے لئے مفرد سود کے حساب سے کچھ رقم قرض لی۔ سود کی شرح 9 فی صدی فی سال ہے۔ اس نے مدت ختم ہونے پر کل

17400 روپے واپس کیے، تو اس نے کل کتنے روپے قرض لیا تھا؟

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

حل :

یہاں اس ضابطے کا استعمال کرنا مشکل ہوتا ہے۔

کیونکہ سود اور اصل زردونوں معلوم نہیں ہیں، لیکن 100 روپے اصل زر کے لیے 5 سال میں 45 روپے سود ہوتے ہیں۔ اس لیے  $145 = (100 + 45)$  روپے کل زر ہوتے ہیں۔ اب اصل زر اور کل زر کی نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

$$\frac{1}{17400} = \frac{100}{145} \quad \text{اگر ہمیشہ کا اصل زر 'ا' ہو تو}$$

$$\therefore 'ا' = \frac{100 \times 17400}{145} = ₹12000$$

∴ انہیں نے 12000 روپے قرض لیا تھا۔

### آئیے بحث کریں

کیا ہم ضابطہ کا استعمال کرتے ہوئے نئے قسم کی مساوات ترتیب دے کر مثال حل کر سکتے ہیں؟

### مشقی سوالات 41

- 1700 روپے کا، کچھ فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کا سود 340 روپے ہو تو سود کی شرح فی صدی ..... ہوگی۔  
(1) 12% (2) 15% (3) 4% (4) 10%
- 30000 روپے کا مخصوص شرح سے کچھ سال کا سود 600 روپے ہوتا ہے، تو 1500 روپے کا اسی شرح اور اتنے ہی سال کا سود کتنا ہوگا؟  
(1) 300 روپے (2) 1000 روپے (3) 700 روپے (4) 500 روپے
- جاوید نے 12000 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ وہ ہر سال سود کی رقم نکال لیتا ہو تو اسے مدت ختم ہونے پر سود کے ساتھ کل 17400 روپے ملے۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم امانت رکھی؟
- \* لتا بین نے گھریلو صنعت شروع کرنے کے لیے بینک سے کچھ رقم 10 فی صدی فی سال کی شرح سے  $2\frac{1}{2}$  سال کے لیے قرض لیا۔ اس نے قرض ادا کرنے کے لیے کل 10250 روپے بطور سود ادا کیا، تو انھوں نے کل کتنی رقم قرض لی تھی؟
- درج ذیل جدول میں خالی جگہ مکمل کیجیے۔

	اصل زر	(فی صدی فی سال) شرح سود	مدت	سود	کل زر
(i)	4200	7 %	سال 3	.....	.....
(ii)	.....	6 %	سال 4	1200	.....
(iii)	8000	5 %	.....	800	.....
(iv)	.....	5 %	.....	6000	18000
(v)	.....	$2\frac{1}{2}$ %	سال 5	2400	.....

### سرگرمی :

- مختلف بینکوں میں براہ راست ملاقات کے لیے جائیں اور ان کے مختلف کھاتوں پر دینے جانے والے سود کی معلومات حاصل کیجیے۔
- اسکول میں استاد کی مدد سے سچائی کا (بچت بینک) شروع کر کے اس میں کھاتا کھول کر معاشی بچت کیجیے۔

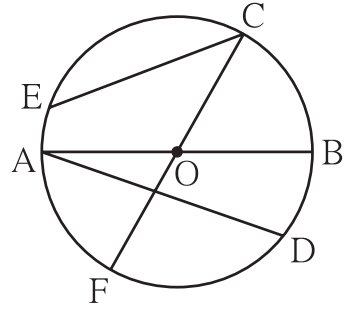


آئیے ذرا یاد کریں :

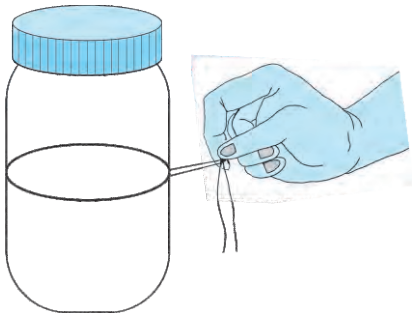


بازو کی شکل میں دائرہ کے نصف قطر، وتر اور قطر پہچانیے اور ان کے نام ذیل کے جدول میں لکھیے۔

نصف قطر				
وتر				
قطر				



دائرے کا محیط (Circumference of circle)



پانی کی مددراستوانہ نما بوتل کو کاغذ پر رکھ کر پیندہ یا چمچی سطح کے گرد پینسل سے دائرہ

عملی کام I

بنائیے۔ دھاگے کی مدد سے دائرہ کا محیط ناپیے۔

چوڑی کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

عملی کام II

کوئی بھی ایک دائروں کا چیز کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

عملی کام III

آئیے سمجھ لیں :



محیط اور قطر میں تعلق

نیچے دی ہوئی چیزوں کے محیط اور قطر ناپ کر محیط کی قطر سے نسبت جدول میں لکھیے۔

عملی کام I

نمبر شمار	چیز	محیط	قطر	محیط کی قطر سے نسبت
1	 چوڑی / کنگن	سم 19	سم 6	$\frac{19}{6} = 3.16$
2	 دائروی اوندھا برتن	.....	.....	.....
3	 برنی کا ڈھکن	.....	.....	.....

جدول کا مشاہدہ کیجیے اور محیط کی قطر سے نسبت کو جانچیے۔ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

کسی بھی دائرے کے محیط کی اس کے قطر سے نسبت تین گنا سے تھوڑی زیادہ ہوتی ہے اور وہ مستقل ہوتی ہے۔ اس مستقل عدد کو یونانی حروف تہجی کے حرف  $\pi$  (پائے) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ عدد ناطق عدد نہیں ہے۔ اس بات کو عظیم ریاضی دانوں نے بڑی محنت سے ثابت کیا۔ عام طور پر  $\pi$  کی قیمت  $\frac{22}{7}$  یا 3.14 لیتے ہیں مثال میں اگر  $\pi$  کی قیمت ندی جائے تو اسے  $\frac{22}{7}$  تسلیم کرتے ہیں۔

نصف قطر 'r'، قطر 'd' اور محیط 'c' ہوتو  $\frac{(c)}{(d)} = \pi$  یعنی  $c = \pi d$  لیکن  $d = 2r$ ،  $c = \pi \times 2r$  یعنی  $c = 2\pi r$

مثال : ایک دائرے کا نصف قطر 35 سم ہے، اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : سم  $r = 35$  دائرے کا نصف قطر

$$c = 2\pi r = \text{دائرے کا محیط}$$

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$$\therefore \text{سم دائرے کا محیط} = 220$$

مثال : ایک دائرے کا محیط 62.80 سم ہے۔  $\pi = 3.14$  رکھ کر

دائرے کا قطر معلوم کیجیے۔

حل :  $c = \pi d$  دائرے کا محیط

$$62.80 = 3.14 \times d$$

$$\frac{62.80}{3.14} = d$$

$$20 = d$$

$$\therefore \text{سم قطر} = 20$$

مثال : ایک دائرے کا قطر 14 سم ہے، تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : سم  $d = 14$  دائرے کا قطر

$$c = \pi d = \text{دائرے کا محیط}$$

$$c = \frac{22}{7} \times 14$$

$$\text{سم دائرے کا محیط} = 44$$

مثال : ایک دائرے کا محیط 198 سم ہے، تو اس کا نصف قطر اور قطر

معلوم کیجیے۔

حل :  $c = 2\pi r$  دائرے کا محیط

$$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$\text{سم نصف قطر} = 31.5$$

$$\therefore \text{سم قطر} = 2 \times 31.5 = 63$$

مثال : ایک دائرہ نما میدان کا نصف قطر 7.7 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد تین پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 50 روپے فی میٹر کے حساب

سے کتنا خرچ آئے گا؟

$$\text{میٹر دائرہ نما میدان کا محیط} = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$$

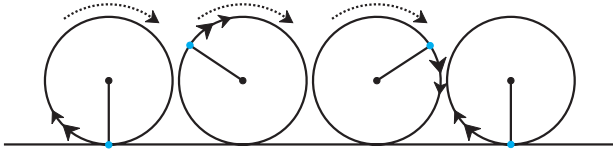
$$\text{میٹر باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے درکار تار} = 48.4$$

$$\text{میٹر باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے خرچ} = 48.4 \times 50$$

$$= 2420 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے باڑھ کے تین پھیروں کے لیے خرچ} = 3 \times 2420 = 7260$$

مثال : ایک بس کے پہیے کا قطر 0.7 میٹر ہے۔ دو گاؤں کے درمیان 22 کلومیٹر کا فاصلہ ہے۔ اس فاصلے کو طے کرنے کے لیے پہیے کتنے چکر لگائے گا؟



حل :  $\text{پہیے کا محیط} = \pi d$

$$= \frac{22}{7} \times 0.7$$

$$= 2.2 \text{ میٹر}$$

مشابہ ارکان کا تناسب معلوم کرتے وقت ان کی اکائیاں یکساں رہنا ضروری ہے۔

$$22 \text{ کلومیٹر} = 22 \times 1000 = 22000 \text{ میٹر}$$

اس لیے پہیے کی ایک گردش مکمل ہونے پر 2.2 کلومیٹر کا فاصلہ طے ہوتا ہے۔ (1 محیط = 1 چکر)

$$\text{پہیے کے کل چکر} = \frac{\text{فاصلہ}}{\text{محیط}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$$

22 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے بس کے پہیے کو 10000 چکر لگانے ہوں گے۔

### مشقی سوالات 42

1. مندرجہ ذیل جدول کو مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	نصف قطر ( $r$ )	قطر ( $d$ )	محیط ( $c$ )
(i)	سم 7	.....	.....
(ii)	.....	سم 28	.....
(iii)	.....	.....	سم 616
(iv)	.....	.....	سم 72.6

2. ایک دائرے کا محیط 176 سم ہے، اس کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

3. ایک دائرہ نما باغ کا نصف قطر 56 میٹر ہے۔ باغ کے ارد گرد چار پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 40 روپے فی میٹر کے حساب سے کتنا

خرچ آئے گا؟

4. ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.4 میٹر ہے۔ بیل گاڑی کو 1.1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے پہیے کے کتنے چکر ہوں گے؟

آئیے ذرا یاد کریں :

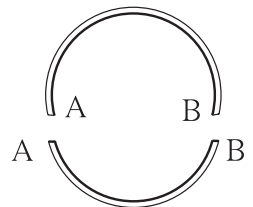
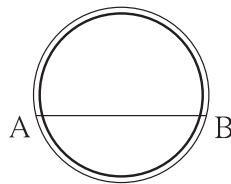


### دائرے کا قوس (Arc of the circle)

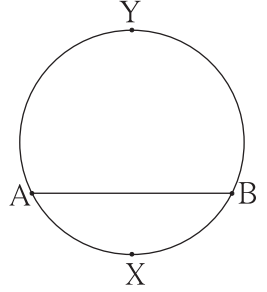
مقابل کی شکل میں ایک پلاسٹک کی دائرہ نما چوڑی دکھائی گئی ہے۔ فرض کیجیے یہ

چوڑی نقطہ A اور نقطہ B پر ٹوٹی ہوئی ہے تو تصویر میں دکھائے گئے چوڑی

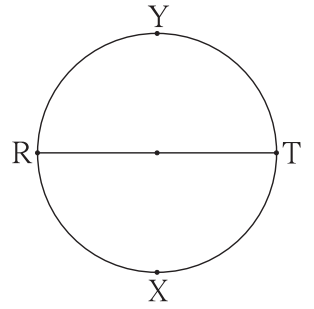
کے ہر ٹکڑے کو دائرہ کے تعلق سے کیا کہتے ہیں؟



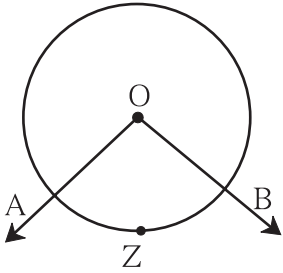
مقابل کی شکل میں وتر AB کی وجہ سے دائرے کے دو حصے ہو گئے ہیں۔ ان میں سے قوس AXB چھوٹا قوس ہے، اسے اصغر قوس کہتے ہیں۔ اور قوس AYB بڑا قوس ہے، اسے اکبر قوس کہتے ہیں۔  
اصغر قوس AXB کو قوس AB بھی لکھتے ہیں۔



