



चला, चर्चा करूया.



मागील इयत्तांमध्ये आपण दोन संख्यांची तुलना करायला शिकलो आहोत. आता आपण आणखी वेगळ्या प्रकारे तुलना कशी करतात हे पाहू. जसे, नीलिमा 12 वर्षांची आहे व रमेश 6 वर्षांचा आहे.

नीलिमा व रमेश यांच्या वयांची तुलना कशी करता येईल ?

रमेशने वयांची तुलना वजाबाकीने केली, तर नीलिमाने वयांची तुलना पटीने केली.



जाणून घेऊया.

नीलिमाचे वय रमेशच्या वयाच्या दुप्पट आहे. हीच माहिती नीलिमा व रमेश यांच्या वयांचे प्रमाण 2:1 आहे असे लिहितात. 2:1 याचे वाचन 'दोनास एक' असे करतात. गणिती भाषेत दोन संख्यांचे प्रमाण गुणोत्तराच्या भाषेत लिहिता येते. 2:1 हे प्रमाण गुणोत्तर रूपात $\frac{2}{1}$ असेही लिहितात.

प्रमाणाची व्यवहारातील उदाहरणे



उदा. जानकी अम्मांनी बनवलेल्या इडल्या व डोसे चवदार असतात. इडलीच्या पीठासाठी त्या 1 वाटी उडीद डाळीस 2 वाट्या तांदूळ हे प्रमाण वापरतात, तर डोसा बनवताना 1 वाटी उडीद डाळीस 3 वाट्या तांदूळ घेतात, म्हणजे इडलीसाठी डाळ व तांदूळ यांचे प्रमाण 1:2 किंवा गुणोत्तर $\frac{1}{2}$ आहे, तर डोशासाठी ते प्रमाण 1:3 म्हणजेच त्यांचे गुणोत्तर $\frac{1}{3}$ आहे.

उदा. मागारिची बिस्किटे छान असतात. ती बिस्किटांसाठी 2 वाट्या साखरेबरोबर 3 वाट्या गव्हाचे पीठ वापरते म्हणजे बिस्किटांत साखर व पीठ यांचे प्रमाण 2:3 किंवा त्यांचे गुणोत्तर $\frac{2}{3}$ आहे.



उदा. मुलींना सारख्याच प्रमाणात फुले वाटली. रिकाम्या चौकटीत योग्य संख्या लिहा.

मुली	3	5	1
फुले	12	32



$$\frac{\text{मुलींची संख्या}}{\text{फुलांची संख्या}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ म्हणजे एका मुलीस 4 फुले मिळाली.}$$

मुली व फुले यांचे प्रमाण 'एकास चार' आहे. ते 1:4 किंवा त्यांचे गुणोत्तर $\frac{1}{4}$ असेही लिहितात.

उदा. वर्गातील प्रत्येक विद्यार्थ्यानि आपल्या वयाचे आजीच्या वयाशी असलेले गुणोत्तर काढा.

जॉनचे वय 10 वर्षे आहे व त्याच्या आजीचे वय 65 वर्षे आहे. जॉन म्हणाला, की त्याच्यासाठी हे गुणोत्तर $\frac{10}{65}$ आहे.

$$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13} \text{ सममूल्य अपूर्णाकाचा उपयोग करून गुणोत्तर संक्षिप्त रूपात लिहिता येते.}$$

उदा. निखिलने 12 पेरू व 16 चिकू आणले.

(1) पेरूंचे चिकूंशी असलेले गुणोत्तर काढा.

पेरूंचे चिकूंशी असलेले गुणोत्तर

$$\frac{\text{पेरूंची संख्या}}{\text{चिकूंची संख्या}} = \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$$

∴ पेरूंचे चिकूंशी असलेले गुणोत्तर $\frac{3}{4}$ आहे.

(2) चिकूंचे पेरूंशी असलेले गुणोत्तर काढा.

चिकूंचे पेरूंशी असलेले गुणोत्तर

$$\frac{\text{चिकूंची संख्या}}{\text{पेरूंची संख्या}} = \frac{16}{12} = \frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{3}$$

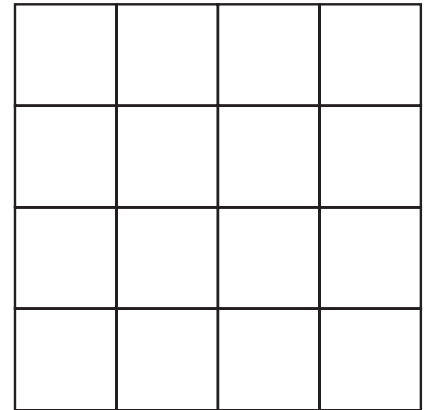
∴ चिकूंचे पेरूंशी असलेले गुणोत्तर $\frac{4}{3}$ आहे.



हे करून पाहा.

