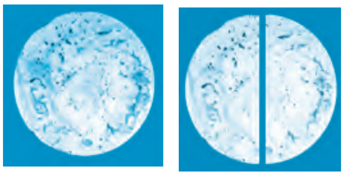
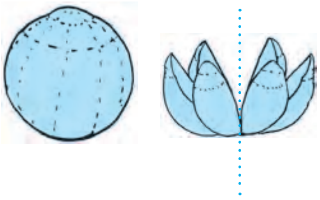
5. भिन्न

❒ तुल्य भिन्न



✦ यदि एक रोटी दो व्यक्तियों में समान रूप से बाँटी जाए, तो प्रत्येक को **आधी** रोटी मिलेगी । 'आधा' भिन्न $\frac{1}{2}$ के रूप में दर्शाया जाता है । यहाँ 1 अंश और 2 हर है ।

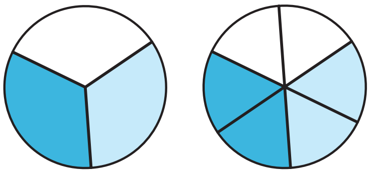
✦ एक रोटी के 4 समान भाग किए । इनमें से 2 भाग एक को दिए । इसे $\frac{2}{4}$ के रूप में दर्शाया जाता है । इसमें 2 अंश और 4 हर है । इसका भी अर्थ है : **आधी** रोटी दी गई ।



✦ एक खरबूजे के 6 समान भाग किए । उसे 2 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटा, इस प्रकार प्रत्येक व्यक्ति को मिला भाग $\frac{3}{6}$ है । यहाँ प्रत्येक को खरबूजे का **आधा** भाग ही मिला है, अर्थात चिह्न $\frac{3}{6}$ भी 'आधा' भिन्न ही दर्शाता है ।

ऊपर के तीनों उदाहरणों में 'आधा' भिन्न ही क्रमश: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ तथा $\frac{3}{6}$ के रूप में दर्शाया गया है । इसलिए इन तीनों ही भिन्नों $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ का मान समान है। इसे इस प्रकार लिखते हैं : '$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$'

समान मानवाले ऐसे भिन्नों को **तुल्य भिन्न** कहते हैं ।

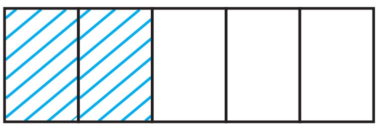


✦ यहाँ दो समान वृत्तों के रँगे हुए भागों का निरीक्षण करो । एक वृत्त के 3 समान भाग करके उनमें से 2 भाग रँगे गए हैं । इसका अर्थ है कि रँगा हुआ भाग संपूर्ण वृत्त का $\frac{2}{3}$ भाग है ।

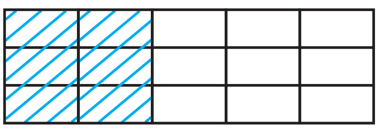
उसी आकार के दूसरे वृत्त के 6 समान भाग करके, उनमें से 4 भाग रँगे गए हैं, अर्थात पूरे वृत्त का $\frac{4}{6}$ भाग रँगा गया है; परंतु रँगे हुए दोनों भाग समान हैं । इस आधार पर $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

अर्थात $\frac{2}{3}$ और $\frac{4}{6}$ तुल्य भिन्न हैं ।

❒ तुल्य भिन्न तैयार करना



✦ आकृति के 5 समान भागों में से 2 भाग रँगे गए हैं । रँगा हुआ भाग पूरी आकृति का $\frac{2}{5}$ भाग है ।



इसी आकृति में दो आड़ी रेखाएँ खींच देने से इस आकृति के 15 समान भाग दिखाई दे रहे हैं । इसलिए अब रँगा हुआ भाग दर्शाने वाला भिन्न $\frac{6}{15}$ है ।

परंतु रँगा हुआ भाग नहीं बदला, इसलिए यहाँ $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

शिक्षिका : भिन्नों $\frac{2}{5}$ और $\frac{6}{15}$ के अंशों और हरों में क्या कुछ विशेष संबंध दिखाई देता है ?