جن دو قوسوں کے اختتامی نقاط مشترک ہوتے ہیں اور دونوں قوس سے مل کر دائرہ مکمل ہو جاتا ہے تو وہ قوس ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوتے ہیں۔ یہاں قوس AXB اور قوس AYB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہیں۔  
مقابل کی شکل میں وتر RT دائرہ کا قطر ہے۔ قطر کی وجہ سے دائرے کے دونوں قوس مساوی ہو جاتے ہیں۔ انھیں نصف دائرہ قوس یا نصف دائرہ کہتے ہیں۔

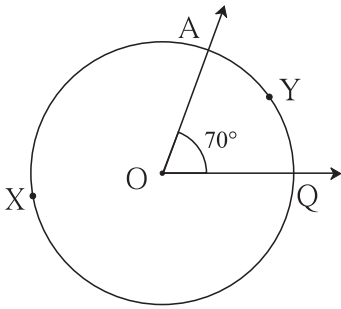


### مرکزی زاویہ اور قوس کی پیمائش (Central angle and Measure of an Arc)



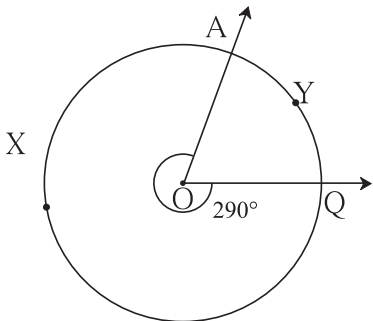
بازو کی شکل میں دائرے کا مرکز 'O' زاویہ AOB کا راسی نقطہ ہے۔  
دائرہ کا مرکز جس زاویہ کا راسی نقطہ ہوتا ہے اس زاویہ کو مرکزی زاویہ کہتے ہیں۔  
شکل میں  $\angle AOB$ ، قوس AZB کا نظیری مرکزی زاویہ ہے۔  
قوس سے بننے والے مرکزی زاویے کی پیمائش کو قوس کی پیمائش کہتے ہیں۔

#### \* اصغر قوس کی پیمائش :



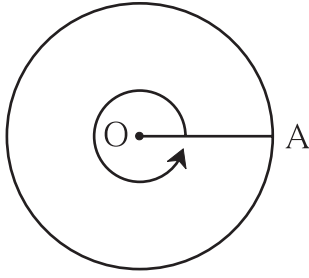
بازو کی شکل میں، مرکزی زاویہ یعنی  $\angle AOQ$  کی پیمائش  $70^\circ$  ہے۔  
∴ اصغر قوس AYQ کی پیمائش  $70^\circ$  ہے۔  
اسے  $m(\text{قوس AYQ}) = 70^\circ$  لکھتے ہیں۔

#### \* اکبر قوس کی پیمائش :



∴ نظیری اصغر قوس کی پیمائش =  $360^\circ -$  اکبر قوس کی پیمائش  
∴ شکل میں اکبر قوس AXQ کی پیمائش =  $360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$

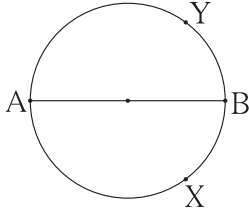
## ☆ دائرہ کی پیمائش



شکل کے مطابق دائرے کا نصف قطر OA گھڑی کی سوئی کے مخالف (غیر ساعت وار) سمت میں مکمل زاویے میں گھومتا ہے۔ اس وقت  $360^\circ$  پیمائش کا زاویہ بنتا ہے۔ اس کا A سرا ایک مکمل دائرہ بناتا ہے۔

$$\therefore \text{دائرہ کے مرکزی زاویہ کی پیمائش} = 360^\circ$$

اس لیے ایک مکمل دائرہ کی پیمائش  $360^\circ$  ہوتی ہے۔



☆ نصف دائرے کی پیمائش : اب شکل کا مشاہدہ کیجیے اور نصف دائرہ AXB اور نصف دائرہ AYB کی پیمائش طے کیجیے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

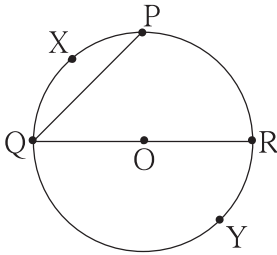
- اصغر قوس کی پیمائش اس سے متعلق مرکزی زاویے کی پیمائش کے برابر ہوتی ہے۔
- نظیری اصغر قوس کی پیمائش  $360^\circ$  - اکبر قوس کی پیمائش  $\rightarrow$
- نصف دائرے کی پیمائش  $180^\circ$  ہوتی ہے۔

## مشقی سوالات 43

1. صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

اگر قوس AXB اور قوس AYB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوں اور  $m(\text{قوس AXB}) = 120^\circ$  ہو تو، کتنے  $m(\text{قوس AYB}) = ?$

- (i)  $140^\circ$  (ii)  $60^\circ$  (iii)  $240^\circ$  (iv)  $160^\circ$



2. 'O' مرکز والے دائرہ میں کچھ قوس دکھائے گئے ہیں۔ ان میں سے دائرے کے اصغر قوس،

اکبر قوس اور نصف دائرہ کے نام لکھیے۔

3. 'O' مرکز والے دائرہ میں، اصغر قوس PXQ کی پیمائش  $110^\circ$  ہے تو

اکبر قوس PYQ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links



Geogebra Software کا استعمال کیجیے اور مرکزی زاویہ اور ان کے مختلف قوس کی پیمائشوں میں تعلق move option کا استعمال کرتے

ہوئے معلوم کیجیے۔



آئیے ذرا یاد کریں :



احاطہ (Perimeter)

بند شکل کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ، اس شکل کا احاطہ کہلاتا ہے۔

کثیرضلعی کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ = کثیرضلعی کا احاطہ  $\therefore$

$$\text{چوڑائی} + 2 \text{ لمبائی} = \text{مستطیل کا احاطہ}$$

$$2l + 2b = \text{لمبائی 'l' اور چوڑائی 'b' کے مستطیل کا احاطہ}$$

مثال : لمبائی 28 سم اور چوڑائی 20 سم کے ایک مستطیل کا احاطہ، ایک مربع کے احاطہ کے مساوی ہے، تو اس مربع کا ضلع معلوم کیجیے؟

$$\text{حل : } (\text{چوڑائی} + \text{لمبائی}) \times 2 = \text{مستطیل کا احاطہ}$$

$$= 2(28 + 20)$$

$$= 96 \text{ سم}$$

$$\text{مربع کا ضلع 'a' سم ہو تو} \dots 4a = \text{مربع کا احاطہ}$$

$$96 = \text{مربع کا احاطہ}$$

$$4a = 96$$

$$a = \frac{96}{4} = 24$$

مربع کا ضلع 24 سم ہے۔

$$\text{ضلع} \times 4 = \text{مربع کا احاطہ} \therefore$$

$$4a = \text{ضلع کے مربع کا احاطہ}$$

مثال : ایک مستطیل کا احاطہ 64 سم ہے۔ اس کی لمبائی 17 سم ہو تو چوڑائی کتنی ہوگی؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

$$\text{احاطہ} = \text{چوڑائی} \times 2 + \text{لمبائی} \times 2$$

$$64 = (\text{چوڑائی} + \text{لمبائی}) \times 2$$

$$\therefore 2(17 + x) = 64$$

$$\therefore \frac{2(17 + x)}{2} = \frac{64}{2}$$

$$\therefore 17 + x = 32$$

$$\therefore x = 15$$

$\therefore$  مستطیل کی چوڑائی 15 سم ہے۔

مشقی سوالات 44

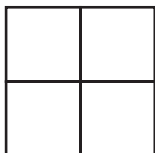
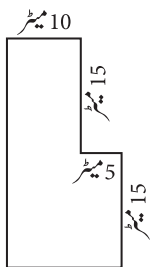
1. ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی دگنی کی جائے تو، اس مستطیل کا احاطہ اصل مستطیل کے احاطے سے کتنے گنا زیادہ ہو جائے گا؟

2. ایک مربع کا ضلع تین گنا کیا جائے تو، اس کا احاطہ اصل مربع کے احاطے سے کتنے گنا ہو جائے گا؟

3. مقابل کی شکل میں ایک میدان کا نقشہ دیا ہوا ہے۔

اس میں اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔

اس معلومات کی بنا پر میدان کا احاطہ معلوم کیجیے۔



4. ایک میٹر لمبائی کے مربع نما کپڑے کا ایک ٹکڑا لے کر شکل میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق چار مساوی شکل کے

رومال بنائے گئے۔ تمام رومال کے کناروں پر لیس (کنار پٹی) لگانے کے لیے کتنی لمبائی کی لیس درکار ہوگی؟



### رقبہ (Area)

- $(\text{ضلع})^2 = \text{ضلع} \times \text{ضلع} = \text{مربع کا رقبہ}$
- $l \times b = \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{مستطیل کا رقبہ}$

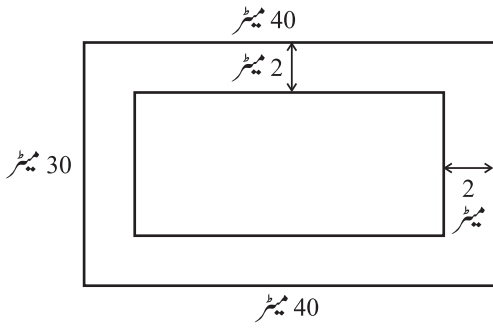
رقبہ ہمیشہ مربع میٹر، مربع سم، مربع کلومیٹر وغیرہ اکائی میں ہوتا ہے۔

#### عملی کام I

کھوکھو، کبڈی جیسے کھیل کے میدان، ٹینس کورٹ، بیڈمنٹن کورٹ ان میں سے جو ممکن ہو ان کی لمبائی اور چوڑائی ناپیے۔ میدان کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

#### عملی کام II

انیسہ کے گھر کی ایک دیوار کو نیا رنگ دینا ہے۔ دیوار کی لمبائی 7 میٹر اور اونچائی 5 میٹر ہے۔ رنگ و روغن کا خرچ 120 روپے فی مربع میٹر ہو تو اُسے پینٹر کو کتنے روپے ادا کرنا ہوگا؟ اسے طے کیجیے۔



مثال : ایک 40 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے مستطیلی باغ کے اندر کمپاؤنڈ سے متصل

باغ کے ارد گرد 2 میٹر چوڑا راستہ بنانا ہے۔ اس راستے پر سم  $20 \times 25$

ابعاد کے فرش بٹھانا ہے تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟

حل :

فرش بٹھائے جانے والے علاقے کا رقبہ معلوم کریں گے۔

$$\therefore \text{مربع میٹر} = 40 \times 30 = 1200$$

$$\text{مربع میٹر} = 36 \times 26 = 936$$

$$\therefore \text{مربع میٹر} = 1200 - 936 = 264$$

$$\therefore \text{مربع میٹر} = \frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$$

ایک فرش کا رقبہ  $\frac{1}{20}$  مربع میٹر ہو تو 264 مربع میٹر جگہ میں بٹھائے جانے والے فرش کی تعداد معلوم کریں گے۔

$$\text{فرش کی تعداد} = \frac{\text{جگہ کا کل رقبہ}}{\text{ایک فرش کا رقبہ}}$$

$$= 264 \div \frac{1}{20}$$

$$= 264 \times 20 = 5280$$

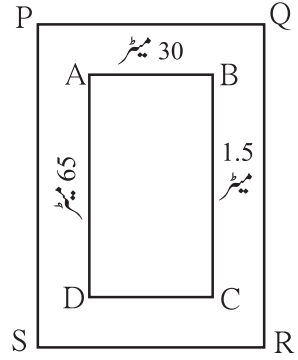
$\therefore$  5280 فرش درکار ہوں گے۔

مثال : ایک مستطیل نما کھیل کے میدان کی لمبائی 65 میٹر اور چوڑائی 30 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد باہر کے جانب چاروں طرف 1.5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔ اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مثال میں کھیل کے میدان کی شکل مستطیل نما ہے۔

