آیئے بحث کریں

مستقیم تناسب (Direct proportion)

ہم نے گذشتہ سال دو اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے انھیں نسبت میں لکھنا سیکھ چکے ہیں۔

مثال : اب ذیل کی شکلیں دیکھیے ۔ یہاں دائرے میں بنائے ہوئے قطر کی وجہ سے دائرے کے حصے دکھائے ہوئے ہیں۔

(A) (B) (C) (D)

کیا یہاں قطروں کی تعداد اور بنے ہوئے دائرے کے حصوں کی تعداد میں کچھ تعلق نظر آتا ہے؟

- شکل (A) میں ایک قطر کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (B) میں دو قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (D) میں چار قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔

یہاں پر قطر کی تعداد اور ان سے بنے ہوئے حصوں کی تعداد کی نسبت مستقل ہے ... $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\text{قطر کی تعداد}}{\text{حصوں کی تعداد}}$

مثال : نگر پریشد کے اسکول میں طلبہ کو ملی ہوئی بیاضوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔

طلبہ	15	12	10	5
بیاضیں	90	72	60	30

$\frac{1}{6} = \frac{5}{30} = \frac{10}{60} = \frac{12}{72} = \frac{15}{90} = \frac{\text{طلبہ کی تعداد}}{\text{بیاضوں کی تعداد}}$

یعنی یہاں نسبت 1 : 6 مستقل (Constant) ہے۔

اوپر کے دونوں مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ قطروں کی تعداد بڑھانے پر دائرے کے حصوں کی تعداد بڑھتی ہے۔طلبہ کی تعداد کم ہونے پر بیاضوں کی تعداد بھی کم ہو جاتی ہے۔قطر کی تعداد اور دائرے کے حصوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں اسی طرح طلبہ کی تعداد اور بیاضوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں۔

سرگرمی :

- ✷ کیا موٹر سائیکل میں بھرا ہوا پیٹرول اور اس کے ذریعے طے کردہ فاصلہ مستقیم تناسب میں ہوتا ہے؟ غور کیجیے۔
- ✷ کیا ہم سائنسی معاملات اور روزمرہ کے لین دین میں مستقیم تناسب میں بدلنے والے اعداد کی مثالیں دے سکتے ہیں؟ اس تعلق سے بحث کریں۔

مثال : 10 قلم کی قیمت 60 روپے ہو تو، ایسے 13 قلم کی قیمت کتنے روپے ہوگی؟

حل : 13 قلم کی قیمت معلوم کرنا ہے۔ فرض کیجیے وہ x روپے ہے۔

قلم کی تعداد اور اس کی قیمت مستقیم تناسب میں ہے۔ اس لیے انھیں نسبت میں لکھ کر مساوات حاصل کریں۔

$\therefore \frac{10}{60} = \frac{13}{x}$

$\therefore 10x = 780$ (طرفین کو $60x$ سے ضرب کرنے پر)

$\therefore x = 78$

13 قلم کی قیمت 78 روپے ہے۔

مشقی سوالات 37

1. 7 کلوگرام پیاز 140 روپے میں ہو تو 12 کلوگرام پیاز کتنے روپے میں ملے گی؟
2. 600 روپے میں 15 گھاس کے گٹھے ہوں تو، 1280 روپیوں میں کتنے گھاس کے گٹھے ملیں گے؟
3. روزانہ 13 کلوگرام 500 گرام اضافی خوراک 9 گائے کو درکار ہو تو اس تناسب سے 12 گائے کو کتنی خوراک درکار ہوگی؟
4. 12 کوئنٹل سویابین 36000 روپے میں ملتا ہو تو 8 کوئنٹل سویابین کی قیمت کتنی ہوگی؟
5. اگر دو موبائیل کی قیمت 16,000 روپے ہو تو 13 موبائیل خریدنے کے لیے کتنے روپے درکار ہوں گے؟

آیئے سمجھ لیں :

معکوس تناسب (Inverse proportion)

شجرکاری کے لیے 90 گڑھے کھودنے کے لیے کچھ رضا کار جمع ہوئے ہیں۔ ایک رضا کار روزانہ ایک گڑھا کھودتا ہے۔

15 رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{15} = 6$ دن

10 رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{10} = 9$ دن

کیا رضا کاروں کی تعداد اور گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن مستقیم تناسب میں ہیں؟

رضا کاروں کی تعداد کم ہونے پر درکار دنوں کی تعداد بڑھتی ہے یا اس کے برعکس۔ رضا کاروں کی تعداد بڑھنے پر درکار دن کم ہو جاتے ہیں۔ رضا کار اور دنوں کی تعداد کا حاصل ضرب مستقل ہے۔ لہٰذا ہم کہتے ہیں کہ یہ اعداد معکوس تناسب میں ہیں۔

