9 मसावि–लसावि

BQ1MSY

थोड़ा याद करें

विभाजक , विभाज्य

चौखटों में भाज्य, भाजक, भागफल तथा शेषफल में से सही शब्द लिखो ।

9 → ☐ ☐ ← 4)36 → ☐ – 36 → ☐ 00	7 → ☐ ☐ ← 9)65 → ☐ – 63 → ☐ 02

36 में 4 से भाग देने पर शेषफल शून्य आता है; इसलिए संख्या 4 संख्या 36 की **विभाजक** है और संख्या 36 संख्या 4 से **विभाज्य** है ।

65 में 9 से भाग देने पर शेषफल शून्य नहीं आता; इसलिए यहाँ संख्या 9 संख्या 65 की **भाजक** तो है, परंतु **विभाजक** नहीं है । इसी प्रकार 65 भी संख्या 9 से **विभाज्य** नहीं है ।

36 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

48 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

सामान्य विभाजक लिखो. ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐

प्रश्नसंग्रह 23

* नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न की दोनों संख्याओं के सभी विभाजक लिखो और उनके सामान्य विभाजकों की सूची बनाओ ।

(1) 12, 16 (2) 21, 24 (3) 25, 30 (4) 24, 25 (5) 56, 72

आओ, समझें

महत्तम सामान्य विभाजक : मसावि

उदा. मौसी ने एक रंग की 12 मीटर लंबी और दूसरे रंग की 18 मीटर लंबी, इस प्रकार कागज की दो पट्टियाँ लाई हैं । दोनों पट्टियों के समान लंबाई के टुकड़े करने हैं । अधिक-से-अधिक कितने लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं ?

जितने लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं, वह संख्या 12 और 18 की विभाजक होनी चाहिए ।

12 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, [6], 12

18 के विभाजक : 1, 2, 3, [6], 9, 18

12 और 18 के सामान्य विभाजकों में से 6 सबसे बड़ा विभाजक है ; इसलिए अधिक-से-अधिक 6 मीटर लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं ।

उदा. एक दूकान में 20 किग्रा ज्वार और 50 किग्रा गेहूँ है । पूरे अनाज को थैलियों में भरना है । प्रत्येक थैली में समान वजन का अनाज भरना है । अधिक से अधिक कितने वजन का अनाज प्रत्येक थैली में भरा जा सकता है ?

थैली के अनाज के किलोग्राम में व्यक्त वजन को 20 तथा 50 का विभाजक होना चाहिए । इसके अलावा प्रत्येक थैली में अधिक से अधिक वजन का अनाज भरना है ; इसलिए अब हम 20 और 50 का महत्तम सामान्य विभाजक अर्थात मसावि ज्ञात करें ।

20 के विभाजक : 1, 2, 4, 5, 10, 20

50 के विभाजक : 1, 2, 5, 10, 25, 50

सामान्य विभाजक : 1, 2, 5, 10

20 और 50 के सामान्य विभाजकों में 10 सबसे बड़ा विभाजक अर्थात महत्तम विभाजक है,

अर्थात 20 तथा 50 का मसावि 10 है ।

इसलिए प्रत्येक थैली में अधिक से अधिक 10 किग्रा अनाज भरा जा सकता है ।

यह मैंने समझा

दी गई संख्याओं का मसावि ज्ञात करने का अर्थ है, उन संख्याओं के विभाजकों की सूची तैयार करके उनमें स्थित सबसे बड़ा सामान्य विभाजक ढूँढ़ना ।