فرض کیجیے  $\square ABCD$  کھیل کا میدان ہے۔ اس کے گرد باہر کی جانب 1.5 میٹر چوڑا راستہ چاروں طرف ہے۔  $\square ABCD$  کے چاروں جانب 1.5 میٹر کا فاصلہ رکھ کر  $\square PQRS$  مستطیل بنائیں گے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی =  $65 + 1.5 + 1.5 = 68$  میٹر  
مستطیل PQRS کی چوڑائی =  $30 + 1.5 + 1.5 = 33$  میٹر



مستطیل ABCD کا رقبہ - مستطیل PQRS کا رقبہ = راستہ کا رقبہ

$$= 68 \times 33 - 65 \times 30 = \square - \square = \square \text{ مربع میٹر}$$

آئیے بحث کریں

کیا ہم اوپر کی مثال میں دیے ہوئے راستہ کا رقبہ دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال : ایک موبائیل کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔ اس پر PQRS اسکرین کی شکل دکھائی گئی ہے، تو اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے موبائیل کے کناروں سے مستطیل ABCD بنا ہے۔ اس کی لمبائی 13 سم اور

چوڑائی 7 سم ہے۔

فرض کیجیے ضلع AB، ضلع BC اور ضلع DC کی جانب سے 1.5 سم کا فاصلہ چھوڑ کر اور DA کی جانب سے 2 سم کا فاصلہ چھوڑ کر مستطیل PQRS بنا ہے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی =  $\square$  سم

مستطیل PQRS کی چوڑائی =  $\square$  سم

مربع سم =  $\square \times \square = \dots \times \dots = \square$  مربع سم = اسکرین کا رقبہ

عملی کام

مختلف شکل کے موبائیل دیکھیے اور ان پر بٹھائے ہوئے اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

### مشقی سوالات 45

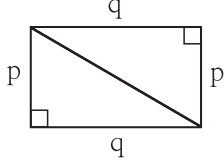
1. ایک مربع کا ضلع 12 سم ہے تو اس مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔
2. ایک مستطیل کی لمبائی 15 سم اور چوڑائی 5 سم ہو تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔
3. ایک مستطیل کا رقبہ 102 مربع سم ہے۔ مستطیل کی لمبائی 17 سم ہو تو مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔
- 4.\* ایک مربع کا ضلع 3 گنا کرنے پر، اس کا رقبہ اصل مربع کے رقبہ کے کتنا گنا ہو جائے گا؟

قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ (Area of right angled triangle)

عملی کام

ایک ہی ناپ کے دو قائمہ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ انہیں شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق جوڑیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ایک مستطیل بنتا ہے۔ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع  $p$  اور  $q$  لمبائی کے ہیں، اور وہی مستطیل کے اضلاع بھی ہیں۔

شکل سے صاف ظاہر ہوتا ہے کہ



$$\begin{aligned} \therefore \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= 2 \times \text{مستطیل کا رقبہ} \\ \therefore 2 \times \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= p \times q \\ \therefore \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= \frac{p \times q}{2} \end{aligned}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل ضرب  $\times \frac{1}{2} =$  قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ

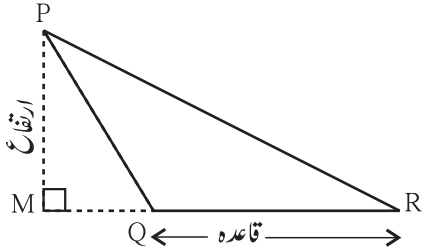
قائمہ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے دو اضلاع میں سے ایک ضلع اگر قاعدہ ہو تو دوسرا ضلع ارتفاع کہلاتا ہے۔

$$\therefore \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \times \frac{1}{2} = \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ}$$

$\triangle ABC$  کسی بھی قسم کا مثلث ہو تو قاعدہ کے لیے کوئی ایک ضلع لیا جاتا ہے۔ اس ضلع کے مقابل کے راسی نقطہ سے قاعدہ پر کھینچا ہوا عمود مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔

$\triangle PQR$  کسی ایک قسم کا ایک مثلث ہے جس کا قاعدہ  $QR$  ہے۔ راسی نقطہ  $P$  سے قاعدہ  $QR$  پر عمود کھینچا گیا ہے۔

شکل 2 : نقطہ  $M$  خط  $QR$  کے باہر ہے۔

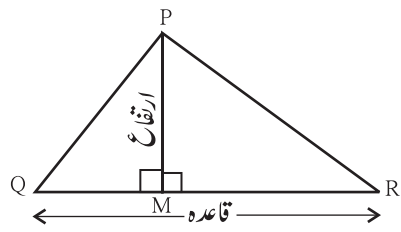


$\triangle PMQ$  اور  $\triangle PMR$  قائمہ الزاویہ مثلث ہیں۔

$$\begin{aligned} \therefore A(\triangle PQR) &= A(\triangle PMR) - A(\triangle PMQ) \\ &= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \end{aligned}$$

$$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

شکل 1 : نقطہ  $M$  خط  $QR$  پر واقع ہے۔



$\triangle PMQ$  اور  $\triangle PMR$  قائمہ الزاویہ مثلث ہیں۔

$$\begin{aligned} \therefore A(\triangle PQR) &= A(\triangle PMQ) + A(\triangle PMR) \\ &= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM) \\ &= \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \end{aligned}$$

$$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \times \frac{1}{2} = \text{مثلث کا رقبہ}$$

مثال : ایک مثلث کا قاعدہ 5.6 سم اور ارتفاع 4.5 سم ہے، اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

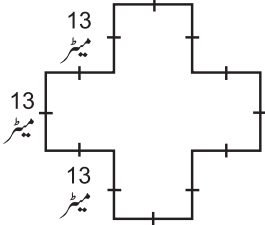
$$\begin{aligned} \text{حل :} \quad \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \times \frac{1}{2} &= \text{مثلث کا رقبہ} \\ \therefore \text{مثلث کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5 \\ &= 12.6 \text{ مربع سم} \end{aligned}$$

مثال : ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 3.5 سم اور 4.2 سم ہیں۔ اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

$$\begin{aligned} \text{حل :} \quad (\text{قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائی کا حاصل ضرب}) \\ \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2 \\ &= 7.35 \text{ مربع سم} \end{aligned}$$

### مشقی سوالات 46

1. ایک کیلنڈر کے صفحے کی لمبائی 45 سم اور چوڑائی 26 سم ہے، اس صفحہ کا رقبہ کتنا ہوگا؟
2. ایک مثلث کی ارتفاع 3.6 سم اور قاعدہ 4.8 سم ہے تو اس مثلث کا رقبہ کتنا ہوگا؟
3. ایک مستطیلی شکل کے قطعہ زمین کی لمبائی 75.5 میٹر اور چوڑائی 30.5 میٹر ہے۔ 1000 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے قطعہ زمین کی کل قیمت کتنی ہوگی؟
4. مستطیل نما ہال کی لمبائی 12 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔ اس میں 30 سم ضلع کے مربع نما فرش بچھانا ہے۔ تو پورے ہال کے لیے کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟ اس مثال میں اگر 15 سم ضلع کے مربع نما فرش ہوں تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟
5. مقابل کی شکل میں ایک باغ کے ناپ دیئے ہیں۔ اس باغ کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

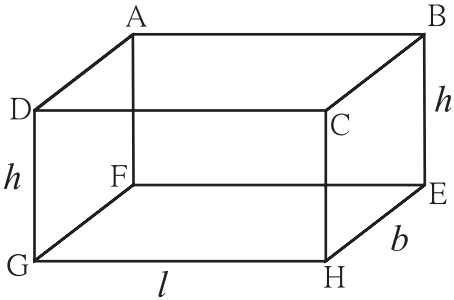


### سر آئیے سمجھ لیں :

### سطح کا رقبہ (Surface area)

کسی بھی سہ زخی اجسام کے تمام سطحوں کے رقبوں کا مجموعہ یعنی اس چیز کی کل سطح کا رقبہ کہلاتا ہے۔

### \* مکعب نما کی سطح کا رقبہ :



● مکعب نما کی چھ سطح ہوتی ہیں۔

● ہر سطح مستطیل نما ہوتی ہے۔

● مقابل کی مستطیل نما سطحوں کے رقبے متماثل ہوتے ہیں۔

● ہر کنارہ اس سے ملنے والے دونوں کناروں پر عمود ہوتا ہے۔

● مکعب نما کی افقی سطحوں کی لمبائی 'l' چوڑائی 'b' اور عمودی سطح کی اونچائی 'h' سے ظاہر کریں گے۔

$$\text{مستطیل } ABCD \text{ کا رقبہ} = \text{مستطیل } GHEF \text{ کا رقبہ} = \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} = l \times b$$

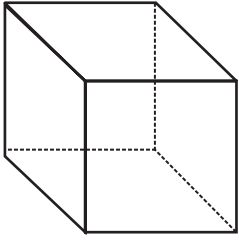
$$\text{مستطیل } ADGF \text{ کا رقبہ} = \text{مستطیل } BCHE \text{ کا رقبہ} = \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} = b \times h$$

$$\text{مستطیل } CHGD \text{ کا رقبہ} = \text{مستطیل } ABEF \text{ کا رقبہ} = \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} = l \times h$$

تمام مستطیلوں کے رقبوں کا مجموعہ = مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ

$$\begin{aligned} \therefore \text{ (اونچائی} \times \text{لمبائی} + \text{اونچائی} \times \text{چوڑائی} + \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}) \times 2 &= 2(l \times b + b \times h + l \times h) \\ &= 2(lb + bh + lh) \end{aligned}$$

\* مکعب کی سطح کا رقبہ :



● مکعب کی کل چھ سطحیں ہوتی ہیں۔

● ہر سطح مربع نما ہوتی ہے۔

● تمام سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔

● فرض کیجیے مربع کا ضلع 'l' ہے۔

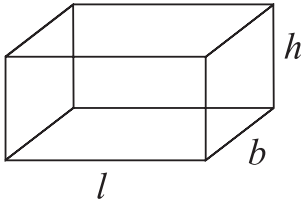
مربع کا رقبہ = مکعب کی ایک سطح کا رقبہ

$$\therefore \text{ 6 مربعوں کے رقبوں کا مجموعہ} = \text{مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ}$$

$$= 6 \times l^2 = 6 \times (\text{ضلع})^2$$

مثال : لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1.2 میٹر اور اونچائی 1.3 میٹر والے ٹین کا مکعب نما شکل کا ایک بند صندوق بنانا ہے۔ تو کل کتنی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟

حل : میٹر  $h = 1.3$ ، اونچائی، میٹر  $b = 1.2$ ، چوڑائی، میٹر  $l = 1.5$  = صندوق کی لمبائی



$$\therefore \text{ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ} = 2(l \times b + b \times h + l \times h)$$

$$= 2(1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$$

$$= 2(1.80 + 1.56 + 1.95)$$

$$= 2(5.31)$$

$$\therefore \text{ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ} = 10.62 \text{ میٹر}$$

اس لیے صندوق بنانے کے لیے کل 10.62 میٹر ٹین کی چادر درکار ہوگی۔

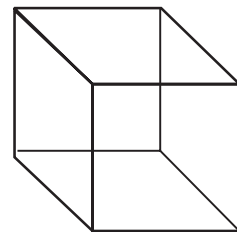
مثال : ایک مکعب نما ڈبے کی لمبائی 0.4 میٹر ہے۔ اس ڈبے کو باہر سے روغن دینا ہے۔ اگر خرچ 50 روپے فی مربع میٹر ہو تو کل کتنا خرچ آئے گا؟

$$\therefore \text{ مکعب کا ضلع} = l = 0.4 \text{ میٹر}$$

$$\text{مکعب کی کل سطح کا رقبہ} = 6 \times (l)^2$$

$$= 6 \times (0.4)^2$$

$$\therefore \text{ مربع میٹر} = 6 \times 0.16 = 0.96$$



حل :