सोनी : 2 का तीन गुना 6 तथा 5 का तीन गुना 15 है ।

शिक्षिका : हमने यह भी देखा है, कि $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ और $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ अर्थात तुल्य भिन्नों में एक भिन्न का अंश और हर, दूसरे भिन्न के अंश और हर का समान गुना हैं ।
इसके आधार पर यह ध्यान में रखो ।

> किसी भिन्न के अंश तथा हर में किसी शून्येतर संख्या से गुणा करने पर उस भिन्न का तुल्य भिन्न प्राप्त होता है ।

नंदू : किसी भिन्न के अंश तथा हर में समान संख्या से भाग देकर क्या तुल्य (समान) भिन्न प्राप्त किए जा सकते हैं ?

शिक्षिका : अवश्य, यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में किसी समान संख्या से पूरी-पूरी बार भाग जाता हो, तो उस संख्या से अंश और हर दोनों में भाग देने पर प्राप्त भिन्न दिए गए भिन्न का तुल्य भिन्न होता है । भिन्न $\frac{6}{15}$ के अंश और हर, दोनों में 3 से भाग जाता है । इस तरह भाग देने पर भिन्न $\frac{2}{5}$ प्राप्त होता है । इसलिए $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

> यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में एक ही संख्या से भाग जाता है, तो भाग देने पर प्राप्त होने वाला भिन्न, दिए गए भिन्न का तुल्य होता है ।

शिक्षिका : अब $\frac{6}{12}$ के अंश तथा हर दोनों में एक ही संख्या से भाग देकर भिन्न प्राप्त करो ।

सोनी द्वारा प्राप्त भिन्न $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$	मीनू द्वारा प्राप्त भिन्न $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$

नंदू : संख्याओं 6 तथा 12 में 6 से भी भाग जाता है । 6 से भाग दें, तो ठीक होगा क्या ?

शिक्षिका : हाँ, $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$

ध्यान दो, भिन्न $\frac{6}{12}$ के अंश तथा हर दोनों में 2, 3 तथा 6 से भाग देने पर प्राप्त होने वाले भिन्न $\frac{6}{12}$ के समान ही हैं । अर्थात $\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

उदा. (1) $\frac{5}{6}$ का वह तुल्य भिन्न लिखो, जिसका हर 30 हो ।

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$ यहाँ हमें चौखट में आने वाली संख्या ज्ञात करनी है ।

यहाँ हर के स्थान के 6 का 5 गुना 30, है । इसलिए अंश के स्थान के 5 का 5 गुना ज्ञात करना पड़ेगा ।

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{\boxed{25}}{30}$ इस प्रकार 30 हर वाला भिन्न $\frac{25}{30}$, भिन्न $\frac{5}{6}$ का तुल्य भिन्न है ।

उदा. (2) वह भिन्न ज्ञात करो, जो $\frac{15}{40}$ के तुल्य हो और जिसका हर 8 हो ।

$\frac{15}{40} = \frac{\square}{8}$ यहाँ चौखट में आने वाली संख्या ज्ञात करना है ।

40 में 5 से भाग देने पर 8 आता है । 15 में 5 से भाग देने पर चौखट में आने वाली संख्या मिलेगी ।

$15 \div 5 = 3$ इसलिए $\frac{15}{40} = \frac{\boxed{3}}{8}$

अर्थात भिन्न $\frac{3}{8}$, भिन्न $\frac{15}{40}$ का तुल्य भिन्न है ।

प्रश्नसंग्रह 17

1. चौखटों में सही संख्याएँ लिखो ।

(1) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{20}$ (2) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ (3) $\frac{9}{11} = \frac{18}{\square}$ (4) $\frac{10}{40} = \frac{\square}{8}$

(5) $\frac{14}{26} = \frac{\square}{13}$ (6) $\frac{\square}{3} = \frac{4}{6}$ (7) $\frac{1}{\square} = \frac{4}{20}$ (8) $\frac{\square}{5} = \frac{10}{25}$

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक भिन्न के तुल्य वह भिन्न ज्ञात करो, जिसका हर 18 हो ।

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{3}$

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक भिन्न के तुल्य वह भिन्न ज्ञात करो, जिसका हर 5 हो ।

$\frac{6}{15}$, $\frac{10}{25}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{21}{35}$

4. निम्नलिखित भिन्नों में से परस्पर तुल्य भिन्नों की जोड़ियाँ ज्ञात करो ।

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{15}{33}$, $\frac{18}{27}$, $\frac{10}{14}$

5. निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक भिन्न के दो-दो तुल्य भिन्न ज्ञात करो ।