पुढील आकृतीमध्ये काही चौकटी तुमच्या आवडीच्या रंगाने रंगवा व काही रिकाम्या ठेवा.

- (1) पुढील आकृतीमधील एकूण चौकटी मोजा व लिहा.
- (2) रंगवलेल्या चौकटी मोजा व लिहा.
- (3) रिकाम्या चौकटी मोजा व लिहा.
- (4) रंगवलेल्या चौकटींचे रिकाम्या चौकटींशी गुणोत्तर काढा.
- (5) रंगवलेल्या चौकटींचे एकूण चौकटींशी गुणोत्तर काढा.
- (6) रिकाम्या चौकटींचे एकूण चौकटींशी गुणोत्तर काढा.





जाणून घेऊया.

गुणोत्तरासंबंधी महत्त्वाच्या बाबी

उदा. गुळाची लहान ढेप 1 किग्रॅ वजनाची आहे व गुळाच्या खड्याचे वजन 200 ग्रॅम आहे, तर गुळाच्या खड्याच्या वजनाचे गुळाच्या ढेपेच्या वजनाशी गुणोत्तर काढा.

$$\frac{\text{गुळाच्या खड्याचे वजन}}{\text{गुळाच्या ढेपेचे वजन}} = \frac{200}{1} \text{ असे लिहिले.}$$

हे बरोबर आहे का ?

गुळाच्या खड्याचे वजन ढेपेच्या वजनाच्या 200 पट आहे का ?

यात काय चूक झाली ?

प्रथम दोन्ही राशी समान एककात मोजू. यासाठी ग्रॅम वापरणे सोईचे आहे.

1 किग्रॅ = 1000 ग्रॅम

∴ ढेपेचे वजन 1000 ग्रॅम आणि गुळाच्या खड्याचे वजन 200 ग्रॅम आहे.

$$\frac{\text{गुळाच्या खड्याचे वजन}}{\text{गुळाच्या ढेपेचे वजन}} = \frac{200}{1000} = \frac{2 \times 100}{10 \times 100} = \frac{2}{10} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{1}{5}$$

∴ गुळाच्या खड्याच्या वजनाचे गुळाच्या ढेपेच्या वजनाशी गुणोत्तर $\frac{1}{5}$ आहे.



हे मला समजले.

एकाच प्रकारच्या (राशींच्या) मापनांचे गुणोत्तर काढताना त्या मापनांची एकके समान असली पाहिजेत.

गुणोत्तराचा उपयोग करून समीकरण मांडता येते व त्यामुळे उदाहरण सोडवणे सोपे जाते.

उदा. शाळेतील मुलींसाठी होस्टेल बांधायचे आहे. दर 15 मुलींसाठी दोन शौचालये हवीत असे ठरले आहे. 75 मुली होस्टेलमध्ये राहणार असतील, तर त्या प्रमाणात किती शौचालये बांधावी लागतील ?

शौचालये व मुलींची संख्या यांचे प्रमाण म्हणजेच गुणोत्तर पाहू. 75 मुलींसाठी x शौचालये लागतील असे मानू. शौचालयाची संख्या व मुलींची संख्या यांचे गुणोत्तर $\frac{2}{15}$ आहे. ते दोन प्रकारांनी लिहू व समीकरण मांडू.

$$\frac{x}{75} = \frac{2}{15}$$

$$\therefore \frac{x}{75} \times 75 = \frac{2}{15} \times 75 \quad (\text{दोन्ही बाजूंना 75 ने गुणले})$$

$$\therefore x = 2 \times 5 \\ = 10$$

∴ 75 मुलींसाठी 10 शौचालये लागतील.



- खालील प्रत्येक उदाहरणांत पहिल्या संख्येचे दुसऱ्या संख्येशी असलेले प्रमाण काढा.
(1) 24, 56 (2) 63, 49 (3) 52, 65 (4) 84, 60 (5) 35, 65 (6) 121, 99
- पहिल्या राशीचे दुसऱ्या राशीशी असलेले गुणोत्तर काढा.
(1) 25 मणी, 40 मणी (2) 40 रुपये, 120 रुपये (3) 15 मिनिटे, 1 तास
(4) 30 लीटर, 24 लीटर (5) 99 किग्रॅ, 44000 ग्रॅम (6) 1 लीटर, 250 मिली
(7) 60 पैसे, 1 रुपया (8) 750 ग्रॅम, $\frac{1}{2}$ किग्रॅ (9) 125 सेमी, 1 मीटर
- रीमाजवळ 24 वह्या व 18 पुस्तके आहेत, तर वह्यांचे पुस्तकांशी गुणोत्तर काढा.
- मैदानामध्ये क्रिकेटचे 30 खेळाडू व खो-खो चे 20 खेळाडू प्रशिक्षण घेत आहेत, तर क्रिकेटच्या खेळाडूंचे एकूण खेळाडूंची गुणोत्तर लिहा.
- स्नेहलकडे 80 सेमी लांबीची लाल रिबीन आहे व 2.20 मीटर लांबीची निळी रिबीन आहे, तर लाल रिबीनच्या लांबीचे निळ्या रिबीनच्या लांबीशी गुणोत्तर काढा.
- शुभमचे आजचे वय 12 वर्षे आहे. शुभमच्या वडिलांचे आजचे वय 42 वर्षे आहे. शुभमची आई त्याच्या वडिलांपेक्षा 6 वर्षांनी लहान आहे, तर खालील गुणोत्तरे काढा.
(1) शुभमच्या आजच्या वयाचे आईच्या आजच्या वयाशी गुणोत्तर.
(2) शुभमच्या आईच्या आजच्या वयाचे वडिलांच्या आजच्या वयाशी गुणोत्तर.
(3) जेव्हा शुभमचे वय 10 वर्षे होते, तेव्हा शुभमच्या वयाचे त्याच्या आईच्या त्या वेळच्या वयाशी गुणोत्तर.