ایک مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ 50 روپے ہے۔

$$\therefore \text{مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ} = 0.96 \times 50 = 48 \text{ روپے}$$

∴ صندوق کو رنگ وروغن لگانے کا خرچ 48 روپے ہوگا۔

### مشقی سوالات 47

1. مکعب کے ضلع کی لمبائی درج ذیل کے مطابق ہو تو مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

- (i) 3 سم      (ii) 5 سم      (iii) 7.2 سم      (iv) میٹر 6.8      (v) میٹر 5.5

2. ذیل میں مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب دی ہوئی ہے، اس معلومات کی بنا پر کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

- (i) 12 سم ، 10 سم ، 5 سم      (ii) 5 سم ، 3.5 سم ، 1.4 سم

- (iii) میٹر 2.5 ، میٹر 2 ، میٹر 2.4      (iv) میٹر 8 ، میٹر 5 ، میٹر 3.5

3. ایک ماچس کی ڈبیہ کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 2.5 سم اور اونچائی 1.5 سم ہے۔ اس ڈبیہ کو باہر سے رنگین کاغذ چسپانا ہے، کل کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

4. ایک باغ کے خشک پتے اور دیگر گھاس پھوس ٹرائی پر رکھ کر لے جانے کے لیے ایک بغیر ڈھکن کی ٹین کی ٹینکی بنانا ہے۔ اس کی لمبائی 1.5 میٹر،

چوڑائی 1 میٹر اور اونچائی 1 میٹر ہے۔ اس کے لیے کل کتنے رقبے کی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟ اس صندوق کو اندر اور باہر سے رنگ سے پچانے

کے لیے رنگ وروغن کا خرچ، 150 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کتنا ہوگا؟ معلوم کیجیے۔

### ریاضیاتی پہیلی

کچھ تین ہندسی اعداد ایسے ہوتے ہیں ان ہندسوں کا حاصل ضرب اس عدد کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔

مثال :

$$(i) \text{ عدد } 175 \text{ لیجیے، } 1 \times 7 \times 5 = 35 \rightarrow \frac{175}{35} = 5$$

$$(ii) \text{ عدد } 816 \text{ لیجیے، } 8 \times 1 \times 6 = 48 \rightarrow \frac{816}{48} = 17$$

$$(iii) \text{ عدد } 612 \text{ لیجیے، } 6 \times 1 \times 2 = 12 \rightarrow \frac{612}{12} = 51$$

اسی طرح 135، 312، 672 وغیرہ اعداد بھی ہیں۔ آپ اس قسم کے اور اعداد تلاش کریں۔



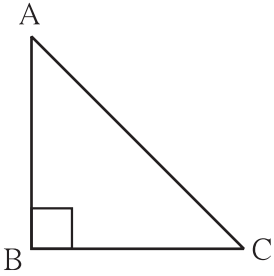
آئیے ذرا یاد کریں :



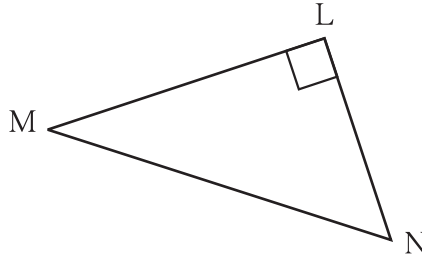
قائمہ الزاویہ مثلث (Right angled triangle)

یہ بات ہم جانتے ہیں کہ جس مثلث کا ایک زاویہ قائمہ زاویہ ہوتا ہے اُسے قائمہ الزاویہ مثلث کہتے ہیں اور قائمہ زاویہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔

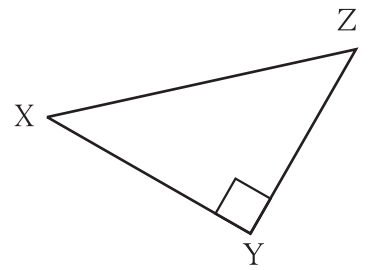
● درج ذیل قائمہ الزاویہ کے وتروں کے نام لکھیے۔



□ کا وتر  $\triangle ABC$



□ کا وتر  $\triangle LMN$



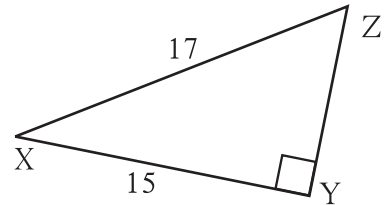
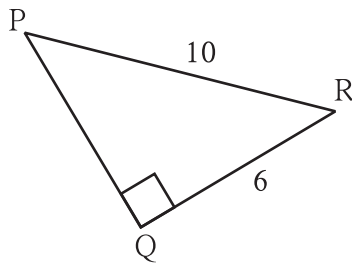
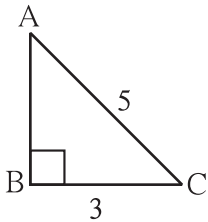
□ کا وتر  $\triangle XYZ$

فیثاغورث کا مسئلہ (The Theorem of Pythagoras)

چھٹی صدی قبل مسیح میں ایک عظیم یونانی ریاضی داں فیثاغورث ہو گزرے ہیں۔ ریاضی مضمون کے لیے انھوں نے بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ ریاضی کے علوم سکھانے میں وہ بہت مشہور تھے۔ ان کے کئی شاگرد بھی تھے۔

قائمہ الزاویہ مثلث کے تعلق سے ایک مسئلہ بہت پہلے سے کئی ممالک کے لوگ جانتے تھے۔ بھارت کی قدیم کتاب ”شٹلو ستر“ میں بھی اس بات کا ذکر ملتا ہے۔ لیکن اس مسئلہ کا ثبوت فیثاغورث نے سب سے پہلے دیا اس لیے ان کا نام اس مسئلہ کو دیا گیا۔ ”قائمہ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔“ یہی فیثاغورث کا مسئلہ کہلاتا ہے۔

عملی کام □ وتر اور زاویہ قائمہ بنانے والا ایک ضلع دیا ہو تو ذیل میں دیے ہوئے خاکے کے مطابق قائمہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ تیسرے ضلع کی لمبائی ناپیے۔



مقابلہ کی شکل میں، فیثاغورث کا مسئلہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$\triangle ABC$  میں  $\angle B$  قائمہ زاویہ ہوتو

$$[I(AC)]^2 = [I(AB)]^2 + [I(BC)]^2$$

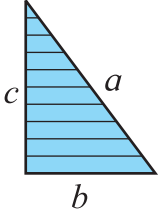
عام طور پر قائمہ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع

قاعدہ اور دوسرا ضلع ارتفاع کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔ اس مسئلہ کو ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$$\rightarrow (\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{ارتفاع})^2$$

فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کے لیے درج ذیل عمل کیجیے۔

عملی کام



ایک کارڈ شیٹ کے مساوی ناپ کے 8 قائمہ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ اس کے اضلاع کسی بھی

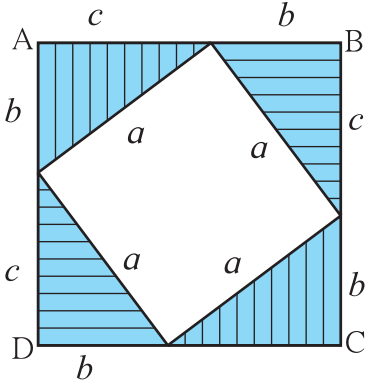
لمبائی کے ہو سکتے ہیں۔ فرض کیجیے اس مثلث کا وتر 'a' اکائی، قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 'b'

اکائی اور 'c' اکائی ہیں۔ اس بات کو دھیان میں رکھیں کہ اس مثلث کا رقبہ  $\frac{bc}{2}$  ہے۔

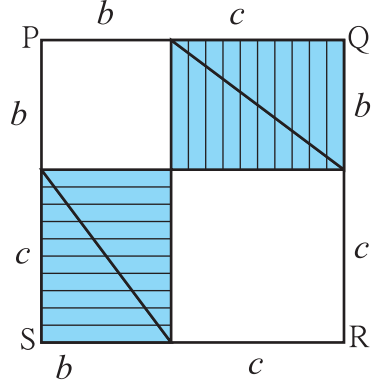
اب دوسرے کارڈ شیٹ پر  $(b+c)$  اکائی ضلع کے دو مربع پننسل سے بنائیے۔ شکل میں دکھائے

ہوئے طریقے کے مطابق کاٹے ہوئے 8 مثلثوں میں سے 4 مثلث، مربع ABCD میں رکھ دیجیے۔ اور بقیہ 4 مثلث شکل کے مطابق

مربع PQRS میں رکھ دیجیے۔ مثلثوں سے ڈھکے ہوئے حصے کو خط کشیدہ کیجیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکلوں کا معائنہ کیجیے۔ شکل (i) میں خالی جگہ میں 'a' ضلع والا مربع بنا ہے۔ شکل (ii) میں خالی جگہ میں 'b' اور 'c' ضلع کے دو مربع

بنے ہوئے ہیں۔

دونوں مربعوں میں خط کشیدہ کیے ہوئے حصے مساوی یعنی چار قائمہ الزاویہ مثلث کے رقبہ کے مساوی ہیں۔

شکل (i) میں

$$\text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} \times 4 + a^2 = \text{مربع ABCD کا رقبہ}$$

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= b^2 + c^2 + 4 \times \text{مرجع PQRS کا رقبہ} \\ &= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc \\ &= b^2 + c^2 + 2bc \end{aligned}$$

$$\therefore \text{مرجع ABCD کا رقبہ} = \text{مرجع PQRS کا رقبہ}$$

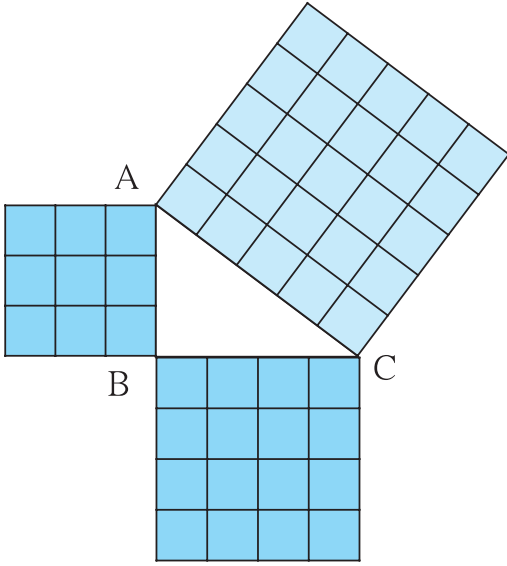
$$\therefore a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

آئیے بحث کریں



● شکل (i) میں خالی ذوا ربعة الاضلاع کا ہر زاویہ قائمہ ہے۔ چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس کی تصدیق کیجیے۔



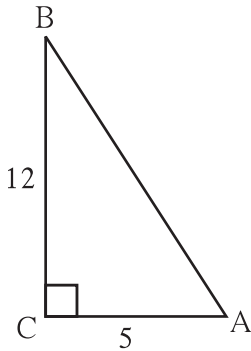
**عملی کام** ایک کارڈ شیٹ پر 3 سم، 4 سم اور 5 سم لمبائی کا ایک قائمہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ ہر ضلع پر ایک مربع بنائیے۔ ہر مربع کا رقبہ معلوم کیجیے اور فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کیجیے۔

نوٹ : فیثاغورث کے مسئلہ کا استعمال کر کے قائمہ الزاویہ مثلث کے دو ضلع دیے ہوں تو تیسرا ضلع معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال :  $\triangle ABC$  میں  $\angle C = 90^\circ$ ، سم  $l(AC) = 5$  اور سم  $l(BC) = 12$  ہو تو کتنے  $l(AB) = ?$

**حل :** قائمہ الزاویہ  $\triangle ABC$  میں  $\angle C = 90^\circ$ ، اس لیے ضلع AB وتر ہوگا۔

فیثاغورث کے مسئلہ کی رؤ سے



$$\therefore l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$= 25 + 144$$

$$\therefore l(AB)^2 = 169$$

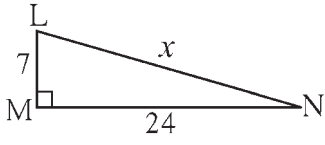
$$\therefore l(AB)^2 = (13)^2$$

$$\therefore l(AB) = 13$$

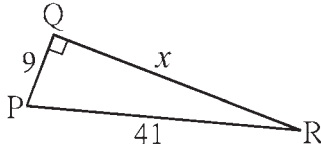
$$\therefore \text{سم } 13 = \text{وتر AB کی لمبائی}$$