$\frac{7}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{11}$

❒ समहर तथा असमहर (विषमहर) भिन्न

जिन भिन्नों के हर समान होते हैं, उन्हें 'समहर भिन्न' कहते हैं । जैसे, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$

जिन भिन्नों के हर अलग-अलग अर्थात असमान होते हैं, उन्हें 'असमहर (विषमहर) भिन्न' कहते हैं। जैसे, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{9}{11}$

❒ असमहर भिन्नों का समहर भिन्नों में रूपांतरण

उदा. (1) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ इन भिन्नों के हर समान करो, अर्थात इनका समहर भिन्नों में रूपांतरण करो ।

यहाँ हमें 6 और 9 , इन दोनों संख्याओं की गुणज (अपवर्त्य) संख्याएँ प्राप्त करना है ।

6 की गुणज संख्याएँ : 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

और 9 की गुणज संख्याएँ : 9, 18, 27, 36, 45, ...

इनमें 18 ऐसी संख्या है जो दोनों संख्याओं की गुणज है और वह सबसे छोटी संख्या है । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 18 बनाएँगे ।

$\frac{5}{6} = \frac{5\times3}{6\times3} = \frac{15}{18}$ $\frac{7}{9} = \frac{7\times2}{9\times2} = \frac{14}{18}$

$\frac{15}{18}$ तथा $\frac{14}{18}$ क्रमशः $\frac{5}{6}$ तथा $\frac{7}{9}$ के समहर (समान हर वाले) भिन्न हैं ।

यहाँ संख्या 18 दोनों संख्याओं की गुणज संख्या है ; परंतु 18 की तरह 36, 54 आदि संख्याएँ भी समान हर के रूप में ली जा सकती हैं ।

उदा. (2) $\frac{4}{8}$ तथा $\frac{5}{16}$ का समहर भिन्नों में रूपांतरण करो ।

यहाँ 8 का दो गुना 16 है, दोनों के हर 16 बनाना आसान है ।

$\frac{4}{8} = \frac{4\times2}{8\times2} = \frac{8}{16}$ $\frac{8}{16}$ तथा $\frac{5}{16}$ ये समहर भिन्न तैयार हुए ।

उदा. (3) $\frac{4}{7}$ तथा $\frac{3}{4}$ के हर समान बनाओ ।

हरों 7 तथा 4 की गुणज तथा सबसे छोटी संख्या 28 है । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 28 बनाएँगे ।

$\frac{4}{7} = \frac{4\times4}{7\times4} = \frac{16}{28}$, $\frac{3}{4} = \frac{3\times7}{4\times7} = \frac{21}{28}$ इसलिए $\frac{16}{28}$ और $\frac{21}{28}$ दिए गए भिन्नों के समहर भिन्न हुए ।

प्रश्नसंग्रह 18

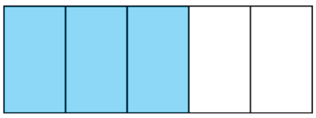
दिए गए भिन्नों का समहर भिन्नों में रूपांतर करो ।

(1) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$ (3) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{6}$

(5) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ (6) $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$ (7) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{6}$ (8) $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{9}$

❑ समहर भिन्न : छोटा–बड़ा होना (तुलना)

उदा. (1)



एक पट्टी के 5 समान भाग किए हैं, अर्थात प्रत्येक भाग $\frac{1}{5}$ है ।

रँगा हुआ भाग $\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

न रँगा हुआ भाग $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ रँगा हुआ भाग, न रँगे हुए भाग की अपेक्षा बड़ा है । अत: भिन्न $\frac{3}{5}$, भिन्न $\frac{2}{5}$ से बड़ा है। संकेत में इसे ऐसे लिखते हैं : $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

उदा. (2) इस आकृति में एक पट्टी के 8 समान भाग किए गए हैं । इनमें से 3 भाग एक रंग से और 4 भाग दूसरे रंग से रँगे गए हैं । यहाँ $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$

समहर भिन्नों में, जिस भिन्न का अंश बड़ा होता है, वह भिन्न बड़ा होता है ।

❐ समान अंशवाले भिन्नों का छोटा–बड़ा होना

यह हम जानते हैं कि 1 अंशवाले भिन्नों का हर जैसे-जैसे बड़ा होता जाता है, वैसे-वैसे उस भिन्न का मान कम होता जाता है ।

