12 احاطہ اور رقبہ

آیئے ذرا یاد کریں :

احاطہ (Perimeter)

بند شکل کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ، اس شکل کا احاطہ کہلاتا ہے۔

∴ کثیر ضلعی کا احاطہ = کثیر ضلعی کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ

∴ مربع کا احاطہ = 4 × ضلع

ضلع 'a' کے مربع کا احاطہ = $4a$

مستطیل کا احاطہ = 2 لمبائی + 2 چوڑائی

لمبائی 'l' اور چوڑائی 'b' کے مستطیل کا احاطہ = $2l + 2b$

مثال : ایک مستطیل کا احاطہ 64 سم ہے۔ اس کی لمبائی 17 سم ہو تو چوڑائی کتنی ہوگی؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

احاطہ = 2 × لمبائی + 2 × چوڑائی

2 (لمبائی + چوڑائی) = 64

$\therefore \quad 2(17 + x) = 64$

$\therefore \quad \frac{2(17 + x)}{2} = \frac{64}{2}$

$\therefore \quad 17 + x = 32$

$\therefore \quad x = 15$

∴ مستطیل کی چوڑائی 15 سم ہے۔

مثال : لمبائی 28 سم اور چوڑائی 20 سم کے ایک مستطیل کا احاطہ، ایک مربع کے احاطہ کے مساوی ہے، تو اس مربع کا ضلع معلوم کیجیے؟

حل : مستطیل کا احاطہ = 2 (لمبائی + چوڑائی)

$= 2(28 + 20)$

= 96 سم

$4a = 96$ ... (مربع کا ضلع 'a' سم ہو تو)

مربع کا احاطہ = 96

$4a = 96$

$a = \frac{96}{4} = 24$

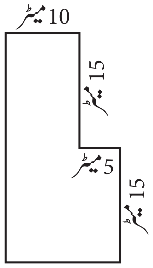
مربع کا ضلع 24 سم ہے۔

مشقی سوالات 44

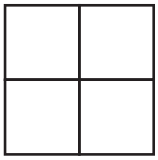
1. ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی دگنا کی جائے تو، اس مستطیل کا احاطہ اصل مستطیل کے احاطے سے کتنے گنا زیادہ ہو جائے گا؟

2. ایک مربع کا ضلع تین گنا کیا جائے تو، اس کا احاطہ اصل مربع کے احاطے سے کتنے گنا ہو جائے گا؟

3. مقابل کی شکل میں ایک میدان کا نقشہ دیا ہوا ہے۔
اس میں اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔
اس معلومات کی بنا پر میدان کا احاطہ معلوم کیجیے۔



4. ایک میٹر لمبائی کے مربع نما کپڑے کا ایک ٹکڑا لے کر شکل میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق چار مساوی شکل کے رومال بنائے گئے۔ تمام رومال کے کناروں پر لیس (کنارپٹی) لگانے کے لیے کتنی لمبائی کی لیس درکار ہوگی؟



آیئے ذرایاد کریں :

رقبہ (Area)

- مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = $(\text{ضلع})^2$
- مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

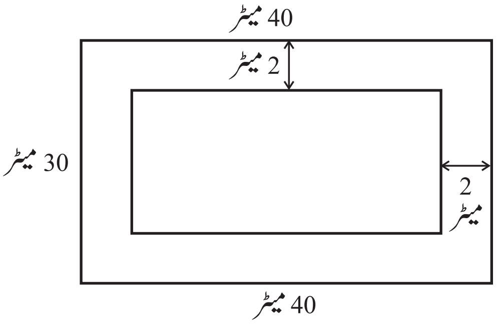
رقبہ ہمیشہ مربع میٹر، مربع سم، مربع کلومیٹر وغیرہ اکائی میں ہوتا ہے۔

عملی کام I

کھوکھو، کبڈی جیسے کھیل کے میدان، ٹینس کورٹ، بیڈمنٹن کورٹ ان میں سے جو ممکن ہو ان کی لمبائی اور چوڑائی ناپیے۔ میدان کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