## مشقی سوالات 48

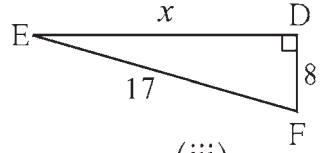
1. ذیل کی شکلوں کو دیکھ کر 'x' کی قیمت معلوم کیجیے۔



(i)



(ii)



(iii)

2. قائمہ الزاویہ  $\triangle PQR$  میں  $\angle P = 90^\circ$ ، اگر سم  $l(PQ) = 24$  اور سم  $l(PR) = 10$  ہو تو قطعہ خط QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔

3. قائمہ الزاویہ  $\triangle LMN$  میں  $\angle M = 90^\circ$ ، اگر سم  $l(LM) = 12$  اور سم  $l(LN) = 20$  ہو تو قطعہ خط MN کی لمبائی معلوم کیجیے۔

4. 15 میٹر لمبائی کی ایک سیڑھی زمین سے 9 میٹر اونچائی پر کھڑکی تک پہنچتی ہے۔ تو دیوار کا قاعدہ اور سیڑھی کے نچلے سرے کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

سر آئیے سمجھ لیں:

طبعی اعداد کے ثلاثی ارکان میں اگر بڑے عدد کا مربع دیگر دو اعداد کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہو تو اُسے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہتے ہیں۔

جس مثلث کے ضلعوں کی لمبائی اس طرح ثلاثی اعداد کی صورت میں دکھائی جاتی ہے اس مثلث کو قائمہ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

مثال : کیا (7, 24, 25) یہ اعداد فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں؟

حل : 25، 24، 7 میں سے ہر عدد کا مربع معلوم کریں گے۔

$$\therefore (7)^2 = 49, (24)^2 = 576, (25)^2 = 625$$

$$\therefore 49 + 576 = 625$$

$$\therefore (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$$

اس لیے 7، 24 اور 25 فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں۔

سرگرمی : 1 سے 50 تک اعداد میں سے ایسے تین اعداد کے گروہ تلاش کیجیے جو فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہلاتے ہیں۔

## مشقی سوالات 49

1. ذیل میں کچھ ثلاثی اعداد دیے ہیں، ان میں سے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد دریافت کیجیے۔

(i) 3, 4, 5      (ii) 2, 4, 5      (iii) 4, 5, 6

(iv) 2, 6, 7      (v) 9, 40, 41      (vi) 4, 7.5, 8.5

2. ذیل میں کچھ مثلثوں کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے کون سا مثلث قائمہ الزاویہ مثلث ہے بتائیے۔

(i) 8, 15, 17      (ii) 11, 12, 15      (iii) 11, 60, 61

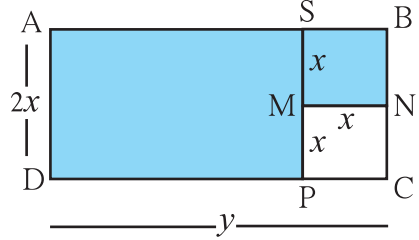
(iv) 1.5, 1.6, 1.7      (v) 40, 20, 30



آئیے ذرا یاد کریں :



بازو کی شکل میں مستطیل ABCD دکھایا گیا ہے۔ اس مستطیل کی لمبائی  $y$  اکائی ہے اور چوڑائی  $2x$  اکائی ہے۔ اس مستطیلی شکل کے ایک کونے سے  $x$  اکائی ضلع والا مربع کاٹ کر نکال لیا گیا ہے۔ رنگین حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے الجبری عبارت پر عمل کا استعمال کریں گے۔



مستطیل ABCD کا رقبہ کو  $A(\square ABCD)$  لکھیں گے۔

$$\text{رنگین علاقے کا رقبہ} = A(\square ABCD) - A(\square MNCP) = 2xy - x^2$$

$$\begin{aligned} \text{رنگین علاقے کا رقبہ} &= A(\square ASPD) + A(\square SBNM) = (y-x) \times 2x - x^2 \\ &= 2xy - 2x^2 + x^2 \\ &= 2xy - x^2 \end{aligned}$$

آئیے سمجھ لیں :



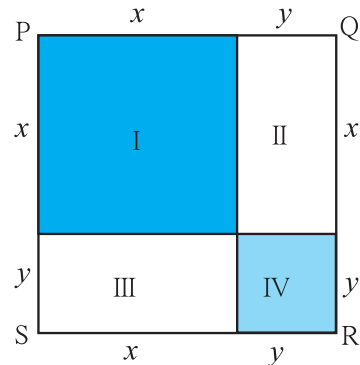
## مربع کی توسیع

الجبری عبارتوں کی ضرب کر کے حاصل ہونے والی عبارت اُس ضرب کی توسیعی صورت ہوتی ہے۔ مخصوص قسم کے عبارتوں کی توسیع فوراً لکھنا آسان ہو اس لیے ضابطے بنائے جاتے ہیں۔ ان میں سے ہم کچھ ضابطوں کا مطالعہ کریں گے۔

● مقابل کی شکل میں  $\square PQRS$  ایک مربع ہے اور اس کا ضلع  $(x+y)$  ہے۔

$$\therefore A(\square PQRS) = (x+y)^2$$

مربع PQRS کے رقبہ کو مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ یہاں، مربع PQRS کا رقبہ مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔



عملی کام I

$$\therefore A(\square PQRS) = A(\text{مستطیل I}) + A(\text{مستطیل II}) + A(\text{مستطیل III}) + A(\text{مستطیل IV})$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

اب الجبری عبارت  $(x+y)^2$  کی ضرب کریں گے۔

$$\therefore (x+y)(x+y) = x(x+y) + y(x+y)$$

$$= x^2 + xy + yx + y^2 ; \therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$(x+y)$  اس دور کی کا مربع کرنے پر حاصل ہونے والی الجبری عبارت، رقبہ کے پیمائش سے حاصل ہوئی عبارت کے مساوی ہے۔

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

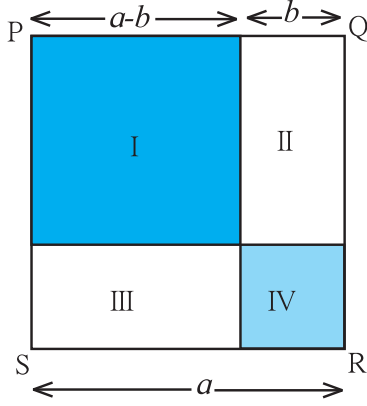
(یہ دور کی کے مربع کا توسیعی ضابطہ ہے۔) ...

عملی کام II بازو کی شکل میں PQRS 'a' ضلع والا ایک مربع ہے۔ اور اسے 4 مستطیل

میں تقسیم کیا گیا ہے۔

جیسے (a - b) والا مربع، b ضلع کا مربع اور (a - b)، ضلع والے دو مستطیل۔

$$\therefore A (\text{مربع I}) + A (\text{مستطیل II}) + A (\text{مستطیل III}) + A (\text{مربع IV}) = A (\square PQRS)$$



$$\therefore (a - b)^2 + (a - b)b + (a - b)b + b^2 = a^2$$

$$\therefore (a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$\therefore (a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الجبری عبارت کو ضرب کرتے ہوئے ضابطہ بنائیں گے۔

$$\therefore (a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$

$$= a(a - b) - b(a - b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع کی توسیع کے ضابطے میں 'a' اور 'b' کے لیے کوئی بھی قیمت رکھ کر ہم تصدیق کر سکتے ہیں۔ مثلاً a = 5, b = 3

$$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = (2)^2 = 4$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2 \\ = 25 - 30 + 9 = 4$$

$$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = (8)^2 = 64$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2 \\ = 25 + 30 + 9 = 64$$

درج ذیل قیمتیں رکھ کر مربع کی توسیع کے ضابطے کی تصدیق کیجیے۔

(i) a = -7, b = 8

(ii) a = 11, b = 3

(iii) a = 2.5, b = 1.2

توسیع کیجیے :

$$(5x - 4)^2$$

مثال :

$$= (5x)^2 - 2(5x)(4) + (4)^2$$

$$= 25x^2 - 40x + 16$$

$$(98)^2$$

مثال :

$$= (100 - 2)^2$$

$$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 2 + (2)^2$$

$$= 10000 - 400 + 4$$

$$= 9604$$

$$(2x + 3y)^2$$

مثال :

$$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$(51)^2$$

مثال :

$$= (50 + 1)^2$$

$$= (50)^2 + 2 \times 50 \times 1 + (1)^2$$

$$= 2500 + 100 + 1$$

$$= 2601$$

## مشقی سوالات 50

1. توسیع کیجیے۔

(i)  $(5a + 6b)^2$       (ii)  $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)^2$       (iii)  $(2p - 3q)^2$       (iv)  $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2$   
 (v)  $(ax + by)^2$       (vi)  $(7m - 4)^2$       (vii)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$       (viii)  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$

2. اس دورکنی کا مربع درج ذیل میں سے کون سا ہے؟ مناسب متبادل لکھیے۔  $\left(8 - \frac{1}{x}\right)$

(i)  $64 - \frac{1}{x^2}$       (ii)  $64 + \frac{1}{x^2}$       (iii)  $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$       (iv)  $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3.  $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$  درج ذیل میں سے کس دورکنی کی مربعی توسیعی صورت ہے؟ بتائیے۔

(i)  $(m + n)(p + q)$       (ii)  $(mn - pq)$       (iii)  $(7mn + pq)$       (iv)  $(mn + 7pq)$

4. توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i)  $(997)^2$       (ii)  $(102)^2$       (iii)  $(97)^2$       (iv)  $(1005)^2$

☁️ آئیے سمجھ لیں :

☁️  $(a + b)(a - b)$  کی توسیع

$$\begin{aligned} \therefore (a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b) \\ &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

☁️ یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مثال :  $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

مثال :  $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

## مشقی سوالات 51

1. توسیع کے ضابطے کی مدد سے ذیل کی ضرب کیجیے۔

(i)  $(x + y)(x - y)$       (ii)  $(3x - 5)(3x + 5)$   
 (iii)  $(a + 6)(a - 6)$       (iv)  $\left(\frac{x}{5} + 6\right)\left(\frac{x}{5} - 6\right)$

2. توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i)  $502 \times 498$       (ii)  $97 \times 103$       (iii)  $54 \times 46$       (iv)  $98 \times 102$

### الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کرنا

ہم نے مکمل اعداد کے اجزائے ضربی کرنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کیسے کی جاتی ہے پہلے ایک رکنی کی مثال لیں گے۔

$$15 = 3 \times 5 \rightarrow \text{یعنی } 15 \text{ کے اجزائے ضربی } 3 \text{ اور } 5 \text{ ہیں۔}$$

$$\text{اسی طرح } 3x = 3 \times x \text{ یعنی } 3x \text{ کے اجزائے ضربی } 3 \text{ اور } x \text{ ہیں۔}$$

$$5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t \quad \text{اب دیکھیے عبارت } 5t^2 \text{ لیتے ہیں۔}$$

$$\text{یہاں } 1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2 \text{ یہ تمام } 5t^2 \text{ کے اجزائے ضربی ہیں۔}$$

$$6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$$

یک رکنی کے اجزائے ضربی کرتے وقت پہلے متغیر کے ضربی کے اجزائے ضربی کیے جاسکتے ہوں تو کیجیے، بعد میں متغیر کے اجزائے ضربی کیجیے۔

### مشقی سوالات 52

© ذیل کی عبارتوں کے مفرد اجزائے ضربی صورت میں لکھیے۔

(i)  $201a^3b^2$  (ii)  $91xyt^2$  (iii)  $24a^2b^2$  (iv)  $tr^2s^3$

### دورکنی کے اجزائے ضربی کرنا

$$4xy + 8xy^2 \text{ اس دورکنی میں ہر رکن کا } 4x \text{ اور } y \text{ جزو ضربی ہیں۔}$$

$$\therefore 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x(y + 2xy) = 4xy(1 + 2y)$$