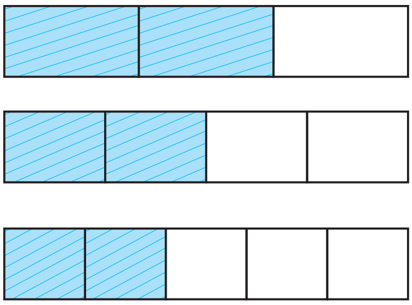
यदि भिन्नों के अंश 1 से अलग किंतु समान हों, तो ऐसे भिन्नों के लिए भी यह नियम लागू होता है । इसे नीचे दी गई आकृतियों की सहायता से समझो ।

आकृतियों में सभी पट्टियाँ समान हैं ।

पट्टी के 3 समान भागों में से 2 भाग $\frac{2}{3}$

पट्टी के 4 समान भागों में से 2 भाग $\frac{2}{4}$

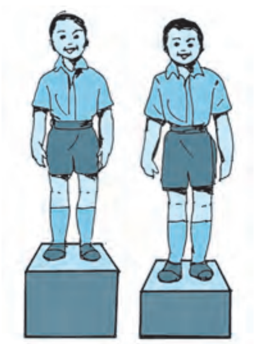
पट्टी के 5 समान भागों में से 2 भाग $\frac{2}{5}$

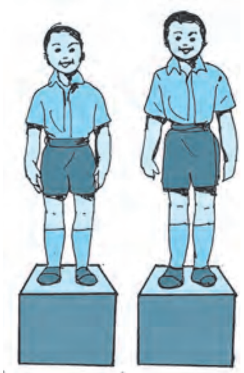


आकृति के अनुसार $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5}$

> समान अंश वाले भिन्नों में जिस भिन्न का **हर बड़ा** होता है, वह **भिन्न छोटा** होता है ।

❐ असमहर (विषमहर) भिन्नों का छोटा–बड़ा होना





शिक्षिका : मान लो कि हमें असमहर भिन्नों $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{7}$ का छोटा-बड़ा होना निर्धारित करना है ।
ऐसे भिन्नों का छोटा-बड़ा होना जिस प्रकार निर्धारित किया जाता है, उसे समझने के लिए आओ हम एक उदाहरण देखें ।
ये दोनों लड़के दो गुटकों पर खड़े हैं । यह कैसे निर्धारित करेंगे कि इनमें से कौन ऊँचा है?

सोनी : यहाँ गुटकों की ऊँचाई कम-अधिक है । यदि वह समान होती, तो यह निर्धारित करना सहज होता कि किसकी ऊँचाई कम और किसकी ऊँचाई अधिक है ।

नंदू : अब लड़के समान ऊँचाई के गुटकों पर खड़े हैं, इसलिए यह कह सकते हैं कि दाईं ओर का लड़का ऊँचा है ।

शिक्षिका : यहाँ जिस प्रकार गुटकों की ऊँचाई समान करने पर लड़कों की ऊँचाई का कम-अधिक होना निर्धारित किया जा सकता है, उसी प्रकार दिए गए दोनों भिन्नों के हर समान करने पर उनका छोटा-बड़ा होना, उनके अंशों के छोटे-बड़े होने के आधार पर निर्धारित किया जा सकता है ।

नंदू : समझ गया ! पहले हम $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{7}$ इन दोनों भिन्नों के हर समान बनाते हैं ।

सोनी : 5 × 7 में 5 और 7 इन दोनों हरों का भाग जाएगा । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 5 × 7 अर्थात 35 बनाएँगे ।

$\frac{3}{5} = \frac{3\times7}{5\times7} = \frac{21}{35}$ $\qquad$ $\frac{4}{7} = \frac{4\times5}{7\times5} = \frac{20}{35}$ $\qquad$ और अंश 21 > अंश 20 से

इसलिए $\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$ $\quad$ अत: $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

> यदि भिन्नों के हर असमान हों, तो उन्हें समान हरवाले अर्थात समहर तुल्य भिन्नों में रूपांतरित करके, अंशों के क्रमसंबंध के आधार पर उन भिन्नों का छोटा-बड़ा होना निर्धारित किया जा सकता है ।

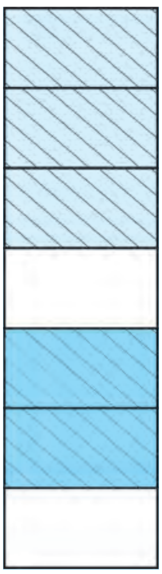
प्रश्नसंग्रह 19

निम्नलिखित भिन्नों की जोड़ियों के बीच की चौखटों में < , > अथवा = में से सही चिह्न लगाइए ।

