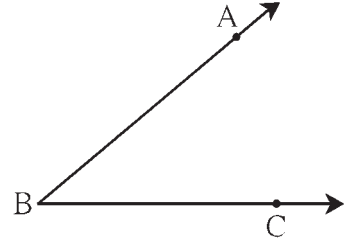




آئیے ذرا یاد کریں :



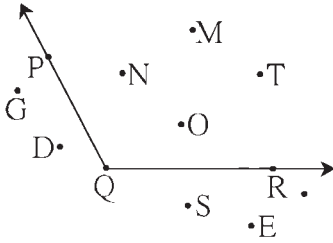
- بازو میں دیے ہوئے زاویے کا نام لکھیے۔
- زاویے کے راس کا نام لکھیے۔
- زاویے کی ساقین کے نام لکھیے۔
- ساقین پر دکھائے ہوئے نقاط کے نام لکھیے۔



آئیے سمجھ لیں :



زاویے کا اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ

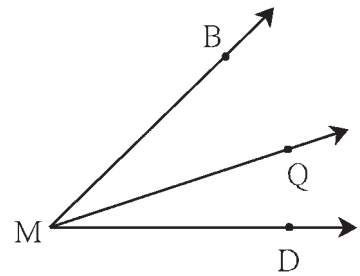


- بازو کی شکل میں مستوی میں زاویے کے اضلاع پر کے نقاط کے علاوہ واقع نقطہ N، نقطہ M، نقطہ T جیسے نقاط کے گروہ $\angle PQR$ کے اندرونی حصہ (Interior of an angle) میں واقع ہیں۔

- مستوی میں جو نقاط زاویے کے ساقین پر نہیں ہیں اور وہ زاویے کے اندرونی حصے میں بھی نہیں ہیں۔ نقطہ G، نقطہ D، نقطہ E جیسے نقاط کا گروہ $\angle PQR$ کے بیرونی حصہ میں (Exterior of an angle) واقع ہیں۔

متصلہ زاویے (Adjacent angles)

بازو کی شکل میں زاویہ دیکھیے۔ $\angle BMQ$ اور $\angle QMD$ ان دونوں زاویوں کی شعاع MQ یہ ایک ساق مشترک ہے اور M راسی نقطہ مشترک ہے۔ ان زاویوں کے اندرونی حصے میں ایک بھی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ یہ زاویے ایک دوسرے کے بازو میں ہیں۔ ایسے زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔



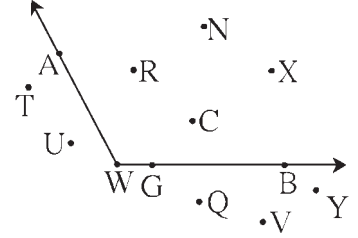
متصلہ زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور باقی دو ساق مشترک ساق کے مخالف جانب ہوتی ہیں اور ان کا راس مشترک ہوتا ہے۔ متصلہ زاویوں کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں۔ مذکورہ بالا میں $\angle BMQ$ اور $\angle BMD$ ان زاویوں کی MB ساق مشترک ہے۔ لیکن یہ متصلہ زاویے نہیں ہیں۔ کیوں کہ ان کا اندرونی حصہ بالکل مختلف نہیں ہے۔

جن دو زاویوں کا راس مشترک ہوتا ہے، ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور ان کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں، ان زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

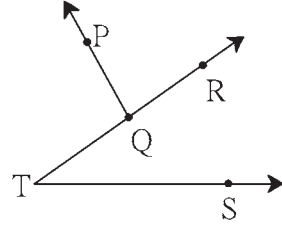
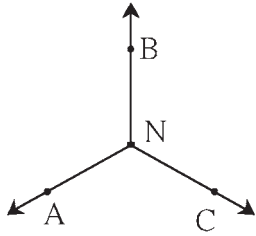
مشقی سوالات 15

1. شکل کا مشاہدہ کیجیے اور $\angle AWB$ کے لیے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

