



आओ, चर्चा करें

शिक्षक : कौन-सी दो संख्याओं के बीच कौन-सी गणितीय संक्रिया करने पर उत्तर 15 आता है ? ज्ञात करें।

शर्वरी : 5×3 करने पर उत्तर 15 आता है और 45 में 3 से भाग देने पर भी उत्तर 15 आता है।

शुभंकर : $17 - 2$ करें अथवा 10 में 5 जोड़ें तो भी उत्तर 15 आता है।

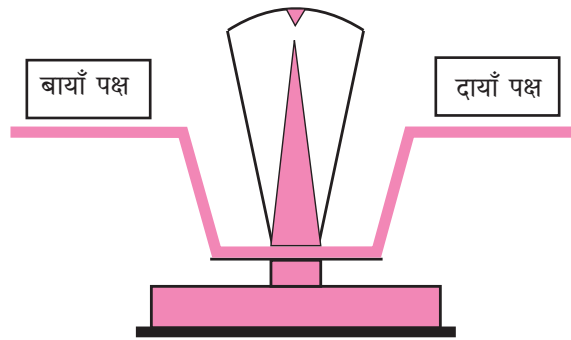
शिक्षक : शाबास! इससे स्पष्ट है, 5×3 अथवा $17 - 2$, इन दोनों ही संक्रियाओं से एक ही उत्तर प्राप्त होता है। इसे हम इस तरह लिखते हैं : $5 \times 3 = 17 - 2$ गणित की भाषा में '=' (बराबर) चिह्न का उपयोग करके हम यह दिखाते हैं कि बाएँ और दाएँ पक्षों की संख्याओं के साथ गणितीय संक्रियाएँ करने पर प्राप्त होने वाली संख्याएँ समान हैं। ऐसी समानता को 'समीकरण' कहते हैं।

शर्वरी : क्या $17 - 2 = 5 \times 3$ भी समीकरण है ?

शिक्षक : हाँ ! यह भी समीकरण है। समीकरण के पक्षों का अदलाबदली करने पर नया समीकरण प्राप्त होता है। यह भी संतुलित होता है।



आओ जानें



जब तराजू के दोनों पलड़ों पर समान वजन होते हैं, तब वह संतुलित रहता है। ऐसा संतुलित तराजू समीकरण जैसा होता है।

प्रश्नसंग्रह 26

* नीचे दो पंक्तियों में भिन्न-भिन्न गणितीय संक्रियाएँ दी गई हैं। इन संक्रियाओं से प्राप्त होने वाली संख्याएँ ज्ञात करके समीकरण बनाओ।

$16 \div 2,$

$5 \times 2,$

$9 + 4,$

$72 \div 3,$

$4 + 5$

$8 \times 3,$

$19 - 10,$

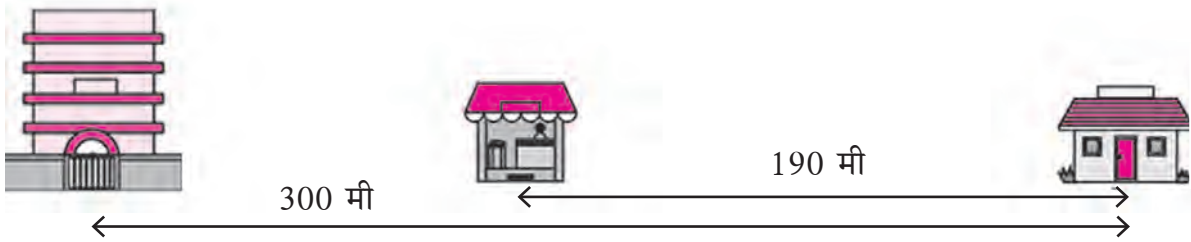
$10 - 2,$

$37 - 27,$

$6 + 7$

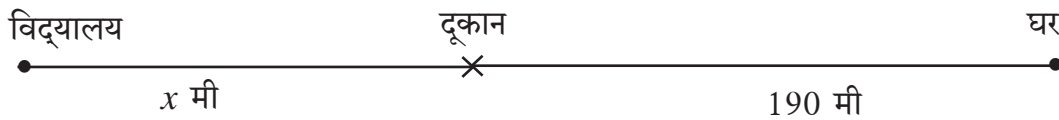


समीकरण का हल



ऊपर के चित्र में विद्यालय और घर के बीच की दूरी 300 मीटर है। उसी रास्ते पर विद्यालय और घर के बीच में एक दूकान है। दूकान और घर के बीच की दूरी 190 मीटर है, तो विद्यालय और दूकान के बीच कितनी दूरी है ?

संख्या के लिए अक्षर का उपयोग



शिक्षक: अब देखो, हमने दी गई जानकारी ऊपर के चित्र में किस तरह दर्शाई है ?

सुजाता: सर, दूकान तथा विद्यालय के बीच की दूरी x द्वारा क्यों दर्शाई गई है ?