عملی کام II

انیسہ کے گھر کی ایک دیوار کو نیا رنگ دینا ہے۔ دیوار کی لمبائی 7 میٹر اور اونچائی 5 میٹر ہے۔ رنگ وروغن کا خرچ 120 روپے فی مربع میٹر ہو تو اُسے پینٹر کو کتنے روپے ادا کرنا ہوگا؟ اسے طے کیجیے۔



مثال : ایک 40 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے مستطیلی باغ کے اندر کمپاؤنڈ سے متصل باغ کے اردگرد 2 میٹر چوڑا راستہ بنانا ہے۔ اس راستے پر سم 20 × 25 سم ابعاد کے فرش بٹھانا ہے تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟

حل :

فرش بٹھائے جانے والے علاقے کا رقبہ معلوم کریں گے۔

1 میٹر = 100 سم
25 سم = $\frac{25}{100}$ میٹر

$\therefore$ باغ کا رقبہ = 40 × 30 = 1200 مربع میٹر

راستہ چھوڑ کر باغ کے اندر کا رقبہ = 36 × 26 = 936 مربع میٹر

$\therefore$ فرش بٹھائے جانے والے علاقہ کا رقبہ = 1200 − 936 = 264 مربع میٹر

$\therefore$ ہر فرش کا رقبہ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ مربع میٹر

ایک فرش کا رقبہ $\frac{1}{20}$ مربع میٹر ہو تو 264 مربع میٹر جگہ میں بٹھائے جانے والے فرش کی تعداد معلوم کریں گے۔

فرشیوں کی تعداد = $\frac{\text{جگہ کا کل رقبہ}}{\text{ایک فرش کا رقبہ}}$

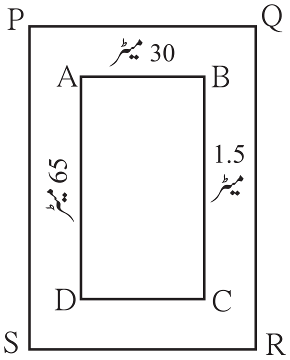
$= 264 \div \frac{1}{20}$

$= 264 \times 20 = 5280$

$\therefore$ 5280 فرش درکار ہوں گے۔

مثال : ایک مستطیل نما کھیل کے میدان کی لمبائی 65 میٹر اور چوڑائی 30 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد باہر کے جانب چاروں طرف 1.5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔ اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل :



مثال میں کھیل کے میدان کی شکل مستطیل نما ہے۔

فرض کیجیے □ABCD کھیل کا میدان ہے۔ اس کے گرد باہر کی جانب 1.5 میٹر چوڑا راستہ چاروں طرف ہے۔ □ABCD کے چاروں جانب 1.5 میٹر کا فاصلہ رکھ کر □PQRS مستطیل بنائیں گے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی $= 65 + 1.5 + 1.5 = 68$ میٹر

مستطیل PQRS کی چوڑائی $= 30 + 1.5 + 1.5 = 33$ میٹر

راستہ کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ – مستطیل ABCD کا رقبہ

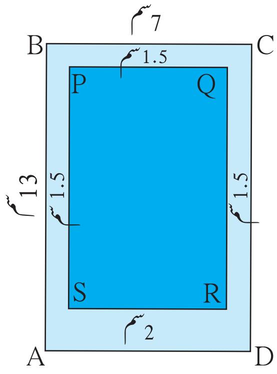
$= 68 \times 33 - 65 \times 30 = \square - \square = \square$ مربع میٹر

آیئے بحث کریں

کیا ہم اوپر کی مثال میں دیے ہوئے راستہ کا رقبہ دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال : ایک موبائیل کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔ اس پر PQRS اسکرین کی شکل دکھائی گئی ہے، تو اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے موبائیل کے کناروں سے مستطیل ABCD بنا ہے۔ اس کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔



فرض کیجیے ضلع AB، ضلع BC اور ضلع DC کی جانب سے 1.5 سم کا فاصلہ چھوڑ کر اور DA کی جانب سے 2 سم کا فاصلہ چھوڑ کر مستطیل PQRS بنا ہے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی = $\square$ سم