(1) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{7}$	(2) $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{2}{8}$	(3) $\frac{2}{11}$ ☐ $\frac{10}{11}$	(4) $\frac{5}{15}$ ☐ $\frac{10}{30}$
(5) $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{5}{9}$	(6) $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{4}{11}$	(7) $\frac{10}{11}$ ☐ $\frac{10}{13}$	(8) $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{9}$
(9) $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{1}{8}$	(10) $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{1}{6}$	(11) $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{14}{16}$	(12) $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{4}{9}$
(13) $\frac{5}{18}$ ☐ $\frac{1}{9}$	(14) $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{4}{7}$	(15) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{5}{9}$	(16) $\frac{4}{11}$ ☐ $\frac{1}{5}$

❒ समहर भिन्नों का जोड़

$\frac{3}{7}$



$\frac{2}{7}$

उदा. (1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$ कितना ?

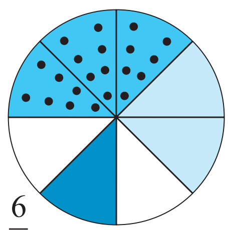
एक पट्टी के 7 समान भाग करो । इनमें से 3 भाग एक रंग से और 2 भाग दूसरे रंग से रँगो ।

एक रंग से रँगा हुआ भाग $\frac{3}{7}$ और दूसरे रंग से रँगा हुआ भाग $\frac{2}{7}$ है ।

कुल रँगा हुआ भाग दर्शानेवाला भिन्न $\frac{5}{7}$ है ।

इस आधार पर, $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$

उदा. (2) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ को जोड़ो ।



रँगा हुआ कुल भाग, $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+2+1}{8} = \frac{6}{8}$

> समहर भिन्नों को जोड़ते समय, उन भिन्नों के अंशों का योग ज्ञात करते हैं तथा उन भिन्नों का हर, योगफल के भिन्न के हर के स्थान पर वैसे ही लिखते हैं ।

उदा. (3) जोड़ो । $\frac{2}{6} + \frac{4}{6}$

$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{2+4}{6} = \frac{6}{6}$ परंतु $\frac{6}{6}$ का अर्थ है आकृति के 6 समान भागों में से 6 भाग लिए जो हमें ज्ञात है । इसका अर्थ है, वह 1 पूर्ण आकृति ली गई । इसलिए $\frac{6}{6} = 1$

इस आधार पर ध्यान में रखो, यदि भिन्न के अंश और हर समान हों, (शून्य को छोड़कर), तो उस भिन्न का मान 1 होता है ।

इसलिए $\frac{7}{7} = 1;\ \frac{10}{10} = 1\ ;\ \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

ध्यान में रखो, यदि किसी आकृति के भाग न करके उसे पूर्ण रखें, तो भी उसे 1 द्‍वारा दर्शाया जाता है ।

इस आधार पर $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$ इत्यादि ।

हम जानते हैं कि यदि किसी भिन्न के अंश और हर का समान विभाजक हो, तो उस विभाजक से अंश तथा हर दोनों में भाग देने पर प्राप्त होने वाला भिन्न, दिए गए भिन्न का तुल्य भिन्न होता है ।

इस आधार पर, $\frac{5}{5} = \frac{5 \div 5}{5 \div 5} = \frac{1}{1} = 1$

प्रश्नसंग्रह 20

1. जोड़ो ।

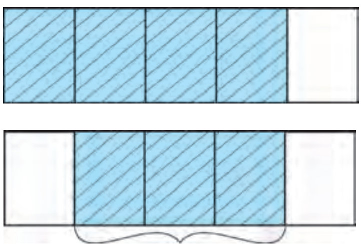
(1) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$ (3) $\frac{7}{12} + \frac{2}{12}$ (4) $\frac{2}{9} + \frac{7}{9}$ (5) $\frac{3}{15} + \frac{4}{15}$

(6) $\frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{3}{7}$ (7) $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10}$ (8) $\frac{4}{9} + \frac{1}{9}$ (9) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

2. माँ एक अमरूद लाई । उसका $\frac{3}{8}$ भाग मीना को तथा $\frac{2}{8}$ भाग गीता को दिया, तो कुल मिलाकर दोनों को कितना भाग दिया गया ?