शिक्षक: यह दूरी संख्या के बदले x मीटर मानी गई है। यह दूरी ज्ञात करनी है। इस समय यह दूरी x अक्षर द्वारा दर्शाई गई है।

समीर : तब तो x तथा 190 का योगफल 300 होगा।

शिक्षक: बिल्कुल सही ; आओ, अब यह जानकारी समीकरण के रूप में लिखें। ध्यान रहे, x भी एक संख्या है, परंतु अभी इसका मान ज्ञात नहीं है।

$$x + 190 = 300 \quad \text{यहाँ } x \text{ का मान कितना होगा ?}$$

शबाना ने x के लिए अलग-अलग संख्याओं का उपयोग करके देखा।

सर्वप्रथम उसने x का मान 70 माना, तब बायाँ पक्ष $70 + 190 = 260$ आया। यह दाएँ पक्ष की संख्या से कम है। इसके बाद x के लिए उसने 150 लिया, तब बायाँ पक्ष $150 + 190 = 340$ हुआ। यह दाएँ पक्ष से अधिक हो गया। इसके बाद x का मान उसने 110 रखा, तब बायाँ पक्ष दाएँ पक्ष के बराबर हो गया और समीकरण संतुलित हो गया। इससे यह स्पष्ट हो गया कि x का मान अर्थात् दूकान तथा विद्यालय के बीच की दूरी 110 मीटर है।

समीकरण में कभी-कभी किसी संख्या के लिए अक्षर का उपयोग किया जाता है। समीकरण संतुलित रखते हुए उस अक्षर का मान ज्ञात करना होता है। ऐसे अक्षर को 'चर' कहते हैं। चर के जिस मान से समीकरण संतुलित होता है, उसे समीकरण का 'हल' कहते हैं।

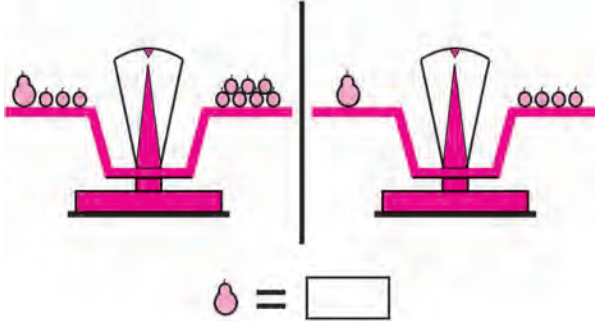
समीकरण हल करने का अर्थ है समीकरण के चर का मान ज्ञात करना अर्थात् उसका समाधान ढूँढना।

ऊपर के उदाहरण में समीकरण $x + 190 = 300$ का हल 110 है।



आओ, समझें

समीकरण हल करना



शिक्षक : एक अमरूद का वजन कितने बेरों के वजन के बराबर है, यह कैसे ज्ञात करें?

जॉन : तराजू के प्रत्येक पलड़े से तीन-तीन बेर निकालने पर तराजू संतुलित रहता है और इससे यह स्पष्ट होता है कि एक अमरूद का वजन 4 बेरों के वजन के बराबर है।

शिक्षक : शाबाश! संक्रिया अच्छी तरह समझ में आ गई। एक चर का समीकरण हल करते समय हम दोनों पक्षों पर समान संक्रिया करके संतुलित समीकरण प्राप्त करते हैं। इसका कारण यह है कि यदि पहला समीकरण संतुलित हो, तो ऐसी संक्रिया द्वारा प्राप्त होने वाला नया समीकरण भी संतुलित होता है। अंत में समीकरण सरल होता जाता है और चर का मान अर्थात् समीकरण का हल प्राप्त होता है।

$$x + 3 = 7$$

$$\therefore x + 3 - 3 = 7 - 3 \quad \dots(\text{दोनों पक्षों में से 3 घटाया})$$

$$\therefore x + 0 = 4$$

$$\therefore x = 4$$

हम पहलेवाले समीकरण पर पुनः विचार करें।

$$x + 190 = 300$$

$$\therefore x + 190 - 190 = 300 - 190 \quad \dots(\text{दोनों पक्षों में से 190 घटाया})$$

$$\therefore x + 0 = 110$$

$$\therefore x = 110$$

समीकरण का हल ज्ञात करते समय अनुमान से कई मान ढूँढ़ने के बजाय ऐसी सरल और अचूक विधि का उपयोग करना चाहिए। इससे चर का मान प्राप्त होता है अर्थात् समीकरण का हल मिलता है।

आओ, अब समीकरण का उपयोग करके कुछ प्रश्न हल करें।

उदा. 4 वर्ष पहले दिलजीत की आयु 8 वर्ष थी। इस आधार पर उसकी वर्तमान आयु कितनी है ?

माना, दिलजीत की वर्तमान आयु a वर्ष है। दी गई जानकारी a की भाषा में लिखें

$$a - 4 = 8$$

$$\therefore a - 4 + 4 = 8 + 4 \quad \dots(\text{दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर})$$

$$\therefore a + 0 = 12$$

$$\therefore a = 12$$

\therefore दिलजीत की वर्तमान आयु 12 वर्ष है।

उदा. जस्मीन के पास कुछ रुपये थे । उसकी माँ ने उसे 7 रुपये दिए, तो उसके पास कुल 10 रुपये हो गए ।

जस्मीन के पास पहले कितने रुपये थे ?