مستطیل PQRS کی چوڑائی = $\square$ سم

اسکرین کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ = ... × ... = $\square$ مربع سم

عملی کام

مختلف شکل کے موبائیل دیکھیے اور ان پر بٹھائے ہوئے اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 45

1. ایک مربع کا ضلع 12 سم ہے تو اس مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔
2. ایک مستطیل کی لمبائی 15 سم اور چوڑائی 5 سم ہو تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔
3. ایک مستطیل کا رقبہ 102 مربع سم ہے۔ مستطیل کی لمبائی 17 سم ہو تو مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔

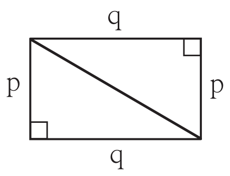
*4. ایک مربع کا ضلع 3 گنا کرنے پر، اس کا رقبہ اصل مربع کے رقبہ کے کتنا گنا ہو جائے گا؟

آئیے سمجھ لیں :

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ (Area of right angled triangle)

عملی کام ایک ہی ناپ کے دو قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ انھیں شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق جوڑیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ایک مستطیل بنتا ہے۔ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع p اور q لمبائی کے ہیں، اور وہی مستطیل کے اضلاع بھی ہیں۔

شکل سے صاف ظاہر ہوتا ہے کہ



$\therefore$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $\times\ 2 =$ مستطیل کا رقبہ

$\therefore$ $2 \times$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= p \times q$

$\therefore$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \dfrac{p \times q}{2}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \dfrac{1}{2} \times$ قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل ضرب

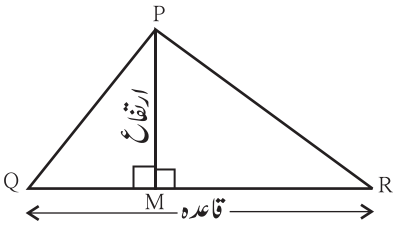
قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے دو اضلاع میں سے ایک ضلع اگر قاعدہ ہو تو دوسرا ضلع ارتفاع کہلاتا ہے۔

$\therefore$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \dfrac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

$\triangle ABC$ کسی بھی قسم کا مثلث ہو تو قاعدہ کے لیے کوئی ایک ضلع لیا جاتا ہے۔ اس ضلع کے مقابل کے راسی نقطہ سے قاعدہ پر کھینچا ہوا عمود مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔

ΔPQR کسی ایک قسم کا ایک مثلث ہے جس کا قاعدہ QR ہے۔ راسی نقطہ P سے قاعدہ QR پر PM عمود کھینچا گیا ہے۔

شکل 1 : نقطہ M خط QR پر واقع ہے۔



$\triangle PMR$ اور $\triangle PMQ$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore\ A(\triangle PQR) = A(\triangle PMQ) + A(\triangle PMR)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \dfrac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

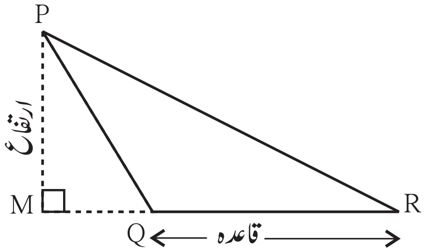
$= \dfrac{1}{2}\ [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

$A(\triangle PQR) = \dfrac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

شکل 2 : نقطہ M خط QR کے باہر ہے۔



$\triangle PMR$ اور $\triangle PMQ$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore\ A(\triangle PQR) = A(\triangle PMR) - A(\triangle PMQ)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \dfrac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2}\ [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

$A(\triangle PQR) = \dfrac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \times \frac{1}{2} = \text{مثلث کا رقبہ}$$

مثال : ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 3.5 سم اور 4.2 سم ہیں۔ اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : (قائمہ زاویہ بنانے $\times \frac{1}{2} =$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

والے اضلاع کی لمبائی کا حاصل ضرب)

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

$= 7.35$ مربع سم

مثال : ایک مثلث کا قاعدہ 5.6 سم اور ارتفاع 4.5 سم ہے، اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : $\therefore$ ارتفاع $\times$ قاعدہ $\times \frac{1}{2} =$ مثلث کا رقبہ