प्रश्नसंग्रह 24

1. निम्नलिखित संख्याओं के मसावि ज्ञात करो ।

(1) 45, 30 (2) 16, 48 (3) 39, 25 (4) 49, 56 (5) 120, 144

(6) 81, 99 (7) 24, 36 (8) 25, 75 (9) 48, 54 (10) 150, 225

2. 18 मी लंबी तथा 15 मीटर चौड़ी जमीन में साग-सब्जी लगाने के लिए बड़े से बड़े आकार की एक जैसी वर्गाकार क्यारियाँ तैयार करनी हैं; तो प्रत्येक क्यारी की भुजा कितने मीटर लंबी होगी ?
3. 8 मीटर और 12 मीटर लंबे दो धागों के समान लंबाई के टुकड़े करते हैं; तो ऐसे प्रत्येक टुकड़े की लंबाई अधिक-से-अधिक कितने मीटर होगी ?
4. चंद्रपुर स्थित ताडोबा बाघ परियोजना देखने के लिए छठी तथा सातवीं कक्षाओं के क्रमश: 140 तथा 196 विद्यार्थी सैर पर गए । दोनों कक्षाओं के विद्यार्थियों के समान संख्या के समूह बनाते हैं । प्रत्येक समूह को जानकारी देने के लिए शुल्क देने पर मार्गदर्शक मिलता है, तो अधिक-से-अधिक कितने विद्यार्थी प्रत्येक समूह में लिए जा सकते हैं ? प्रत्येक समूह में अधिक-से-अधिक विद्यार्थी लेने का कारण क्या हो सकता है ?
5. 'तुमसर' के चावल शोधकेंद्र मे बासमती जाति के चावल का बीज 2610 किग्रा तथा इंद्रायणी जाति के चावल का बीज 1980 किग्रा है । इन दोनों बीजों की अधिक से अधिक, किंतु समान वजन की थैलियाँ तैयार करनी हैं; तो प्रत्येक थैली का वजन कितना होगा ? प्रत्येक जाति के चावल की कितनी थैलियाँ तैयार होंगी ?

आओ, समझें

लघुतम सामान्य विभाज्य : लसावि

3 तथा 4 के पहाड़े लिखो । यह बात ध्यान में रखो कि किसी संख्या के पहाड़े में उस संख्या से विभाज्य संख्याएँ क्रमश: लिखी होती हैं । संख्या 3 और 4 से विभाज्य सबसे छोटी संख्या कौन-सी है ? व्यवहार में कहीं-कहीं लघुतम सामान्य विभाज्य (लसावि) उपयोगी होता है । क्या दी गई संख्याओं का सबसे बड़ा सामान्य विभाज्य ज्ञात किया जा सकता है ?

रेहाना और ऐना फूलों के गजरे बनाती हैं । प्रत्येक को समान संख्या के फूल टोकरी में देते हैं ।

दीदी : रेहाना, तुम छह-छह फूलों के गजरे बनाओ । ऐना तुम आठ-आठ फूलों के गजरे बनाओ । तुम्हारी टोकरियों में कम-से-कम कितने-कितने फूल रखूँ ?

रेहाना : मेरी टोकरी में फूलों की संख्या 6 की गुणज होनी चाहिए ।

ऐना : मेरी टोकरी में फूलों की संख्या 8 की गुणज होनी चाहिए ।

6 की गुणज संख्याएँ अर्थात 6 से विभाज्य संख्याएँ : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78,...

8 की गुणज संख्याएँ अर्थात 8 से विभाज्य संख्याएँ : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104,...

सामान्य विभाज्य संख्याएँ = 24, 48, 72, 96, ...

रेहाना : दीदी, यदि आप इसमें से प्रत्येक को 24, 48, 72 अथवा 96 फूल दें, तो हम दोनों आपके कथनानुसार फूलों के गजरे बना सकते हैं ।

ऐना : कम-से-कम 24 फूल देने होंगे ।

संख्या 24 संख्या 6 तथा 8 का लघुतम सामान्य विभाज्य (लसावि) है ।

उदा. 13 तथा 6 का लसावि ज्ञात करो ।

13 का पहाड़ा : 13, 26, 39, 52, 65, 78 , 91, 104, 117, 130

6 का पहाड़ा : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

यहाँ सामान्य विभाज्य संख्याएँ दिखाई नहीं दे रही हैं, इसलिए दोनों पहाड़े आगे बढ़ाएँ ।

13 का पहाड़ा : 130, 143, 156,...

6 का पहाड़ा : 60, 66, 72, 78 , 84,...