	زاویہ کے اندرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔
	زاویہ کے بیرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔
	زاویہ کے ساقین پر واقع نقاط کے نام لکھیے۔

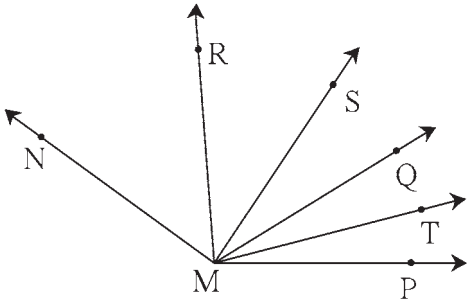


2. ذیل کی اشکال میں متصلہ زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔



3. کیا زاویوں کی درج ذیل جوڑیاں متصلہ ہیں؟ متصلہ ہوں تو وجہ لکھیے۔

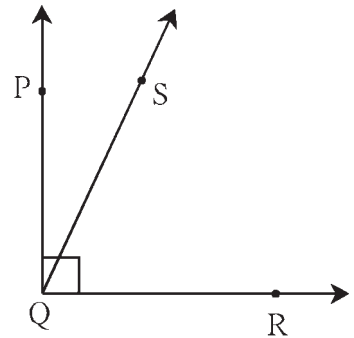
- (i) $\angle RMQ$ اور $\angle PMQ$ (ii) $\angle SMR$ اور $\angle RMQ$
 (iii) $\angle RMS$ اور $\angle RMT$ (iv) $\angle SMT$ اور $\angle RMS$



آئیے سمجھ لیں:

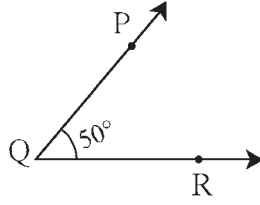
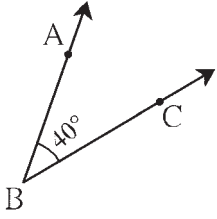
مکملہ زاویے (Complementary angles)

- $\angle PQR$ ایک قائمہ زاویہ کھینچیے۔
- اس کے اندرونی حصے میں 'S' کوئی بھی ایک نقطہ لیجیے۔
- شعاع QS کھینچیے۔
- $\angle SQR$ اور $\angle PQD$ کی پیمائشوں کی جمع کیجیے۔
- مجموعہ کتنا ہوگا؟



جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہوتا ہے وہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے کہلاتے ہیں۔
 یہاں $\angle SQR$ اور $\angle PQS$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکون میں مناسب عدد لکھیے۔



$$m\angle ABC = \boxed{}^\circ$$

$$m\angle PQR = \boxed{}^\circ$$

$$m\angle ABC + m\angle PQR = \boxed{}^\circ$$

$\angle ABC$ اور $\angle PQR$ کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہے وہ اس لیے وہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : $(a + 15)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ یہ دونوں ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

$$a + 15 + 2a = 90$$

$$\therefore 3a + 15 = 90$$

$$\therefore 3a = 75$$

$$\therefore a = 25$$

$$\therefore a + 15 = 25 + 15 = 40^\circ$$

$$\therefore 2a = 25 \times 2 = 50^\circ$$

حل :

مثال : 70° پیمائش کے زاویے کے مکملہ زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے دیے ہوئے زاویے کے مکملہ زاویے کی پیمائش x° ہے۔

$$70 + x = 90$$

$$\therefore 70 + x - 70 = 90 - 70$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

$\therefore 70^\circ$ پیمائش کے مکملہ زاویے کی پیمائش 20° ہے۔

مشقی سوالات 16

1. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائش دی ہوئی ہیں۔ ان کے مکملہ زاویوں کی پیمائش لکھیے۔

- (i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (v) 20° (vi) 90° (vii) x°

2. $(y - 20)^\circ$ اور $(y + 30)^\circ$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

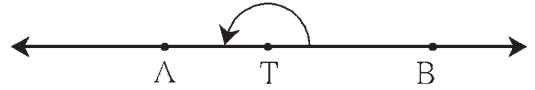
آئیے ذرا یاد کریں :