فرض کیجیے سُدھا کو ایک مجموعہ سوالات سے 48 مثالیں حل کرنا ہے۔ اگر وہ روزانہ ایک مثال حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے 48 دن لگتے ہیں۔ اس نے روزانہ 8 مثالیں حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے $6 = \frac{48}{8}$ دن درکار ہوں گے۔

وہ اگر روزانہ 12 مثالیں حل کرتی ہو تو اسے $4 = \frac{48}{12}$ دن درکار ہوں گے۔

روزانہ حل کی ہوئے مثالیں اور درکار دن معکوس تناسب میں ہیں۔ ان کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اس بات کو ذہن نشین رکھیے کہ '$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$'

مثال : ایک بڑی دیوار تعمیر کرنے کے لیے 15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہوں تو 12 مزدوروں کو وہی کام مکمل کرنے کے لیے کتنے گھنٹے درکار ہوں گے؟

حل : مزدوروں کی تعداد بڑھتی ہے تو کام کے لیے درکار وقت کم لگتا ہے۔مزدوروں کی تعداد اور انھیں لگنے والا وقت معکوس تناسب میں ہے۔

مزدوروں کی تعداد اور دیوار کی تعمیر کے لئے درکار گھنٹوں کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اب ہم x متغیر کا استعمال کرتے ہوئے مثال حل کریں گے۔فرض کیجیے کہ 12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہیں :

12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

$\therefore \quad 12 \times x = 15 \times 8$

$\therefore \quad 12x = 120$

$\therefore \quad x = 10$

اس لیے 12 مزدوروں کو دیوار تعمیر کرنے کے لیے 10 گھنٹے لگیں گے۔

مثال : کلاس روم میں 40 صفحوں والا دستی شمارہ بنانے کا کام شروع کیا گیا ہے۔ایک طالب علم کو یہ شمارہ بنانے کے لیے 80 دن لگتے ہیں۔تو 4 طلبہ کو وہی شمارہ بنانے کے لیے صفحوں والا کتنے دن لگیں گے؟

حل : ایک ہی کام زیادہ طلبہ کرتے ہوں تو درکار دن کم ہوتے ہیں۔یعنی طلبہ کی تعداد اور درکار دن کی تعداد میں معکوس تناسب ہے۔ فرض کیجیے 4 طلبہ کو x دن لگتے ہیں۔

دن	طلبہ
80	1
x	4

$\therefore \quad 4x = 80 \times 1$

$\therefore \quad x = \frac{80}{4}$

$\therefore \quad x = 20$

$\therefore$ 4 طلبہ کو 20 دن درکار ہوں گے۔

مثال : ایک اسکول کے ساتویں جماعت کے طلبہ سیر کے لیے بس کے ذریعے فارم ہاؤس گئے۔اس وقت انھیں کچھ تجربات حاصل ہوئے ان کا مطالعہ کیجیے اور ہر تجربہ کے اعداد مستقیم تناسب میں ہیں یا معکوس تناسب میں لکھیے۔

- سیر کے خرچ کے لیے ہر طالب علم سے 60 روپے جمع کیے گئے۔

کل 45 طلبہ تھے۔اس لیے کل ☐ روپے جمع ہوئے۔ اگر 50 طلبہ ہوتے تو ☐ روپے جمع ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور جمع ہونے والی رقم .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول کے پڑوس کے حلوائی نے سیر کے لیے 90 لڈو دیے۔

45 طلبہ سیر کے لیے آئیں گے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملیں گے۔ اگر 30 طلبہ سیر کو آتے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے لڈو .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول سے سیر کا مقام 120 کلومیٹر تھا۔

فارم ہاؤس کو جاتے وقت بس کی رفتار 40 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے کل ☐ گھنٹے لگے۔

واپس آتے وقت بس کی رفتار 60 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے ☐ گھنٹے لگے۔

بس کی رفتار اور درکار وقت .... تناسب میں ہیں۔

- کسان نے اس کے درخت کے بیر جمع کیے وہ کل 180 تھے۔

اس نے وہ تمام بیر 45 طلبہ کو مساوی تقسیم کیا، ہر ایک کو ☐ بیر ملے۔

اگر 60 طلبہ ہوتے تو ہر ایک کو ☐ بیر ملے ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے بیر کی تعداد .... تناسب میں ہیں۔

مشقی سوالات 38

1. ایک کھیت کی کھرپی (صفائی) مکمل کرنے کے لئے 5 مزدوروں کو 12 دن لگتے ہیں، تو 6 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟ 15 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟

2. موہن راؤ نے روزانہ 40 صفحات کے حساب سے ایک کتاب کا مطالعہ کیا، تو اس کتاب کی پڑھائی 10 دن میں مکمل ہوتی ہے۔ وہی کتاب 8 دن میں مکمل پڑھنا ہو تو ہر روز کتنے صفحے پڑھنا ہوگا؟