3. किसी मैदान का $\frac{3}{4}$ भाग पाँचवीं कक्षा के बच्चों ने तथा $\frac{1}{4}$ भाग चौथी कक्षा के बच्चों ने स्वच्छ किया, तो उस मैदान का कुल कितना भाग स्वच्छ किया गया ?

❒ समहर भिन्नों का घटाव



$\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$

एक आकृति के 5 समान भाग करके उनमें से 4 भाग रँगे गए अर्थात आकृति का $\frac{4}{5}$ भाग रँगा गया है ।

रँगे हुए भागों में से एक भाग का रंग पोंछकर मिटा दिया ।

अर्थात $\frac{4}{5}$ में से $\frac{1}{5}$ घटा दिया ।

अब रँगा हुआ भाग $\frac{3}{5}$ बचा । इसलिए $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$

दो समहर भिन्नों में घटाने की संक्रिया करते समय, उन भिन्नों के अंशों का अंतर अंश के स्थान पर लिखकर, हर के स्थान पर दिए गए भिन्नों का हर वैसा ही लिखते हैं ।

उदा. (1) घटाओ । $\frac{7}{13} - \frac{5}{13}$

इन दोनों भिन्नों का हर समान है। इसलिए इन भिन्नों को घटाते समय अंशों को घटाएँगे और हर को वैसा ही लिखेंगे । $\frac{7}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7-5}{13} = \frac{2}{13}$

उदा. (2) एक गन्ने का $\frac{5}{12}$ भाग राजू को तथा $\frac{3}{12}$ भाग संजू को दिया, तो राजू को गन्ने का कितना भाग अधिक मिला ?

यह ज्ञात करने के लिए कि कितना भाग अधिक मिला, घटाने की क्रिया करनी पड़ेगी ।

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5-3}{12} = \frac{2}{12}$$

राजू को $\frac{2}{12}$ भाग अधिक मिला ।

प्रश्नसंग्रह 21

1. घटाओ ।

(1) $\frac{5}{7} - \frac{1}{7}$ (2) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ (3) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$ (4) $\frac{8}{11} - \frac{5}{11}$

(5) $\frac{9}{13} - \frac{4}{13}$ (6) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$ (7) $\frac{9}{12} - \frac{2}{12}$ (8) $\frac{10}{15} - \frac{3}{15}$

2. किसी दीवार का $\frac{7}{10}$ भाग रँगवाना है । इसमें $\frac{4}{10}$ भाग रामू से रँगवाया गया, तो अभी कितना भाग रँगवाना रह गया है ?

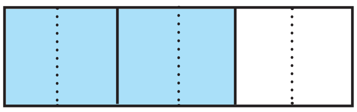
❒ असमहर (विषमहर) भिन्नों का जोड़ तथा घटाव

उदा. (1) जोड़ो । $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

सर्वप्रथम किसी पट्टी के तीन समान भागों में से दो भागों को रँगकर भिन्न $\frac{2}{3}$ दर्शाओ ।

हम जानते हैं कि समहर भिन्नों का जोड़ तथा घटाव कैसे किया जाता है ।

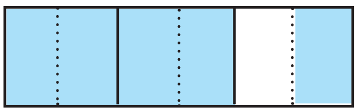
हमें भिन्न $\frac{2}{3}$ में भिन्न $\frac{1}{6}$ को जोड़ना (मिलाना) है ।



अत: इसी पट्टी के प्रत्येक भाग को दो समान भागों में विभक्त करके $\frac{2}{3}$ का तुल्य भिन्न $\frac{4}{6}$ प्राप्त करेंगे ।

$\frac{2}{3}$ में अर्थात $\frac{4}{6}$ में, भिन्न $\frac{1}{6}$ जोड़ना है । इसलिए इस पट्टी के छह भागों में से एक और भाग रँगेंगे ।

अत: रँगा गया कुल भाग $\frac{5}{6}$ है ।



इस आधार पर, $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$

अत: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

उदा. (2) जोड़ो । $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$

यहाँ हरों का सबसे छोटा समान गुणज 10 है,

इसलिए भिन्नों का हर 10 बनाएँगे ।

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{1\times5}{2\times5} + \frac{2\times2}{5\times2}$$

$$= \frac{5}{10} + \frac{4}{10}$$

$$= \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

उदा. (3) जोड़ो । $\frac{3}{8} + \frac{1}{16}$

यहाँ 16, 8 का दो गुना है, इसलिए दोनों

भिन्नों का हर 16 बनाएँगे ।

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3\times2}{8\times2} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{6}{16} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{6+1}{16} = \frac{7}{16}$$