خط AB پر T ایک نقطہ ہے۔

● $\angle ATB$ اس زاویے کی قسم کون سی ہے؟

● اس کی پیمائش کتنی ہے؟



آئیے سمجھ لیں :



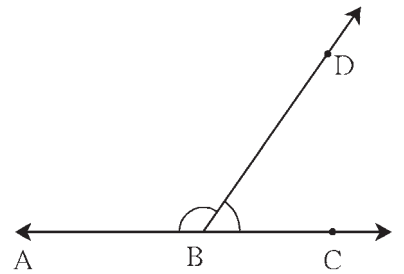
متمم زاویے (Supplementary angles)

● بازو کی شکل میں ایک خط AC دیا ہوا ہے۔ خط پر نقطہ B سے ایک شعاع BD

کھینچی گئی ہے۔ یہاں کتنے زاویے ہیں؟

$$m\angle ABD = \boxed{}^\circ, m\angle DBC = \boxed{}^\circ$$

$$m\angle ABD + m\angle DBC = \boxed{}^\circ$$



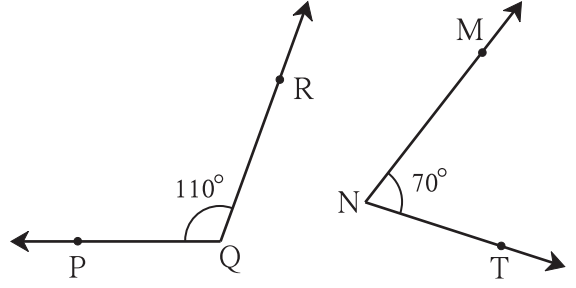
جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے، وہ ایک دوسرے کے متمم زاویے کہلاتے ہیں۔ یہاں $\angle ABD$ اور $\angle DBC$

ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں۔

مثال : ذیل کی شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکونوں میں مناسب عدد لکھیے۔

$$m\angle PQR = \boxed{}^\circ, m\angle MNT = \boxed{}^\circ$$

$$m\angle PQR + \angle MNT = \boxed{}^\circ$$



$\angle MNT$ اور $\angle PQR$ ایک دوسرے کے متم زاویے ہیں۔

مثال : 135° پیمائش کے متم زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے 135° پیمائش کے متم زاویے کی پیمائش p° ہے۔

متم زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$$135 + p = 180$$

$$\therefore 135 + p - 135 = 180 - 135$$

$$\therefore p = 45^\circ$$

$\therefore 135^\circ$ پیمائش کے متم زاویے کی پیمائش 45° ہے۔

مثال : $(a + 30)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ والے زاویے ایک دوسرے کے متم

زاویے ہیں تو ہر ایک زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

$$a + 30 + 2a = 180$$

حل :

$$\therefore 3a = 180 - 30$$

$$\therefore 3a = 150$$

$$\therefore a = 50$$

$$\therefore a + 30 = 50 + 30 = 80^\circ$$

$$\therefore 2a = 2 \times 50 = 100^\circ$$

\therefore ان زاویوں کی پیمائشیں 80° اور 100° ہیں۔

مشقی سوالات 17

1. ذیل میں دیے ہوئے زاویوں کے متم زاویوں کی پیمائش لکھیے۔

(i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°

2. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائش دی ہوئی ہیں، ان میں سے متم زاویوں اور مکملہ زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔

$$m\angle B = 60^\circ, m\angle N = 30^\circ, m\angle Y = 90^\circ, m\angle J = 150^\circ$$

$$m\angle D = 75^\circ, m\angle E = 0^\circ, m\angle F = 15^\circ, m\angle G = 120^\circ$$

3. $\triangle XYZ$ میں $m\angle Y = 90^\circ$ ، $\angle X$ اور $\angle Z$ زاویوں کا ایک دوسرے سے تعلق لکھیے۔

4. مکملہ زاویوں کی جوڑیوں میں زاویوں کی پیمائشوں میں فرق 40° ہو تو ان زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔



5. $\square PTNM$ ایک مستطیل ہے۔ اس شکل میں متم زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

6.* اگر $m\angle A = 70^\circ$ ہو تو $\angle A$ کے مکملہ زاویے کے متم زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

7. $\angle A$ اور $\angle B$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں اور $m\angle B = (x + 20)^\circ$ ہو تو $m\angle A$ کتنا ہے؟



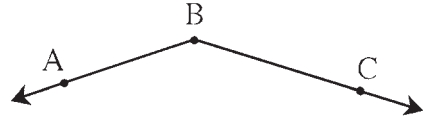
ذیل کے بیانات پر بحث کریں۔ بیان صحیح ہو تو اس کی مثالیں دیجیے۔ بیان غلط ہو تو وجہ بتائیے۔

- دو حادہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- ایک حادہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو حادہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہوتے ہیں۔
- ایک حادہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔

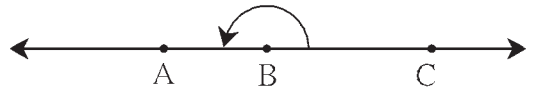
آئیے سمجھ لیں:

مخالف شعاعیں (Opposite Rays)

- بازو میں دی ہوئی شکل میں شعاعوں کے نام بتائیے۔
- شعاعوں کے ابتدائی نقطہ کے نام بتائیے۔
- شکل (i) میں زاویہ کا نام لکھیے۔
- بازو کی شکل (ii) میں زاویہ کا نام لکھیے۔
- شکل میں B ابتدائی نقطہ ہو تو شعاعوں کے نام لکھیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکل (i) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر ایک منفرجہ زاویہ بنتا ہے تو شکل (ii) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر مستقیم زاویہ بنتا ہے اور ایک مستقیم خط ملتا ہے۔ یہاں شعاع BC اور شعاع BA، ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں ہیں۔

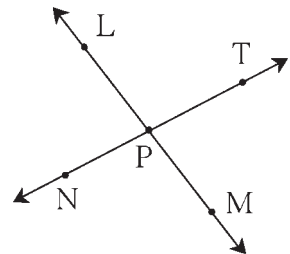
یہ میری سمجھ میں آ گیا



جن دو شعاعوں کا ابتدائی نقطہ مشترک ہوتا ہے اور ان شعاعوں سے ایک خط بنتا ہے، تب وہ شعاعیں ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں کہلاتی ہیں۔

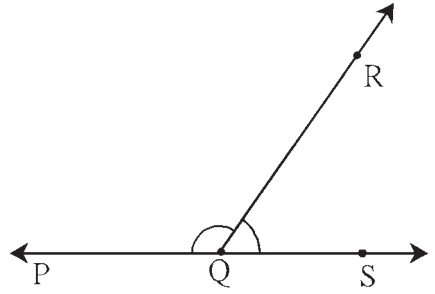
مشقی سوالات 18

1. بازو میں دی ہوئی شکل کی مخالف شعاعوں کے نام لکھیے۔
2. کیا شعاع PM اور شعاع PT مخالف شعاعیں ہیں؟ وجہ لکھیے۔



خطی جوڑی کے زاویے (Angles in Linear Pair)

- بازو کی شکل میں زاویوں کے نام لکھیے۔
- زاویوں کی جوڑی کس قسم کی ہے؟
- زاویوں کی غیر مشترک ساقین کون سی ہیں؟
- $m\angle PQR = \square^\circ$
- $m\angle RQS = \square^\circ$
- $m\angle PQR + \angle RQS = 180^\circ$



شکل میں $\angle PQR$ اور $\angle RQS$ متصل زاویے ہیں۔ اسی طرح وہ متم زاویے بھی ہیں۔ ان کی غیر مشترک ساقین ایک دوسرے کے متضاد شعاعیں ہیں، اس لیے ان ساقین سے ایک خط بنتا ہے۔ یہ دو زاویے خطی جوڑی کے زاویے کہلاتے ہیں۔ خطی جوڑی کے زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