माना, जस्मीन के पास y रुपये थे ।

$$\therefore y + 7 = 10$$

$$\therefore y + 7 - 7 = 10 - 7 \quad \dots(\text{दोनों पक्षों से 7 घटाया ।})$$

$$\therefore y + 0 = 3$$

$$\therefore y = 3$$

अर्थात् जस्मीन के पास पहले 3 रुपये थे ।

उदा. एक मिठाई के डिब्बे में कुछ पेड़े हैं । ये पेड़े 2 पेड़े प्रति बच्चे की दर से 20 बच्चों में समान रूप से बाँटे जा सकते हैं, तो डिब्बे में कुल कितने पेड़े हैं ?

माना, कुल पेड़ों की संख्या p है ।

$$\frac{p}{2} = 20$$

$$\therefore \frac{p}{2} \times 2 = 20 \times 2 \quad \dots(\text{दोनों पक्षों में 2 से गुणा किया ।})$$

$$p = 40$$

इसलिए डिब्बे में 40 पेड़े हैं ।



उदा. 5 चॉकलेट का मूल्य 25 रुपये है ।

एक चॉकलेट का मूल्य कितना है ?

माना एक चॉकलेट का मूल्य k रुपये है ।

$$5k = 25$$

$$\therefore \frac{5k}{5} = \frac{25}{5} \quad (\text{दोनों पक्षों में 5 से भाग दिया ।})$$

$$\therefore 1k = 5$$

$$\therefore k = 5$$

इसलिए एक चॉकलेट का मूल्य 5 रुपये है ।



₹ 25



यह मैंने समझा

समीकरण के दोनों पक्षों पर समान संक्रिया करने पर प्राप्त समीकरण संतुलित रहता है ।

संतुलित समीकरणों पर निम्नलिखित में से कोई भी संक्रिया करने पर प्राप्त होने वाला समीकरण संतुलित होता है ।

- दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ना ।
- दोनों पक्षों में से समान संख्या घटाना ।
- दोनों पक्षों में समान संख्या से गुणा करना ।
- दोनों पक्षों में समान संख्या से भाग देना ।
- दोनों पक्षों का अदला-बदली करना ।



- अक्षर का उपयोग करके निम्नलिखित जानकारियाँ लिखो ।
 - किसी संख्या तथा 3 का योग ।
 - किसी संख्या में से 11 घटाने पर प्राप्त होने वाला शेष ।
 - 15 और किसी संख्या का गुणनफल ।
 - किसी संख्या का चौगुना 24 है ।
- निम्नलिखित समीकरणों का हल ज्ञात करने के लिए समीकरण के दोनों पक्षों पर कौन-सी संक्रियाएँ करनी होंगी ?
 - $x + 9 = 11$
 - $x - 4 = 9$
 - $8x = 24$
 - $\frac{x}{6} = 3$
- नीचे कुछ समीकरण और चरों के मान दिए गए हैं । दिए गए मानों से समीकरण संतुलित होता है या नहीं, निर्धारित करो ।

| क्र. | समीकरण | चर का मान | समीकरण संतुलित (है/नहीं है) |
|------|--------------------|-----------|-----------------------------|
| 1 | $y - 3 = 11$ | $y = 3$ | नहीं है |
| 2 | $17 = n + 7$ | $n = 10$ | |
| 3 | $30 = 5x$ | $x = 6$ | |
| 4 | $\frac{m}{2} = 14$ | $m = 7$ | |

- निम्नलिखित समीकरण हल करो ।
 - $y - 5 = 1$
 - $8 = t + 5$
 - $4x = 52$
 - $19 = m - 4$
 - $\frac{p}{4} = 9$
 - $x + 10 = 5$
 - $m - 5 = -12$
 - $p + 4 = -1$
- निम्नलिखित प्रश्नों में दी गई जानकारी के आधार पर समीकरण बनाओ और उन्हें हल करो ।
 - हरबा के पास भेड़ें थीं । बाजार में उनमें से 34 भेड़ें बेच देने के बाद अब उसके पास 176 भेड़ें शेष बची हैं, तो हरबा के पास कितनी भेड़ें थीं ?
 - साक्षी ने घर पर आम के मुरब्बे बनाए और उन्हें कुछ बोतलों में भरा । उसमें से 7 बोतल मुरब्बे सहेलियों में बाँटने के बाद घर में 12 बोतल मुरब्बे शेष बचे हैं, तो उसने कुल कितने बोतल मुरब्बे बनाए थे ? यदि एक बोतल मुरब्बे का वजन 250 ग्राम हो, तो उसने कुल कितने वजन के मुरब्बे बनाए थे ?
 - अर्चना ने कुछ गेहूँ बाजार से खरीदा । प्रत्येक महीने के लिए 12 किग्रा की दर से उसने 3 महीनों के लिए गेहूँ पिसाई के लिए निकाला । फिर भी, 14 किग्रा गेहूँ बच गया, तो अर्चना ने कुल कितना गेहूँ खरीदा था ?