دونوں ارکان میں مشترک جزو ضربی تلاش کر کے، قوسین کے باہر ضرب کی صورت میں لکھا گیا، تو دورکنی کے اجزائے ضربی بنائے گئے۔

$$\therefore 9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc(3a + 4c) \dots \text{ (اس طرح اجزائے ضربی بنائے جاتے ہیں۔)}$$

$$\text{ہمیں ضابطہ } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ معلوم ہے۔}$$

$$\text{اس طرح } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ اجزائے ضربی حاصل ہوتے ہیں۔}$$

$$3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2) \quad \text{مثال:}$$

$$= 3(a + 3b)(a - 3b)$$

$$a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2 \quad \text{مثال:}$$

$$= (a + 2b)(a - 2b)$$

### مشقی سوالات 53

© ذیل کی عبارتوں کے اجزائے ضربی کیجیے۔

(i)  $p^2 - q^2$  (ii)  $4x^2 - 25y^2$  (iii)  $y^2 - 4$  (iv)  $p^2 - \frac{1}{25}$  (v)  $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(vi)  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  (vii)  $a^2b - ab$  (viii)  $4x^2y - 6x^2$  (ix)  $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$  (x)  $2x^2 - 8y^2$



آئیے سمجھ لیں :

اوسط (Median / Average)

اسمیتا کو روزانہ گھر سے اسکول سائیکل کے ذریعے جانے کے لیے کتنے منٹ لگتے ہیں، یہ معطیات ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اسمیتا کو پیر سے سنچر سائیکل کے ذریعے اسکول جانے کے لیے درکار وقت ذیل کی جدول میں دیا ہوا ہے۔

سنچر	جمعہ	جمعرات	بدھ	منگل	پیر	دن
20	18	18	22	20	20	منٹ



اس جدول سے ہمیں یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ کبھی اُسے 18 منٹ لگتے ہیں، کبھی 22 منٹ تو کبھی 20 منٹ لگتے ہیں۔ اسکول کے 6 دنوں کا خیال کریں تو اسے اسکول جانے کے لیے روزانہ اندازاً کتنے منٹ لگتے ہیں؟ ریاضی میں اس طرح کا اندازہ معلوم کرنے کے لیے اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہاں 6 دنوں میں لگنے والے منٹوں کی جمع کو 6 سے تقسیم کیا جائے تو جو عدد حاصل ہوگا وہ اندازاً روزانہ لگنے والا وقت ہوگا۔ وہ اُن تمام اعداد کا اوسط ہے۔

$$\therefore \text{اوسط} = \frac{\text{پچھے دنوں میں اسکول جانے کے لیے درکار منٹوں کی جمع}}{\text{کل دن کی تعداد}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

اسمیتا کو اسکول جانے کے لیے روزانہ اوسطاً  $19\frac{2}{3}$  منٹ لگتے ہیں۔

مثال : ایک اسکول نے، طلبہ کا گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا۔ اُن میں سے ذیل میں پچھے طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ دیا گیا ہے۔ اس فاصلہ کا اوسط معلوم کریں گے۔

750 میٹر، 1 کلومیٹر، 1.5 کلومیٹر، 700 میٹر، 800 میٹر، 950 میٹر

حل : طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ یکساں اکائی میں لینا ضروری ہے۔

$$\text{اوسط} = \frac{\text{پچھے طلبہ کا گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کا مجموعہ}}{\text{کل طلبہ}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6}$$

$$= 950 \text{ میٹر}$$

اسکول کے طلبہ کے گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کی اوسط 950 میٹر ہے۔



مثال : ایک ہفتہ کے ساتوں دن رضیہ رسی کودکی مشق کرتی ہے۔ ہر روز ایک منٹ میں اس کی لگائی ہوئی رسی کودکی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58



$$\begin{aligned} \text{حل :} & \quad \text{سات دنوں میں لگائے ہوئے رسی کودکا مجموعہ} \\ & \quad \text{کل دن} \\ \therefore \text{اوسط} & = \frac{\text{سات دنوں میں لگائے ہوئے رسی کودکا مجموعہ}}{\text{کل دن}} \\ & = \frac{\boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}}}{7} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{روزانہ ایک منٹ میں لگائی گئی رسی کودکا اوسط} = 60.42$$

جس عدد کی معلومات ہمیں ضروری ہے۔ اس کے جتنے نمونے ہمیں دی ہوئی معلومات میں ملتے ہیں، اُسے (شمارہ) معطیات کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ رسی کودکی تعداد طبعی اعداد میں گنتے ہیں کسی بھی دن یہ گنتی کسر میں نہیں ہوتی۔ لیکن اوسط کسر میں ہو سکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا



$$\text{دی گئی معلومات کے تمام معطیات کا مجموعہ} \\ \text{اوسط} = \frac{\text{دی گئی معلومات کے تمام معطیات کا مجموعہ}}{\text{کل معطیات کی تعداد}}$$

سرگرمی : \* کلاس میں 10 طلبہ کا گروپ بنا کر ہر گروپ کے طلبہ کی اونچائی معلوم کیجیے۔

\* کلاس ٹیچر سے حاضری مانگ کر ایک ہفتے کی اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

### مشقی سوالات 54

1. ایک شہر میں ایک ہفتہ میں ہوئی بارش ملی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس بنا 3. ودر بھ میں 5 سال میں ہوئی بارش ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس پر ہفتہ بھر کی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔  
900 ملی میٹر، 650 ملی میٹر، 450 ملی میٹر، 733 ملی میٹر، 400 ملی میٹر  
9, 11, 8, 20, 10, 16, 12
2. اسکول کے سالانہ گید رنگ میں اپنی مدد آپ مہیلا بچت گٹ نے اپنی 4. ایک کسان نے جانوروں کے خوراک کے بورے خریدا۔ ان کے خوردنوش کی دکان لگائی۔ ہر گھنٹے میں فروخت ہونے سے حاصل ہوئی اوزان کلوگرام میں ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ تو ان بوروں کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔  
₹960, ₹830, ₹945, ₹800, ₹847, ₹970 اس طرح ہے۔ توفی گھنٹہ فروخت ہوئی رقم کا اوسط معلوم کیجیے۔  
49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

## تعددی تقسیمی جدول (Frequency distribution table)

کبھی کبھی دی ہوئی معلومات میں کچھ شمارے (Data) کی مرتبہ آتے ہیں۔ کون سا شمارہ کتنی مرتبہ آیا ہے اسے دکھانے والے عدد کو اس شمارہ کا تعدد کہتے ہیں۔

ایسے وقت تعددی جدول بنائی جاتی ہے۔ اس جدول میں شمارہ، شمار یاتی نشان (Tally mark) اور تعدد اس طرح کل تین ستون ہوتے ہیں۔

1. پہلے ستون میں چھوٹے عدد سے شروع کرتے ہوئے بڑے عدد تک تمام شمارے لکھیے۔

مثلاً 1، 2، 3، 4، 5، 6 ان تمام اعداد کو ایک کے نیچے ایک ترتیب وار لکھیے۔

2. معلومات میں دیے ہوئے اعداد ترتیب سے پڑھیے۔ ہر وقت معطیات میں سے عدد پڑھنے کے بعد، جدول میں اُس عدد کے بازو کی ستون میں '||' ایسا نشان لگائیے۔ اس کھڑی لکیر (نشان) کو شمار یاتی نشان (tally mark) کہتے ہیں۔

جیسے 3 کا عدد پڑھ کر 3 عدد کے سامنے دوسرے ستون میں '||' اس طرح نشان لگائیے۔ 4 نشانات تک '||||' چار عمودی لکیر کھینچی جاتی ہیں۔ لیکن پانچواں نشان '|||||' اس طرح لکھتے ہیں۔ اس طرح شمار یاتی نشان کی کل تعداد کی گنتی کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

3. ہر عدد کے سامنے شمار یاتی نشان کی کل تعداد گن کر لکھیے، اُس عدد کو تعدد کہتے ہیں۔ تیسرے ستون میں تعدد لکھتے ہیں۔

4. آخر میں تمام تعددوں کی جمع کی جاتی ہے۔ اُسے 'N' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مجموعہ کل شماروں کی تعداد کے مساوی ہوتا ہے۔

### دی ہوئی معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنانا

مثال : ایک کلاس کے کچھ لڑکیوں کا گھر سے اسکول تک کا فاصلہ (کلومیٹر) میں دیا ہوا ہے۔

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

اس کی بنا پر ہم دیکھیں گے کہ تعددی جدول کس طرح تیار کرتے ہیں۔

شماروں کی گنتی کرتے وقت جس شمارہ (عدد) کو گن چکے ہیں اسے

دھیان میں رکھنے کے لیے اس عدد پر تڑھی لکیر سے کٹ مار کا نشان

لگاتے ہیں۔ یہاں پر پہلے تین شماروں کی گنتی ہونے کے بعد شماروں کی

فہرست دی ہوئی ہے۔

(1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

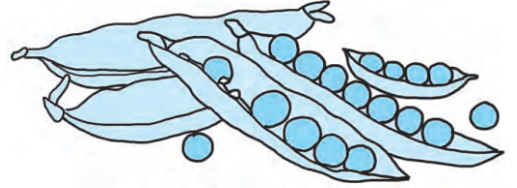
شمارہ	شمار یاتی نشان	تعدد
1		2
2		1
3		2
4		5
5		2
6		3
کل تعدد N = 15		



پرپا کی والدہ نے بازار سے مٹر کی پھلیاں خرید لائی۔ والدہ نے پھلیاں چھیلنا شروع کیا۔ پرپا قریب ہی بیٹھ کر ریاضی کی پڑھائی کر رہی تھی۔ اُس کا دھیان والدہ کی پھلیوں کے چھیلنے کی طرف گیا۔ کچھ پھلیوں میں سے 4 دانہ تو کچھ پھلیوں میں سے 7 دانے نکل رہے تھے۔ پھر پرپا نے اُس میں سے 50 پھلیاں اٹھا کر چھیلا اور اس میں موجود دانوں کی تعداد کا اندراج کیا۔

پرپا نے مٹر کے پھلیوں میں موجود دانوں کی تعددی جدول بنائی۔

تعداد	شماریاتی نشان	دانوں کی تعداد
8		2
15		3
12		4
2		5
7		6
3		7
3		8
کل تعداد N = 50		



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8  
 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8  
 8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3  
 4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2  
 3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

**والدہ :** سات چھوٹی حاصل ضرب اور ان کی جمع کرنا آسان ہے نا؟  
 بہت زیادہ شمارے یا معطیات ہو تو ایسے وقت میں تعددی جدول کا استعمال کیا جاتا ہے۔

**پرپا :** پھر تمام شماروں کا مجموعہ 206 ہوا۔

$$\therefore \text{اوسط} = \frac{206}{50} = 4.12$$

**والدہ :** کسی بھی پھلی میں مٹر کے دانے مکمل عدد میں ہی ہوتے ہیں، لیکن اوسط کبھی کبھی کسر میں بھی ہو سکتا ہے۔ یہاں ہر پھلی میں عموماً 4 دانے ہیں یہ کہا جاسکتا ہے۔

**والدہ :** کیا تم چھلی ہوئی پھلیوں کے دانوں کا اوسط معلوم کر سکتی ہو؟  
**پرپا :** ہاں، ان 50 اعداد کی جمع کر کے اس مجموعے کو 50 سے تقسیم کرنا ہوگا؟ یہ پیچیدہ کام ہے نا؟