उदा. (4) घटाओ ।

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

दोनों भिन्नों का हर समान अर्थात 8 बनाएँगे ।

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{3\times2}{4\times2} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{6}{8} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{6-5}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

उदा. (5) घटाओ ।

$\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

हरों का सबसे छोटा समान गुणज 15 है ।

इसलिए भिन्नों का हर 15 बनाएँगे ।

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{4\times3}{5\times3} - \frac{2\times5}{3\times5}$$

$$= \frac{12}{15} - \frac{10}{15}$$

$$= \frac{12-10}{15}$$

$$= \frac{2}{15}$$

प्रश्नसंग्रह 22

1. जोड़ो ।

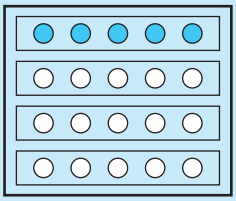
(1) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$ (2) $\frac{2}{21} + \frac{3}{7}$ (3) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{9} + \frac{3}{5}$

2. घटाओ ।

(1) $\frac{3}{10} - \frac{1}{20}$ (2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (3) $\frac{6}{14} - \frac{2}{7}$ (4) $\frac{4}{6} - \frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

❑ समूह के संदर्भ में भिन्न तथा भिन्नों के गुणज : चित्ररूपी जानकारी द्वारा अनुभव

✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{1}{4}$



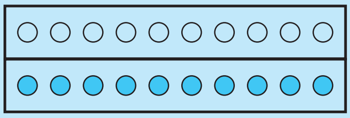
20 का $\frac{1}{4} = 5$

$20 \div 4 = 5$

✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{1}{2}$

20 का $\frac{1}{2}$ अर्थात 10

$20 \div 2 = 10$

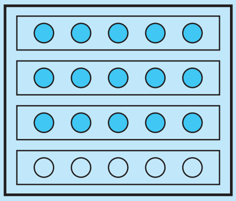


✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

20 का $\frac{3}{4}$ अर्थात 20 का $\frac{1}{4}$ जैसे 3 भाग अर्थात 15 बिंदियाँ

$20 \div 4 = 5, \; 5 \times 3 = 15$



✦ 5 का दो गुना 10

5 गेंदों की 2 पंक्तियाँ

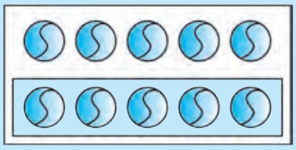
$5 \times 2 = 10$

5 का दो गुना 10

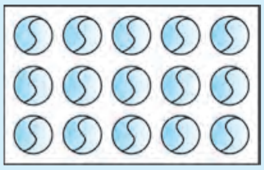
✦ 10 का $\frac{1}{2}$ गुना

10 का $\frac{1}{2} = 5$

10 का $\frac{1}{2}$ गुना $= 5$



✦ 5 का 3 गुना



कुल गेंद 15

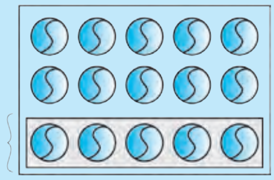
5 का 3 गुना 15

अर्थात $5 \times 3 = 15$

✦ 15 का $\frac{1}{3}$ गुना

15 का $\frac{1}{3}$ गुना

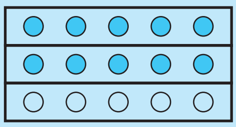
इसलिए $15 \times \frac{1}{3} = 5$



$15 \div 3 = 5$

✦ 15 का $\frac{2}{3}$ गुना

15 का $\frac{2}{3}$ गुना करना अर्थात 15 का $\frac{1}{3}$ गुना करके उसका दो गुना करना।



✦ मीना के पास 5 रुपये हैं । उसके पास के रुपयों के दो गुने रुपये टीना के पास हैं अर्थात टीना के पास $5 \times 2 = 10$ रुपये हैं । मीना के पास टीना का आधा अर्थात 10 का $\frac{1}{2}$ रुपये अर्थात 5 रुपये हैं ।

✦ रामू को 20 किलोमीटर की दूरी तय करनी थी । उसमें से $\frac{4}{5}$ दूरी उसने कार से तय की, तो उसने कितने किलोमीटर की दूरी कार से तय की ?