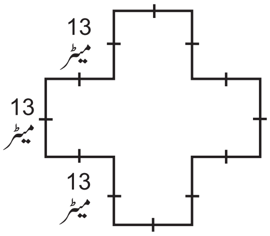
$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

$\therefore$ مثلث کا رقبہ $= 12.6$ سم^2

(مربع سم کو سم^2 بھی لکھا جاتا ہے)

مشقی سوالات 46

1. ایک کیلنڈر کے صفحے کی لمبائی 45 سم اور چوڑائی 26 سم ہے، اس صفحہ کا رقبہ کتنا ہوگا؟
2. ایک مثلث کی ارتفاع 3.6 سم اور قاعدہ 4.8 سم ہے تو اس مثلث کا رقبہ کتنا ہوگا؟
3. ایک مستطیلی شکل کے قطعہ ارض کی لمبائی 75.5 میٹر اور چوڑائی 30.5 میٹر ہے۔ 1000 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے قطعہ ارض کی کل قیمت کتنی ہوگی؟
4. مستطیل نما ہال کی لمبائی 12 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔ اس میں 30 سم ضلع کے مربع نما فرش بچھانا ہے۔ تو پورے ہال کے لیے کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟ اس مثال میں اگر 15 سم ضلع کے مربع نما فرش ہوں تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟
5. مقابل کی شکل میں ایک باغ کے ناپ دیئے ہیں۔ اس باغ کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

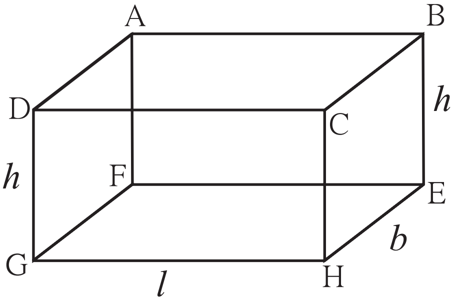


آیئے سمجھ لیں :

سطح کا رقبہ (Surface area)

کسی بھی سہ رُخی اجسام کے تمام سطحوں کے رقبوں کا مجموعہ یعنی اس چیز کی کل سطح کا رقبہ کہلاتا ہے۔

✸ مکعب نما کی سطح کا رقبہ :



- مکعب نما کی چھ سطح ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مستطیل نما ہوتی ہے۔
- مقابل کی مستطیل نما سطحوں کے رقبے متماثل ہوتے ہیں۔
- ہر کنارا اس سے ملنے والے دونوں کناروں پر عمود ہوتا ہے۔
- مکعب نما کی افقی سطحوں کی لمبائی 'l' چوڑائی 'b' اور عمودی سطح کی اونچائی 'h' سے ظاہر کریں گے۔

مستطیل ABCD کا رقبہ = مستطیل GHEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

مستطیل ADGF کا رقبہ = مستطیل BCHE کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $b \times h$

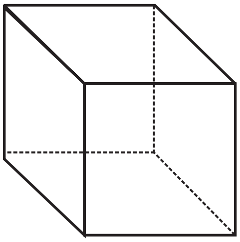
مستطیل CHGD کا رقبہ = مستطیل ABEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times h$

مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ = تمام مستطیل کے رقبوں کا مجموعہ

$\therefore$ مکعب نما کی کل سطحوں کا رقبہ = 2 (لمبائی × چوڑائی + چوڑائی × اونچائی + لمبائی × اونچائی)

$= 2(l \times b + b \times h + l \times h) = 2\,(lb + bh + lh)$

✸ مکعب کی سطح کا رقبہ :



- مکعب کی کل چھے سطحیں ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مربع نما ہوتی ہے۔
- تمام سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔
- فرض کیجیے مربع کا ضلع 'l' ہے۔

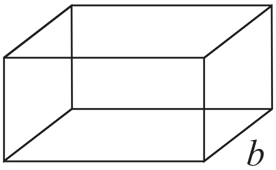
مکعب کی ایک سطح کا رقبہ = مربع کا رقبہ

$\therefore$ مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ = 6 مربعوں کے رقبوں کا مجموعہ