**والدہ :** ہم اس کام کو آسان کر سکتے ہیں۔ تعددی جدول میں 2 دانے کتنی

پھلیوں میں، 3 دانے کتنی پھلیوں میں ہیں وغیرہ ہمیں معلوم ہیں نا؟

**پرپا :** جی ہاں! 2 دانے 8 پھلیوں میں، 3 دانے 15 پھلیوں میں،

4 دانے 12 پھلیوں میں وغیرہ ہمیں معلوم ہے۔

اب میری سمجھ میں آیا۔  $2 \times 8$ ،  $3 \times 15$ ،  $2 \times 12$  اس طرح

ضرب کر کے ان کے حاصل ضرب کی جمع کی جائے تو ان 50

اعداد کی جمع حاصل ہوتی ہے۔

- شماروں کی درجہ بندی آسانی سے کرنے کے لیے شماریاتی نشانات (tally کے نشان) کا استعمال کیا جاتا ہے۔
- شماریاتی نشانات کی تعداد، تعدد ظاہر کرتی ہے۔ ایسی جدول کو تعددی جدول کہتے ہیں۔
- شماروں کی تعداد زیادہ ہو تو تعددی جدول کا استعمال اوسط معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

### مشقی سوالات 55

1. ایک کلاس کے 30 طلبہ کی اونچائی سینٹی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔  
131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132,  
131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140
2. ایک بستی میں 50 خاندان رہتے ہیں۔ ہر خاندان کے افراد کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنائیے۔  
5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2,  
4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2
3. ایک پانسہ 40 مرتبہ اچھالنے پر اوپری رخ پر حاصل ہوئے اعداد کا اندراج ذیل کے مطابق ہے۔ اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔  
3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6  
3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4
4. ایک اقامت خانہ کے میس میں 30 طلبہ کو کھانے میں دی جانے والی پوڑیوں کی تعداد ذیل کے مطابق ہے، اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔  
3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3, 2

اوسط کا استعمال سائنس کے تمام شعبوں میں، علم طب، جغرافیہ، علم معاشیات، سماجی علوم وغیرہ مضامین میں ہوتا ہے۔

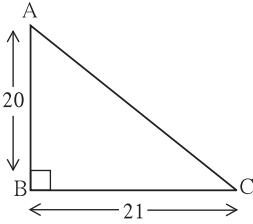


## مجموعہ سوالات 2

1. اجمل نے 1500 روپے، 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں جمع کیے۔ اُسے مدت ختم ہونے پر 5400 روپے مفرد سود ملا۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم بینک میں جمع کیا؟
2. ایک سڑک بنانے کے کام کے لیے 10 مزدوروں کو 4 دن لگتے ہیں، تو 8 مزدوروں کو کتنے دن درکار ہوں گے؟
3. نصیر الدین اور مہیش ہر ایک نے بالترتیب ₹40,000 اور ₹60,000 سرمایہ لگا کر ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں انھیں 30% نفع حاصل ہوا۔ تو بتائیے ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟
4. ایک دائرے کا قطر 5.6 سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔
5. توسیع کیجیے۔

- (i)  $(2a-3b)^2$       (ii)  $(10+y)^2$       (iii)  $\left(\frac{p}{3} + \frac{q}{4}\right)^2$       (iv)  $\left(y - \frac{3}{y}\right)^2$
6. ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے ضرب کیجیے۔

- (i)  $(x-5)(x+5)$       (ii)  $(2a-13)(2a+13)$       (iii)  $(4z-5y)(4z+5y)$       (iv)  $(2t-5)(2t+5)$
7. ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.05 میٹر ہے۔ تو پہیے کے 1000 گردشوں میں بیل گاڑی کتنے کلومیٹر کا فاصلہ طے کرے گی؟
8. ایک 40 میٹر لمبائی کے مستطیل نما باغ کا رقبہ 1000 مربع میٹر ہے۔ تو باغ کی چوڑائی اور اسی طرح باغ کا احاطہ معلوم کیجیے۔ اس باغ کے گرد دروازہ کے لیے 4 میٹر کی جگہ چھوڑ کر 3 پھیروں والی تاریکی باڑھ لگانا ہے۔ اگر تاریکی باڑھ کا خرچ 250 روپے فی میٹر ہو تو باڑھ لگانے کا کل خرچ معلوم کیجیے۔
9. بازو کی شکل میں دی ہوئی معلومات سے وتر AC معلوم کیجیے اور اسی طرح  $\triangle ABC$  کا احاطہ معلوم کیجیے۔



10. ایک مکعب کا ضلع 8 سم ہے تو اس مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ کتنا ہے؟
11. اجزائے ضربی کیجیے :  $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

## کثیر متبادل سوالات

سوال : مندرجہ ذیل سوالات کے متبادل جوابات دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

1. اگر اعداد 39, 38, 37, x, 35, 34, 33 کا اوسط 36 ہو تو x کی قیمت ..... ہوگی۔
- (i) 40      (ii) 32      (iii) 42      (iv) 36
2.  $(61^2 - 51^2)$  ان مربعی اعداد کی حاصل تفریق، ..... ہوگی۔
- (i) 1120      (ii) 1230      (iii) 1240      (iv) 1250
3. 2600 روپے کو 5 : 8 کے تناسب میں سمیر اور سنیتا میں تقسیم کرنے پر ہر ایک کے حصے میں ..... اور ..... روپے آئیں گے۔
- (i) ₹1500 , ₹1100      (ii) ₹1300 , ₹900
- (iii) ₹800 , ₹500      (iv) ₹1600 , ₹1000



## ANSWERS جوابات کی فہرست

1. مثلث کے اندرون میں 1. -- 2. -- 3. مثلث کی سیٹ

4. مثلث کا جانکھ مرکز معلوم کرنا 5. قائمہ الزاویہ مثلث کے وتر پر

2. --- مشقی سیٹ

3. --- مشقی سیٹ 4. --- مشقی سیٹ 5. --- مشقی سیٹ

6. مشقی سیٹ :

1. (i) قطعہ  $MG \cong$  قطعہ  $GR$  (ii) قطعہ  $MG \cong$  قطعہ  $NG$

(iii) قطعہ  $GC \cong$  قطعہ  $GB$  (iv) قطعہ  $GE \cong$  قطعہ  $GR$

2. (i) قطعہ  $AB \cong$  قطعہ  $WA$  (ii) قطعہ  $AP \cong$  قطعہ  $YC$

(iii) قطعہ  $AC \cong$  قطعہ  $PY$  (iv) قطعہ  $PW \cong$  قطعہ  $BY$

(v) قطعہ  $YA \cong$  قطعہ  $PY$  (vi) قطعہ  $BW \cong$  قطعہ  $ZX$

(مذکورہ بالا سوالات میں ہر ایک کے کئی جواب ہو سکتے ہیں)

7. مشقی سیٹ :  $\odot \angle AOB \cong \angle BOC, \angle AOB \cong \angle RST,$

$\angle AOC \cong \angle PQR, \angle DOC \cong \angle LMN,$

$\angle BOC \cong \angle RST$

8. مشقی سیٹ :  $\odot$  (i) 35 (ii) -54 (iii) -36 (iv) -56

(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (viii) -105

9. مشقی سیٹ :

1. (i) -6 (ii)  $-\frac{7}{2}$  (iii)  $-\frac{3}{4}$  (iv)  $-\frac{2}{3}$  (v)  $-\frac{17}{4}$

(vi) 6 (vii)  $\frac{5}{3}$  (viii)  $-\frac{1}{6}$  (ix)  $\frac{6}{5}$  (x)  $\frac{1}{63}$

2. 24  $\div$  5, 72  $\div$  15,  $\div$  48  $\div$  (-10) وغیرہ

3. -5  $\div$  7, -15  $\div$  21, 20  $\div$  (-28) وغیرہ کئی

10. مشقی سیٹ : 1. 1 2. 4, 5 اور 17, 19

3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71,

کل 16 مفرد اعداد 73, 79, 83, 89, 97

4. 59 اور 61, 71 اور 73

5. (2,3), (5,7), (11,12), (17,19), (29,30) وغیرہ کئی 6. 2

11. مشقی سیٹ :  $\odot$  (i)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(ii)  $3 \times 19$  (iii) 23 (iv)  $2 \times 3 \times 5 \times 5$

(v)  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

(vi)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13$  (vii)  $3 \times 3 \times 5 \times 17$

(viii)  $2 \times 3 \times 3 \times 19$  (ix)  $13 \times 19$  (x)  $13 \times 43$

12. مشقی سیٹ : 1. (i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1 (v) 2

(vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21

2. (i) مختصر ترین صورت, 25 م ع ا  $\frac{11}{21}$

(ii) مختصر ترین صورت, 19 م ع ا  $\frac{4}{7}$

(iii) مختصر ترین صورت, 23 م ع ا  $\frac{7}{3}$

13. مشقی سیٹ :

1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288 (iv) 60 (v) 3870

(vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180 (ix) 567 (x) 108

2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60

(iv) 9; 126 (v) 26; 312

14. مشقی سیٹ : 1. (i) 30 (ii) 40, 20

2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510

(iv) 23; 69 (v) 7; 588

3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008

(iv) 60 (v) 240 4. 365

5. (i)  $\frac{12}{11}$  (ii)  $\frac{17}{19}$  (iii)  $\frac{23}{29}$

6. 144 7. 255 8. 14 میٹر 9. 18 اور 20

15. مشقی سیٹ : 1. اندرونی حصے میں نقاط : R, C, N, X

بیرونی حصے میں نقاط : T, U, Q, V, Y

زاویہ کی سابقین پر نقاط : A, W, G, B

2.  $\angle ANB$  اور  $\angle BNC, \angle BNC$  اور  $\angle ANC,$

$\angle ANC$  اور  $\angle ANB, \angle PQR$  اور  $\angle PQT$

3. (i) متصلہ ہیں۔ (ii) اور

(iii) متصلہ ہیں۔ (iv) متصلہ نہیں ہیں کیونکہ اندرونی حصے الگ الگ نہیں ہیں۔

16. مشقی سیٹ : 1. (i)  $50^\circ$  (ii)  $27^\circ$  (iii)  $45^\circ$  (iv)  $35^\circ$

(v)  $70^\circ$  (vi)  $0^\circ$  (vii)  $(90 - x)^\circ$

2.  $20^\circ$  اور  $70^\circ$

17. مشقی سیٹ : 1. (i)  $165^\circ$  (ii)  $95^\circ$  (iii)  $60^\circ$

(iv)  $143^\circ$  (v)  $72^\circ$  (vi)  $180^\circ$  (vii)  $(180 - a)^\circ$

2. مکملہ زاویوں کی جوڑیاں :

(i)  $\angle B$  اور  $\angle N$  (ii)  $\angle D$  اور  $\angle F$  (iii)  $\angle Y$  اور  $\angle E$

متمم زاویوں کی جوڑیاں : (i)  $\angle B$  اور  $\angle G$  (ii)  $\angle N$  اور  $\angle J$

3.  $\angle X$  اور  $\angle Z$  یہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

4.  $65^\circ$  اور  $25^\circ$

5. (i)  $\angle P$  اور  $\angle M$  (ii)  $\angle T$  اور  $\angle N$

(iii)  $\angle P$  اور  $\angle T$  (iv)  $\angle M$  اور  $\angle N$

(v)  $\angle P$  اور  $\angle N$  (vi)  $\angle M$  اور  $\angle T$  6.  $160^\circ$

7.  $m\angle A = (160 - x)^\circ$

18 مشقی سیٹ :

1. شعاع  $PM$  اور شعاع  $PL$  ، شعاع  $PT$  اور شعاع  $PN$

2. نہیں۔ کیوں کہ ان شعاعوں سے ایک خط نہیں بنتا ہے۔

19 مشقی سیٹ : ---

20 مشقی سیٹ : 1.  $m\angle APB = 133^\circ$  ,  $m\angle BPC = 47^\circ$  ,

$m\angle CPD = 133^\circ$

2.  $m\angle PMS = (180 - x)^\circ$  ,  $m\angle SMQ = x^\circ$  ,

$m\angle QMR = (180 - x)^\circ$

21 مشقی سیٹ :

1.  $m\angle A = m\angle B = 70^\circ$  2.  $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

3.  $m\angle ACB = 34^\circ$  ,  $m\angle ACD = 146^\circ$  ,

$m\angle A = m\angle B = 73^\circ$

22 مشقی سیٹ :

1. (i)  $\frac{71}{252}$  (ii)  $\frac{67}{15}$  (iii)  $\frac{430}{323}$  (iv)  $\frac{255}{77}$