3. 'مریم' کی سائیکل چلانے کی رفتار فی گھنٹہ 6 کلومیٹر ہے۔ اسے 12 کلومیٹر فاصلہ پر واقع خالہ کے گھر جانا ہے، تو اسے کتنا وقت لگے گا؟ اگر سائیکل کی رفتار فی گھنٹہ 4 کلومیٹر ہو تو کتنا وقت لگے گا؟

4. ایک سرکاری گودام میں اناج کا ذخیرہ 4000 لوگوں کو 30 دن کے لئے کافی ہوتا ہے، تو وہ اناج کا ذخیرہ 6000 لوگوں کے لئے کتنے دنوں تک کافی ہوگا؟

آئیے سمجھ لیں :

شراکت (Partnership)

کوئی بھی کاروبار شروع کرتے وقت جگہ، خام مال وغیرہ کے لیے پیسوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس رقم کو سرمایہ کہتے ہیں۔ اکثر دو یا زائد افراد مل کر سرمایہ جمع کرتے ہیں۔ یعنی وہ افراد شراکت کے ذریعے سرمایہ کاری کرتے ہوئے کاروبار شروع کرتے ہیں۔ شراکت کے کاروبار میں بینک میں شراکت دار کے مخلوط کھاتہ ہوتے ہیں۔ اس کاروبار کے لئے سرمایہ کی جس تناسب میں سرمایہ کاری ہوتی ہے اس تناسب سے کاروبار میں حاصل ہونے والے نفع یا نقصان کی تقسیم ہوتی ہے۔

مثال : سلیم اور عقیل نے بالترتیب 2100 اور 2800 روپے سرمایہ لگا کر کاروبار شروع کیا۔ انھیں 3500 روپے نفع ہوا، تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟

حل : سرمایہ کی نسبت معلوم کریں گے۔ $2100 : 2800 = \frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$ (یعنی سرمایہ کی نسبت $3 : 4$ ہے)

نفع کی تقسیم سرمایہ کے تناسب میں کرنا ہے۔ فرض کیجیے سلیم کا نفع $3x$ اور عقیل کا نفع $4x$ ہے۔

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ ... (کل نفع 3500 روپے ہے)

$\therefore\ 7x = 3500 \qquad \therefore\ x = 500$

$\therefore$ سلیم کا نفع $= 3x = 1500$ روپے اور عقیل کا نفع $= 4x = 2000$ روپے

مثال : ایک کاروبار میں پرکاش اور سیام نے 130000 روپے سرمایہ $2 : 3$ کی نسبت میں سرمایہ کاری کی تو ہر ایک کی سرمایہ کاری کتنی ہے؟ اس کاروبار میں انھیں 36000 روپے نفع حاصل ہوا، تو ہر ایک کا نفع کتنا ہوگا؟

حل : پرکاش اور سیام ان کے سرمایہ کاری کا تناسب $2 : 3$ ہے۔

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع کی تقسیم ہوتی ہے اس لئے نفع کا تناسب $2 : 3$ ہوگا۔

فرض کیجیے پرکاش کی سرمایہ کاری $3y$ اور سیام کی سرمایہ کاری $2y$ ہے۔

کل سرمایہ کاری $= 3y + 2y$

$\therefore \quad 5y = 130000$

$\therefore \quad \frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad y = 26000$

$\therefore$ پرکاش کی سرمایہ کاری $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$=$ ₹ 78000

سیام کی سرمایہ کاری $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$=$ ₹ 52000

فرض کیجیے پرکاش کا نفع $3x$ اور سیام کا نفع $2x$ ہے۔

$\therefore$ کل نفع $= 3x + 2x$

$5x = 36000$

$\therefore \quad \frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad x = 7200$

$\therefore$ پرکاش کا نفع $= 3x$

$= 3 \times 7200$

$=$ ₹ 21600

سیام کا نفع $= 2x$

$= 2 \times 7200$

$=$ ₹ 14400

مثال : عبدل، ساجد اور جوزف نے نیتا کو 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے دیئے۔ نیتا نے اس میں 150 روپے ملا کر کاغذ اور رنگ خریدا۔ سب نے ان چیزوں سے تحفہ کے کارڈ بنائے اور فروخت کیے۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملے گا؟

حل : چاروں کا سرمایہ ملا کر کل سرمایہ 300 روپے تھا۔ اس میں سے نیتا کے 150 روپے یعنی نصف سرمایہ اُسی کا تھا۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ سائیلی کا منافع 420 کا نصف یعنی 210 روپے ہوگا۔ بقیہ منافع عبدل، ساجد اور جوزف کو تقسیم کرنا ہوگا۔ عبدل، ساجد اور جوزف ان کا سرمایہ بالترتیب 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے ہے۔ سرمایہ کا تناسب 50 : 70 : 30 کی نسبت میں ہے۔ یعنی 3:7:5 کی نسبت میں ہے۔ تینوں کا منافع 210 روپے ہے۔