جن دو زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور غیر مشترک ساقین مستقیم خط بناتی ہیں۔ انہیں خطی جوڑی کے زاویے کہتے ہیں۔ خطی جوڑی کے زاویے ایک دوسرے کے متم زاویے ہوتے ہیں۔

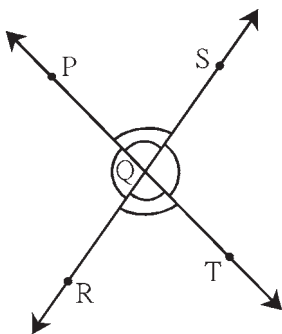
سرگرمی : اسٹرا یا سیدھی نلکیاں لے کر زیر مطالعہ زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔

مشقی سوالات 19

ذیل میں دیے ہوئے بیان کے مطابق زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔ اگر نہیں بنا سکتے تو وجہ لکھیے۔

- | | |
|---|---|
| (i) غیر متصلہ مکملہ زاویے | (ii) غیر متم خطی جوڑی کے زاویے |
| (iii) غیر خطی جوڑی والے متم زاویے | (iv) غیر خطی جوڑی والے متصلہ زاویے |
| (v) جو مکملہ زاویے نہیں ہیں اور متصلہ زاویے بھی نہیں ہیں۔ | (vi) مکملہ زاویے والی خطی جوڑی کے زاویے |

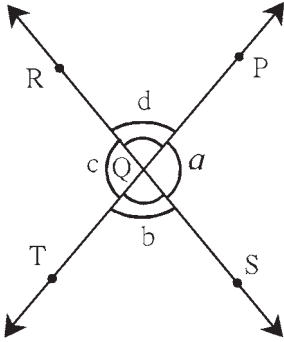
متقابلہ زاویے (Vertically Opposite Angles)



بازو کی شکل میں خط PT اور خط RS یہ ایک دوسرے کو نقطہ Q پر قطع کرتے ہیں۔ چار زاویے بن گئے ہیں۔ $\angle PQR$ شعاع QP اور شعاع QR سے بنا ہے۔ $\angle SQT$ شعاع QS اور شعاع QT سے بنا ہے۔ ان مخالف شعاعوں سے $\angle PQR$ اور $\angle SQT$ متقابلہ زاویے کہتے ہیں۔ اس لیے $\angle PQR$ کو $\angle SQT$ کا متقابلہ زاویہ کہتے ہیں۔

جن دو شعاعوں سے زاویہ بنتا ہے، ان کی مخالف شعاعوں سے بننے والا زاویہ پہلے زاویے کا متقابلہ زاویہ ہوتا ہے۔

متقابلہ زاویوں کی خصوصیت



دی ہوئی شکل میں $\angle PQS$ کا متقابلہ زاویہ کون سا ہے؟

شکل میں دکھائے ہوئے کہ مطابق فرض کیجیے کہ $m\angle SQT = b$ ، $m\angle PQS = a$

$m\angle PQR = d$ ، $m\angle TQR = c$

$\angle PQS$ اور $\angle SQT$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$$\therefore a + b = 180^\circ$$

اسی طرح $m\angle TQR$ اور $m\angle SQT$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$$\therefore b + c = 180^\circ$$

$$\therefore a + b = b + c$$

$$\therefore a = c$$

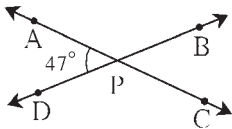
(طرفین سے b تفریق کرنے پر) ...