2. (i)  $\frac{16}{77}$  (ii)  $\frac{14}{45}$  (iii)  $\frac{-13}{6}$  (iv)  $\frac{7}{6}$

3. (i)  $\frac{6}{55}$  (ii)  $\frac{16}{25}$  (iii)  $-\frac{2}{3}$  (iv) 0

4. (i)  $\frac{5}{2}$  (ii)  $-\frac{8}{3}$  (iii)  $-\frac{39}{17}$  (iv)  $\frac{1}{7}$  (v)  $-\frac{3}{22}$

5. (i)  $\frac{4}{3}$  (ii)  $\frac{100}{121}$  (iii)  $\frac{7}{4}$  (iv)  $-\frac{1}{6}$  (v)  $\frac{2}{5}$

(vi)  $-\frac{10}{7}$  (vii)  $-\frac{9}{88}$  (viii)  $\frac{25}{2}$

23 مشقی سیٹ : ⊙

(i)  $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$  (ii)  $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$

(iii)  $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$  (iv)  $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$

(v)  $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$  (vi)  $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, -\frac{13}{24}$

(vii)  $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$  (viii)  $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$  وغیرہ کی

24 مشقی سیٹ :

(i) 3.25 (ii) -0.875 (iii) 7.6 (iv) 0.416

(v) 3.142857 (vi) 1.3 (vii) 0.7

25 مشقی سیٹ : 1. 149 2. 0 3. 4 4. 60 5.  $\frac{17}{20}$

26 مشقی سیٹ : 1. --- 2. (i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401

(iv) -216 (v) 729 (vi) 8 (vii)  $\frac{64}{125}$  (viii)  $\frac{1}{16}$

27 مشقی سیٹ : ⊙ (i)  $7^6$  (ii)  $(-11)^7$  (iii)  $\left(\frac{6}{7}\right)^8$

(iv)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$  (v)  $(a)^{23}$  (vi)  $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

28 مشقی سیٹ : 1. (i)  $a^2$  (ii)  $m^{-3}$  (iii)  $p^{-10}$  (iv) 1

2. (i) 1 (ii) 49 (iii)  $\frac{4}{5}$  (iv) 16

29 مشقی سیٹ : 1. (i)  $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$  (ii)  $3^{-8}$  (iii)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$

(iv)  $\left(\frac{2}{5}\right)^6$  (v)  $6^{20}$  (vi)  $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$  (vii)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$

(viii)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$  (ix)  $\left(\frac{3}{4}\right)^6$  (x)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i)  $\left(\frac{7}{2}\right)^2$  (ii)  $\left(\frac{3}{11}\right)^5$  (iii)  $\left(\frac{6}{1}\right)^3$  کیونکہ  $6^3$  (iv)  $\frac{1}{y^4}$

30 مشقی سیٹ :

1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

32 مشقی سیٹ : ⊙ (i) یک رکنی =  $7x$ ;  $a$ ; 4

(ii) دور کی =  $5y - 7z$ ;  $5m - 3$

(iii) سدر کی =  $3x^3 - 5x^2 - 11$ ;  $3y^2 - 7y + 5$

(iv) کثیر رکنی =  $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

33 مشقی سیٹ : ⊙ (i)  $22p + 18q$  (ii)  $18a + 24b + 21c$

(iii)  $19x^2 - 20y^2$  (iv)  $-11a^2b^2 + 44c$

(v)  $3y^2 - 8y + 9$  (vi)  $4y^2 + 10y - 8$

34 مشقی سیٹ : ⊙ (i)  $xy + 7z$  (ii)  $4x + 2y + 4z$

(iii)  $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv)  $-10x^2 + 24xy + 16y^2$  (v)  $-12x + 30z - 19y$

35 مشقی سیٹ : 1. (i)  $288x^2y^2$  (ii)  $92xy^3z^2$

(iii)  $48ac + 68bc$  (iv)  $36x^2 + 73xy + 35y^2$

2.  $(40x^2 + 49x + 15)$  مربع میٹر

36 مشقی سیٹ : 1.  $-2(7x + 12y)$  2.  $-345x^5y^4z^3$

3. (i) 1 (ii)  $\frac{5}{2}$  (iii) 1 (iv) 3 (v)  $-5$  (vi)  $\frac{69}{5}$

4. 16 سال، 11 سال 5. 130 6. 30 نوٹ 7. 132, 66

### 1 - مجموعہ سوالات

1. (i) 80 (ii)  $-6$  (iii)  $-48$  (iv) 25 (v) 8 (vi)  $-100$

2. (i) 15; 675 (ii) 38; 228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96

3. (i)  $\frac{14}{17}$  (ii)  $\frac{13}{11}$  (iii)  $\frac{3}{4}$

4. (i) 28 (ii) 15 (iii) 36 (iv) 45 (v) 16

5. --- 6. (i) 77 (ii) 25 (iii)  $\frac{49}{24}$  (iv) 1026

7. (i)  $\frac{41}{48}$  (ii)  $\frac{23}{20}$  (iii)  $-8$  (iv)  $\frac{63}{20}$

8. --- 9. --- 10. --- 11. --- 12. ---

13. (i)  $55^\circ$  (ii)  $(90 - a)^\circ$  (iii)  $68^\circ$  (iv)  $(50 + x)^\circ$

14. (i)  $69^\circ$  (ii)  $133^\circ$  (iii)  $0^\circ$  (iv)  $(90 + x)^\circ$

15. --- 16. (i)  $110^\circ$  (ii)  $55^\circ$  (iii)  $55^\circ$

17. (i)  $5^7$  (ii)  $\left(\frac{3}{2}\right)^3$  (iii)  $\left(\frac{7}{2}\right)^2$  (iv)  $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

18. (i) 1 (ii)  $\frac{1}{1000}$  (iii) 64 (iv) 16

19. (i)  $8a + 10b - 13c$  (ii)  $21x^2 - 10xy - 16y^2$

(iii)  $18m - n$  (iv)  $2m - 19n + 11p$

20. (i)  $x = -10$  (ii)  $y = 5$

کثیر متبادل سوالات : 1. داخلی مرکز 2.  $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$  3. 3

4.  $\frac{3}{2}$  5.  $10 \times 3 + (5 + 2)$

37 مشقی سیٹ : 1. ₹240 2. 32 گٹھے

3. 18 کلوگرام 4. ₹24000 5. ₹104000

### 38 مشقی سیٹ :

1. 10 دن; 4 دن 2. 50 صفحات 3. 2 گھنٹہ; 3 گھنٹہ; 20 دن

39 مشقی سیٹ : 1. ₹12800; ₹16000

2. ₹10000; ₹24000 3. ₹38000; ₹9120

4. ₹147; ₹343 5. ₹54000; ₹15120

40 مشقی سیٹ : 1. ₹1770 2. ₹25000; ₹375000

3. ₹14875 4. ₹3600 5. ₹180000

### 41 مشقی سیٹ :

1. 10% 2. ₹300 3. 5 سال 4. ₹41000

5. (i) ₹882; ₹5082 (ii) ₹5000; ₹6200

(iii) 2 سال، ₹8800 (iv) ₹12000, 10 سال

(v) ₹19200, ₹21600

42 مشقی سیٹ : 1. (i) 14 سم; 44 سم (ii) 14 سم; 88 سم

(iii) 98 سم; 196 سم (iv) 11.55 سم; 23.1 سم

2. 28 سم 3. ₹56320 4. 250 چکر

43 مشقی سیٹ : 1.  $240^\circ$

2. قوس RY, قوس PR, قوس PXQ : اصغر قوس کے نام  
قوس QY, قوس XQ, قوس XP

قوس RQY, قوس PQR, قوس PYQ : اکبر قوس کے نام  
قوس QRX, قوس XQP

قوس QYR, قوس QPR : نصف دائری قوس کے نام

3.  $250^\circ$

44 مشقی سیٹ : 1. 2 گنا 2. 3 گنا 3. 90 میٹر 4. 8 میٹر

### 45 مشقی سیٹ :

1. 144 مربع سم 2. 75 مربع سم 3. 46 سم 4. 9 گنا

46 مشقی سیٹ : 1. 1170 مربع سم 2. 8.64 مربع سم

3. ₹ 2302750 4. 800 فرشیاں; 3200 فرشیاں

5. 156 میٹر; 845 مربع میٹر

47 مشقی سیٹ : 1. (i) 54 مربع سم (ii) 150 مربع سم

(iii) 311.04 مربع میٹر (iv) 277.44 مربع میٹر

(v) 181.5 مربع میٹر

2. (i) 460 مربع سم (ii) 58.8 مربع سم

(iii) 31.6 مربع میٹر (iv) 171 مربع سم

3. 39.5 مربع سم 4. 6.5 مربع سم, ₹1950

48 مشقی سیٹ : 1. (i) اکائی 25 (ii) اکائی 40 (iii) اکائی 15

2. 26 سم 3. 16 سم 4. 12 میٹر

49 مشقی سیٹ : 1. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) نہیں

(iv) نہیں (v) ہاں (vi) نہیں

2. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں (v) نہیں

50 مشقی سیٹ :

1. (i)  $25a^2 + 60ab + 36b^2$  (ii)  $\frac{a^2}{4} + \frac{ab}{3} + \frac{b^2}{9}$

(iii)  $4p^2 - 12pq + 9q^2$  (iv)  $x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$

(v)  $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$  (vi)  $49m^2 - 56m + 16$

(vii)  $x^2 + x + \frac{1}{4}$  (viii)  $a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}$

2.  $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$  3.  $(mn + 7pq)^2$

4. (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

51 مشقی سیٹ : 1. (i)  $x^2 - y^2$  (ii)  $9x^2 - 25$

(iii)  $a^2 - 36$  (iv)  $\frac{x^2}{25} - 36$

2. (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

52 مشقی سیٹ : ⊙ (i)  $3 \times 67 \times a \times a \times a \times b \times b$

(ii)  $13 \times 7 \times x \times y \times t \times t$

(iii)  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b$

(iv)  $t \times r \times r \times s \times s \times s$

53 مشقی سیٹ : ⊙ (i)  $(p+q)(p-q)$

(ii)  $(2x+5y)(2x-5y)$  (iii)  $(y+2)(y-2)$

(iv)  $\left(p + \frac{1}{5}\right)\left(p - \frac{1}{5}\right)$

(v)  $\left(3x + \frac{1}{4}y\right)\left(3x - \frac{1}{4}y\right)$

(vi)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$  (vii)  $ab(a-1)$

(viii)  $2x^2(2xy-3x)$

(ix)  $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$

(x)  $2(x+2y)(x-2y)$

54 مشقی سیٹ : 1. 12.29 ملی میٹر 2. ₹ 892

3. 626.6 ملی میٹر 4. 49.4 کلوگرام

55 مشقی سیٹ :

1.

اونچائی	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	کل
لڑکے	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

افراد	1	2	3	4	5	کل
خاندان	1	13	16	13	7	50

3.

سطحیں	1	2	3	4	5	6	کل
تعداد	2	8	13	8	5	4	40

4.

پوریاں	2	3	4	5	کل
لڑکے	9	10	8	3	30

2 - مجموعہ سوالات :

1. 4 سال

2. 5 دن

3. ₹12000; ₹18000 4. 17.6 سم

5. (i)  $4a^2 - 12ab + 9b^2$  (ii)  $100 + 20y + y^2$

(iii)  $\frac{p^2}{9} + \frac{pq}{6} + \frac{q^2}{16}$  (iv)  $y^2 - 6 + \frac{9}{y^2}$

6. (i)  $x^2 - 25$  (ii)  $4a^2 - 169$

(iii)  $16z^2 - 25y^2$  (iv)  $4t^2 - 25$

7. 3.3 کلو میٹر 8. 25 میٹر; 130 میٹر; ₹94500

9. 29 اکائی; 70 اکائی 10. 384 مربع سم

11.  $73y^2z^3(5y^2 - 2z)$

کثیر متبادل سوالات

1. 36

2. 1120

3. ₹1600, ₹1000





مہاراشٹر راجیہ پاٹھھیہ پستک نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

उद्दे गणित इ. ७वी

₹ 41.00



$$x^3 + 4x^2 - 2x + 7$$

$$t^4 + 7t - 80$$

$$m^2 - 12m + 32$$