فرض کیجیے ان کا منافع بالترتیب $3k, 7k, 5k$ ہے۔

$\therefore \quad 3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore \quad 15k = 210$

$\therefore \quad k = 14$

عبدل کا نفع $= 3k = 3 \times 14 = 42$ روپے ، ساجد کا نفع $= 7k = 7 \times 14 = 98$ روپے

جوزف کا نفع $= 5k = 5 \times 14 = 70$ روپے

مثال : سریتا بین، عائشہ اور میناکشی ہر ایک نے 2400، 5200 اور 3400 روپے سرمایہ کاری کر کے کاروبار شروع کیا۔ انھیں %50 منافع حاصل ہوا۔ تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟ وہ اس منافع کو نہ لیتے ہوئے آئندہ سال کے کاروبار کے لیے سرمایہ میں ملا لیا جائے تو ہر ایک کی اگلے سال کی شراکت داری کتنی ہوگی؟

حل :

$\rightarrow$ کل سرمایہ $= 2400 + 5200 + 3400 = 11000$ روپے

اس سرمایہ پر %50 نفع حاصل ہوا۔

$\therefore$ کل نفع $= \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع تقسیم کرنا ہے۔

ہم دو اعداد کا تناسب دونوں اعداد کو مشترک عاد سے تقسیم کرکے آسان بناتے ہیں۔ اسی طرح دو سے زائد اعداد کا تناسب آسان بنا سکتے ہیں۔

شراکت کا تناسب = 2400 : 5200 : 3400

= 24 : 52 : 34 ... (100 سے تقسیم کرنے پر)

= 12 : 26 : 17 ... (2 سے تقسیم کرنے پر)

فرض کیجیے۔ سریتا بین کا نفع = 12p ، عائشہ کا نفع = 26p ، میناکشی کا نفع = 17p

$\therefore\ 12p + 26p + 17p = 55p = 5500, \qquad \therefore\ p = \frac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ سریتا بین کا نفع = 12 × 100 = 1200، عائشہ کا نفع = 26 × 100 = 2600

میناکشی کا نفع = 17 × 100 = 1700

نفع نہ لیتے ہوئے وہ سرمایہ میں ملایا جائے تو ہر ایک کی نئی سرمایہ کاری معلوم کریں گے۔

اگلے سال کے لئے سریتا بین کی سرمایہ کاری = 2400 + 1200 = 3600 روپے

اگلے سال کے لئے عائشہ کی سرمایہ کاری = 5200 + 2600 = 7800 روپے

اگلے سال کے لئے میناکشی کی سرمایہ کاری = 3400 + 1700 = 5100 روپے

آیئے بحث کریں

- مذکورہ بالا مثال میں سریتا بین، میناکشی اور عائشہ ان میں سے ہر ایک نے نفع نہ نکالتے ہوئے اپنے سرمایہ میں اضافہ کیا تو اگلے سال کے لیے ان کی سرمایہ کاری کا تناسب معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 39

1. سریش اور رمیش نے 144000 روپے 5 : 4 کی نسبت میں سرمایہ کاری کرکے ایک قطعۂ اراضی خریدا۔ کچھ سال بعد فروخت کرنے پر انھیں 20% نفع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

2. ویراٹ اور سمراٹ نے بالترتیب 50000 روپے اور 120000 روپے سرمایہ کاری کرکے ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں انھیں 20% نقصان ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نقصان ہوا؟

3. سویتا، پیوش اور نچیتا ان تینوں نے مل کر سولا پوری چادر اور تولیہ فروخت کرنے کا کاروبار 80000 روپے سرمایہ کاری کرکے شروع کیا۔ اس میں سے سویتا کی سرمایہ کاری 30000 روپے تھی اور پیوش کی سرمایا کاری 12000 روپے تھی۔ انھیں سال کے آخر میں 24% نفع ہوا، تو نچیتا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ نچیتا کو کتنا نفع حاصل ہوا؟

4. الف اور ب نے اپنے حاصل ہونے والے نفع 24500 روپے کو 7 : 3 تناسب میں تقسیم کرلیا۔ ہر ایک نے ملنے والے اپنے منافع میں سے 2% رقم فوجی فلاح فنڈ (سینک کلیان فنڈ) میں جمع کیا، تو ہر ایک نے کتنی رقم فنڈ میں جمع کی؟

*5. جیا، سیما، نکھل اور نلیش چاروں نے ایک کاروبار کے لیے 6 : 7 : 4 : 3 تناسب سے 360000 روپے کی سرمایہ کاری کی، تو جیا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ انھیں اس کاروبار میں 12% نفع ہوا تو نکھل کے حصے میں کتنے روپے ملیں گے؟