13 तथा 6 से विभाज्य संख्याओं की सूचियाँ देखने पर पता चलता है कि 78 सबसे छोटी सामान्य विभाज्य संख्या है ; इसलिए 13 तथा 6 का लसावि 78 है ।

यह मैंने समझा

दो संख्याओं का लसावि उनके गुणनफल से अधिक नहीं हो सकता ।

विचार करो

उदा. प्रवीण, बागेश्री तथा यश एक ही घर के बच्चे हैं । प्रवीण सेना में अधिकारी है । बागेश्री दूसरे गाँव में वैद्‌यकीय महाविद्‌यालय में पढ़ती है । यश पड़ोस के गाँव में हाईस्कूल के छात्रावास में है । प्रवीण प्रत्येक 120 दिन में घर आ सकता है । बागेश्री प्रत्येक 45 दिनों बाद घर आती है, जबकि यश प्रत्येक 30 दिन में घर आता है । ये सभी लोग 15 जून 2016 को एक साथ घर से बाहर गए । उस समय माता -पिता ने उनसे कहा, ''तुम सब को एक साथ घर आना होगा, उस दिन हम लोग उत्सव मनाएँगे ।'' माँ ने यश से पूछा, ''उस दिन कौन-सी तारीख होगी ?''

यश ने कहा, ''जितने दिनों में हम सब एक साथ घर आएँगे, वह संख्या 30, 45 और 120 से विभाज्य होनी चाहिए, अर्थात अगले वर्ष 10 जून को हम लोग एक साथ आएँ, तब हमारा उत्सव होगा ।''

यश ने उत्तर कैसे निकाला ?

यह मैंने समझा

दी गई संख्याओं का लसावि ज्ञात करने का अर्थ है, उन संख्याओं से विभाज्य सभी संख्याएँ लिखकर उनमें से सबसे छोटी सामान्य विभाज्य संख्या प्राप्त करना ।

प्रश्नसंग्रह 25

1. निम्नलिखित संख्याओं के लसावि ज्ञात करो ।

   (1) 9, 15 (2) 2, 3, 5 (3) 12, 28 (4) 15, 20 (5) 8, 11

2. निम्नलिखित प्रश्न हल करो ।

   (1) यदि सामूहिक व्यायाम के लिए मैदान में खड़े लड़कों की पंक्तियाँ इस तरह बनाएँ कि प्रत्येक पंक्ति में 20-20 अथवा 25-25 लड़के रहें और एक भी लड़का शेष न बचे, तो मैदान में कम-से-कम कितने लड़के हैं ?

   (2) वीणा के पास कुछ मनके हैं । उसे समान मनकोंवाली कुछ मालाएँ बनानी हैं । यदि 16, 24 अथवा 40 मनकों की प्रत्येक माला बनाए, तो एक भी मनका शेष नहीं बचेगा । उसके पास कम-से-कम कितने मनके हैं ?

   (3) तीन अलग-अलग डिब्बों में समान संख्या में लड्डू रखे गये । पहले डिब्बे के लड्डू 20 बच्चों में, दूसरे डिब्बे के लड्डू 24 बच्चों में तथा तीसरे डिब्बे के लड्डू 12 बच्चों में समान रूप से बाँटे गए और एक भी लड्डू शेष नहीं बचा । तीनों डिब्बों में कुल मिलाकर कम-से-कम कितने लड्डू होंगे ?

   (4) एक शहर में एक बड़ी सड़क के तीन अलग-अलग चौकों के सिग्नल देखे । वे क्रमशः प्रत्येक 60 सेकंड, 120 सेकंड तथा 24 सेकंड में हरे होते थे । सबेरे 8 बजे सिग्नल चालू किए गए, उस समय तीनों सिग्नल हरे थे । उसके बाद कितने बजे तीनों सिग्नल एक साथ पुनः हरे हुए होंगे ?

   (5) $\frac{13}{45}$ तथा $\frac{22}{75}$ के छोटे-से-छोटे हरवाले समहर तुल्य भिन्न ज्ञात करो । इन दोनों भिन्नों का योगफल भी ज्ञात करो ।

गणितीय पहेली

हमारे पास ऐसे चार कागज हैं, जिनमें से प्रत्येक कागज के एक पृष्ठ पर एक संख्या और दूसरे पृष्ठ पर संख्या का एक प्रकार लिखा गया है । प्रत्येक कागज पर लिखी संख्या उस पर लिखे संख्या-प्रकार से विसंगत है । कागजों पर लिखी संख्याएँ ये हैं : 7, 2, 15, 5 और संख्या - प्रकार नीचे दिए अनुसार हैं :

(I) 7 से विभाजित संख्या (II) अभाज्य संख्या

(III) विषम संख्या (IV) 100 से बड़ी संख्या

'100 से बड़ी संख्या' वाले कागज के दूसरे पृष्ठ पर कौन-सी संख्या लिखी है ?