$\therefore \angle TQR$ اور $\angle PQS$ دونوں زاویوں کی پیمائش مساوی ہیں اس لیے یہ زاویے متماثل ہیں۔

اسی طرح $m\angle PQR = m\angle SQT$ یعنی $\angle PQR$ اور $\angle SQT$ متماثل ہیں۔

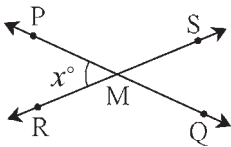
دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو بننے والے متقابلہ زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہیں۔

مشقی سوالات 20



1. خط AC اور خط BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle APD = 47^\circ$ ہو تو

$\angle CPD$ ، $\angle BPC$ ، $\angle APB$ کی پیمائش لکھیے۔



2. خط PQ اور خط RS ایک دوسرے کو نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle PMR = x^\circ$ ہو تو

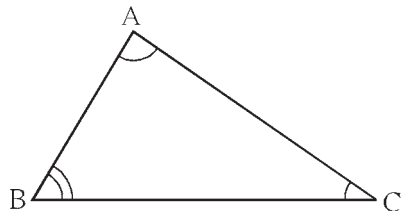
$\angle QMR$ اور $\angle SMQ$ کی پیمائش لکھیے۔

کثیرالاضلاع کے داخلہ زاویے (Interior Angles of any Polygon)


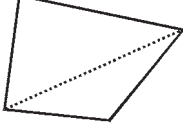
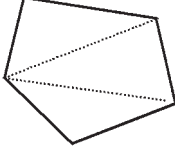
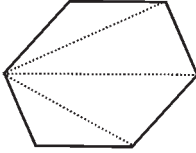
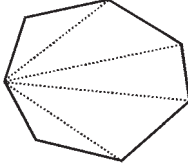
مثالث کے داخلہ زاویے

$\triangle ABC$ کے $\angle A$ ، $\angle B$ اور $\angle C$ داخلہ زاویے ہیں۔

$$m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \boxed{}^\circ$$



ذیل میں دی ہوئی جدول کا مشاہدہ کیجیے اور نتیجہ اخذ کیجیے۔

اضلاع کی تعداد	کثیر الاضلاع کے نام	کثیر الاضلاع	مثلثوں کی تعداد	داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ
3	مثلث		1	$180^\circ \times 1 = \square$
4	ذو اربعۃ الاضلاع		2	$180^\circ \times 2 = \square$
5	مخمس		3	$180^\circ \times 3 = \square$
6	مسدس		4	$180^\circ \times \square = \square$
7	مسیح		5	
8	مثمان		6	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	ضلع والا کثیر الاضلاع n		(n-2)	$180^\circ \times (n-2)$

غور کیجیے کہ، کثیر الاضلاع میں مذکورہ بالا طریقے سے بننے والے مثلثوں کی تعداد، اُس کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد سے 2 کم ہوتی ہے۔

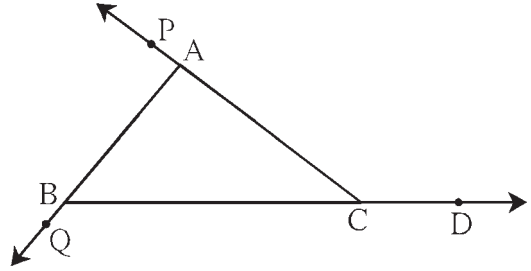
یہ میری سمجھ میں آ گیا



$$n = 180^\circ \times (n-2)$$

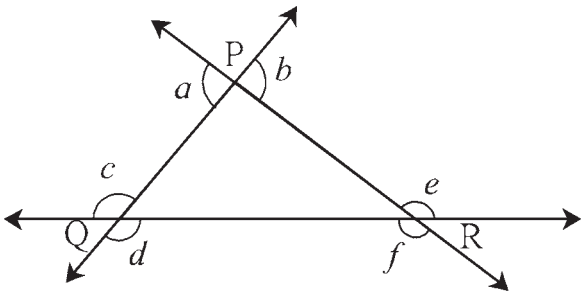
مثالث کے خارجہ زاویے (Exterior angle of Triangle)

$\triangle ABC$ کے ضلع BC کو شکل میں دکھائے ہوئے کی طرح بڑھایا، تو $\angle ACD$ ایک نیا زاویہ مثالث کے باہر بنا۔