$= 6 \times l^2 \quad = 6 \times (\text{ضلع})^2$

مثال : لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1.2 میٹر اور اونچائی 1.3 میٹر والے ٹین کا مکعب نما شکل کا ایک بند صندوق بنانا ہے۔ تو کل کتنی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟

حل : صندوق کی لمبائی = $l = 1.5$ میٹر , چوڑائی = $b = 1.2$ میٹر , اونچائی = $h = 1.3$ میٹر



$\therefore$ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ $= 2\,(l \times b + b \times h + l \times h)$

$= 2\,(1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$

$= 2\,(1.80 + 1.56 + 1.95)$

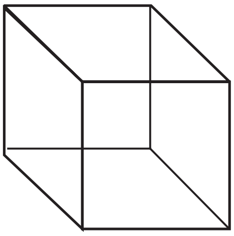
$= 2\,(5.31)$

$\therefore$ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ = 10.62 مربع میٹر

اس لیے صندوق بنانے کے لیے کل 10.62 مربع میٹر ٹین کی چادر درکار ہوگی۔

مثال : ایک مکعب نما ڈبے کی لمبائی 0.4 میٹر ہے۔ اس ڈبہ کو باہر سے روغن دینا ہے۔ اگر خرچ 50 روپے فی مربع میٹر ہو تو کل کتنا خرچ آئے گا؟

حل :



$\therefore$ مکعب کا ضلع $= l = 0.4$ میٹر

$\therefore$ مکعب کی کل سطح کا رقبہ $= 6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

$\therefore$ مکعب کی کل سطح کا رقبہ $= 6 \times 0.16 = 0.96$ مربع میٹر

ایک مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ 50 روپے ہے۔

$\therefore$ مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ 0.96 = 0.96 × 50

= 48 روپے

$\therefore$ صندوق کو رنگ وروغن لگانے کا خرچ 48 روپے ہوگا۔

مشقی سوالات 47

1. مکعب کے ضلع کی لمبائی درج ذیل کے مطابق ہو تو مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 3 سم (ii) 5 سم (iii) 7.2 سم (iv) 6.8 میٹر (v) 5.5 میٹر

2. ذیل میں مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب دی ہوئی ہے، اس معلومات کی بنا پر کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 12 سم , 10 سم , 5 سم (ii) 5 سم , 3.5 سم , 1.4 سم

(iii) 2.5 میٹر , 2 میٹر , 2.4 میٹر (iv) 8 میٹر , 5 میٹر , 3.5 میٹر

3. ایک ماچس کی ڈبیہ کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 2.5 سم اور اونچائی 1.5 سم ہے۔اس ڈبیہ کو باہر سے رنگین کاغذ چسپانا ہے،کل کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

4. ایک باغ کے خشک پتے اور دیگر گھاس پھوس ٹرالی پر رکھ کر لے جانے کے لیے ایک بغیر ڈھکن کی ٹین کی ٹنکی بنانا ہے۔اس کی لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1 میٹر اور اونچائی 1 میٹر ہے۔اس کے لیے کل کتنے رقبے کی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟ اس صندوق کو اندر اور باہر سے زنگ سے بچانے کے لیے رنگ وروغن کا خرچ، 150 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کتنا ہوگا؟ معلوم کیجیے۔

ریاضیاتی پہیلی

کچھ تین ہندسی اعداد ایسے ہوتے ہیں ان ہندسوں کا حاصل ضرب اس عدد کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔

مثال :

(i) عدد 175 لیجیے، $1 \times 7 \times 5 = 35 \rightarrow \frac{175}{35} = 5$

(ii) عدد 816 لیجیے، $8 \times 1 \times 6 = 48 \rightarrow \frac{816}{48} = 17$

(iii) عدد 612 لیجیے، $6 \times 1 \times 2 = 12 \rightarrow \frac{612}{12} = 51$

اسی طرح 135، 312، 672 وغیرہ اعداد بھی ہیں۔آپ اس قسم کے اور اعداد تلاش کریں۔