जाणून घेऊया.

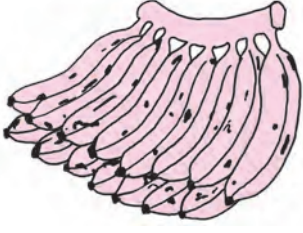
एकमान पद्धत (Unitary Method)

विजयाला वाढदिवसाच्या दिवशी सात मैत्रिणींना पेन द्यायचे होते. पेन खरेदी करण्यासाठी ती दुकानात गेली. दुकानदाराने तिला डझनाचा भाव सांगितला.

एक डझन पेनांची किंमत 84 रुपये.



- विजयाला तुम्ही 7 पेनांची किंमत काढायला मदत करू शकाल का ?
- एका पेनाची किंमत माहीत झाली, तर 7 पेनांची समजेल ना ?



- उदा. 15 केळ्यांची फणी 45 रुपयांना मिळते.
8 केळ्यांची किंमत किती ?
15 केळ्यांची किंमत 45 रुपये
∴ एका केळ्याची किंमत = $45 \div 15 = 3$ रुपये
यावरून, 8 केळ्यांची किंमत $8 \times 3 = 24$ रुपये



- उदा. 10 फुलांचा गुच्छ 25 रुपयांना आहे, तर 4 फुलांची किंमत किती ?
10 फुलांची किंमत 25 रुपये
∴ 1 फुलाची किंमत = $\frac{25}{10}$ रुपये
यावरून, 4 फुलांची किंमत = $\frac{25}{10} \times 4 = 10$ रुपये



हे मला समजले.

अनेक वस्तूंच्या किमतीवरून एका वस्तूची किंमत भागाकार करून काढणे व
एका वस्तूच्या किमतीवरून अनेक वस्तूंची किंमत गुणाकार करून काढणे.
उदाहरण सोडवण्याच्या या पद्धतीला एकमान पद्धत म्हणतात.

सरावसंच 29

1. सोडवा.

- (1) 20 मीटर कापडाची किंमत ₹ 3600 आहे, तर 16 मीटर कापडाची किंमत काढा.
- (2) 10 किग्रॅ तांदळाची किंमत ₹ 325 आहे, तर 8 किग्रॅ तांदळाची किंमत काढा.
- (3) 14 खुर्च्यांची किंमत ₹ 5992 आहे, तर 12 खुर्च्यांसाठी किती रुपये द्यावे लागतील ?
- (4) 30 डब्यांचे वजन 6 किग्रॅ आहे, तर 1080 डब्यांचे वजन किती किग्रॅ होईल ?
- (5) समान वेगाने एक कार 165 किमी अंतर 3 तासांत कापते. त्याच वेगाने (अ) 330 किमी अंतर जाण्यास कारला किती तास लागतील ? (ब) 8 तासांत कार किती अंतर कापेल ?
- (6) तीन एकर शेतीची मशागत करण्याकरता ट्रॅक्टरला 12 लीटर डिझेल लागते, तर 19 एकर शेतीची मशागत करण्यासाठी किती लीटर डिझेल लागेल ?
- (7) एका साखर कारखान्यामध्ये 48 टन उसापासून 5376 किग्रॅ साखर मिळते. सविताताईंच्या शेतात तयार झालेला ऊस 50 टन आहे, तर या उसापासून किती साखर तयार होईल ?
- (8) एका आमराईत 8 रांगांत 128 झाडे आहेत. प्रत्येक रांगेतील झाडांच्या संख्या समान असल्यास अशा 13 रांगांत किती झाडे असतील ?
- (9) एका शेततळ्यामध्ये 120000 लीटर पाणी साठते. ते शेततळे तयार करण्यासाठी 18000 रुपये खर्च येतो, तर 480000 लीटर पाणी साठवणारी अशी किती शेततळी तयार होतील व त्यासाठी किती रुपये खर्च येईल ?

ॐॐॐ