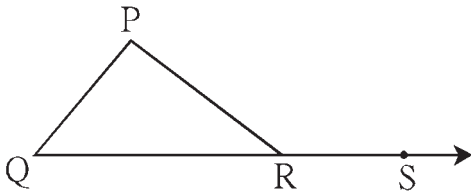
$\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ خطی زاویوں کی جوڑی کے زاویے ہے۔
 $\angle PAB$ اور $\angle QBC$ بھی $\triangle ABC$ کے خارجہ زاویے ہیں۔

مثالث کا ایک ضلع بڑھانے پر جو زاویہ مثالث کے متصل داخلہ زاویے سے خطی جوڑی بناتا ہے، اس زاویے کو مثالث کا خارجہ زاویہ کہتے ہیں۔



مثال : بازو کی شکل میں مثالث کے تمام خارجہ زاویے دکھائے گئے ہیں۔ a, b, c, d, e, f یہ سب $\triangle PQR$ کے خارجہ زاویے ہیں۔ ہر مثالث کے اس طرح چھ خارجہ زاویے ہوتے ہیں۔

مثالث کے خارجہ زاویے کی خصوصیت



بازو کی شکل میں $\angle PRS$ یہ $\triangle PQR$ کا ایک خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle PRQ$ اس کا متصل داخلہ زاویہ ہے۔ دوسرے دو داخلہ زاویے یعنی $\angle P$ اور $\angle Q$ یہ $\angle PRS$ سے دور ہیں یا زیادہ فاصلے پر ہیں۔ $\angle P$ اور $\angle Q$ کو $\angle PRS$ کے بعید داخلہ زاویے کہتے ہیں۔

$$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \square^\circ$$

(مثالث کے تینوں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ) ...

$$m\angle PRS + m\angle PRQ = \square^\circ$$

(خطی جوڑی کے زاویے) ...

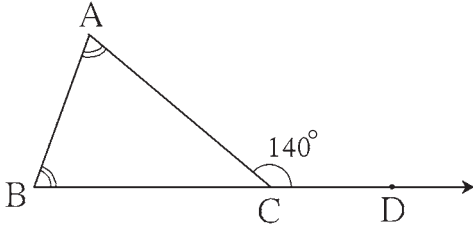
$$\therefore m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$$

$$\therefore m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$$

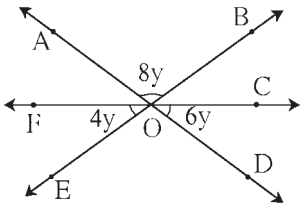
(طرفین سے $m\angle PRQ$ تفریق کرنے پر) ...

مثلث کے خارجہ زاویے کی پیمائش، اس زاویے کے بعید داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کے مجموعہ کے برابر ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 21



1. $\triangle ABC$ کا $\angle ACD$ خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائش مساوی ہیں۔ اگر $m\angle ACD = 140^\circ$ ہو تو $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



2. بازو کی شکل میں زاویوں کی پیمائش دیکھ کر اس کی مدد سے بقیہ تینوں زاویوں کی پیمائش لکھیے۔

3* $\triangle ABC$ متساوی الساقین مثلث میں $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائش مساوی ہیں۔ $\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائش بالترتیب $(3x - 17)^\circ$ اور $(8x + 10)^\circ$ ہیں۔ تو $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔ اسی طرح $\angle A$ اور $\angle B$ کی بھی پیمائش معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links



- Geogebra کی مدد سے ایک ہی ابتدائی نقطہ والی دو شعاعیں کھینچیے۔
- Move Option کا استعمال کر کے شعاعوں کو گھمائیے۔ ایک خاص حالت میں وہ مخالف شعاعیں بنتی ہیں۔ تصدیق کیجیے۔
- خطی جوڑی کے زاویے بنائیے۔ مشترک ساق 'move' کر کے مختلف خطی جوڑی کے زاویوں کی جوڑیوں کا تجربہ کیجیے۔
- Geogebra میں Polygon Tools کا استعمال کر کے مختلف کثیرالاضلاع کھینچیے اور ان کے داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کی خصوصیت کی تصدیق کیجیے۔