20 किलोमीटर का $\frac{4}{5}$ गुना अर्थात $20 \times \frac{4}{5}$ अर्थात 20 का $\frac{1}{5}$ गुना करके उसका 4 गुना करना ।

20 का $\frac{1}{5} = 4$, इसका 4 गुना अर्थात $4 \times 4 = 16$

इस आधार पर, $20 \times \frac{4}{5} = 16$

रामू ने 16 किमी की दूरी कार से तय की ।

प्रश्नसंग्रह 23

1. नीचे दिए गए प्रत्येक समूह के $\frac{1}{3}$ का अर्थ कितना है ?

(1) 15 पेंसिलें (2) 21 गुब्बारे (3) 9 लड़के (4)18 पुस्तकें

2. निम्नलिखित प्रत्येक का $\frac{1}{5}$ के अर्थ कितना है ?

(1) 20 रुपये (2) 30 किमी (3) 15 लीटर (3) 25 सेमी

3. निम्नलिखित संख्याओं के दिए गए भिन्न के बराबर भाग ज्ञात करो ।

(1) 30 का $\frac{2}{3}$ (2) 22 का $\frac{7}{11}$ (3) 64 का $\frac{3}{8}$ (4) 65 का $\frac{5}{13}$

❒ पूर्णांकयुक्त अर्थात मिश्र भिन्न

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

तीन वृत्तों में से प्रत्येक वृत्त का आधा भाग रँगा गया है, अर्थात प्रत्येक वृत्त का $\frac{1}{2}$ भाग, इस प्रकार 3 भाग रँगे गए हैं ।

रँगा हुआ भाग $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ अर्थात $1 + \frac{1}{2}$ अथवा $\frac{3}{2}$

$1 + \frac{1}{2}$ को संक्षेप में $1\frac{1}{2}$ लिखते हैं $1\frac{1}{2}$ का वाचन इस प्रकार करते हैं : 'एक सही एक बटे दो'।

भिन्न $1\frac{1}{2}$ में 1 पूर्णांक भाग और $\frac{1}{2}$ भिन्नात्मक भाग है । इसलिए ऐसे भिन्न को '**पूर्णांकयुक्त भिन्न**' या 'मिश्र भिन्न' कहते हैं । $2\frac{1}{4}$, $3\frac{2}{5}$, $7\frac{4}{9}$ पूर्णांकयुक्त (मिश्र) भिन्न हैं ।

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा (अधिक) होता है, उसे '**अंशाधिक भिन्न**' कहते हैं ।

$\frac{5}{3}$, $\frac{3}{2}$ अंशाधिक भिन्न हैं । अंशाधिक भिन्न का रूपांतरण पूर्णांकयुक्त (मिश्र) भिन्न के रूप में किया जा सकता है । जैसे, $\frac{3}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

उपक्रम

1. टोपियाँ रँगो ।

संलग्न चित्र की

$\frac{1}{3}$ टोपियाँ लाल रंग से रँगो ।

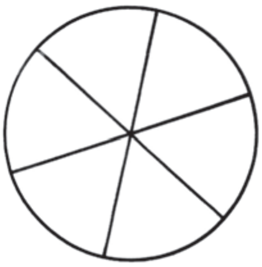
$\frac{3}{5}$ टोपियाँ नीले रंग से रँगो ।

लाल रंग से रँगी हुई टोपियाँ कितनी हैं ?

नीले रंग से रँगी हुई टोपियाँ कितनी हैं ?

कितनी टोपियाँ नहीं रँगी गईं हैं ?

2. जादू की फिरहरी तैयार करो ।



सफेद रंगवाले कार्डबोर्ड से बनाई गई एक वृत्ताकार चकती लो। इस चकती पर आकृति में दर्शाए अनुसार 6 समान भाग करो ।

इन भागों को क्रमश: लाल, केसरिया, पीले, हरे, नीले तथा बैंगनी रंगों से रँगो । वृत्ताकार चकती के केंद्र के पास एक छिद्र बनाकर उसमें एक नोकदार तीली बिठाओ । तुम्हारी फिरहरी तैयार हो गई ।

रँगा हुआ प्रत्येक भाग चकती का कितना भाग है ?

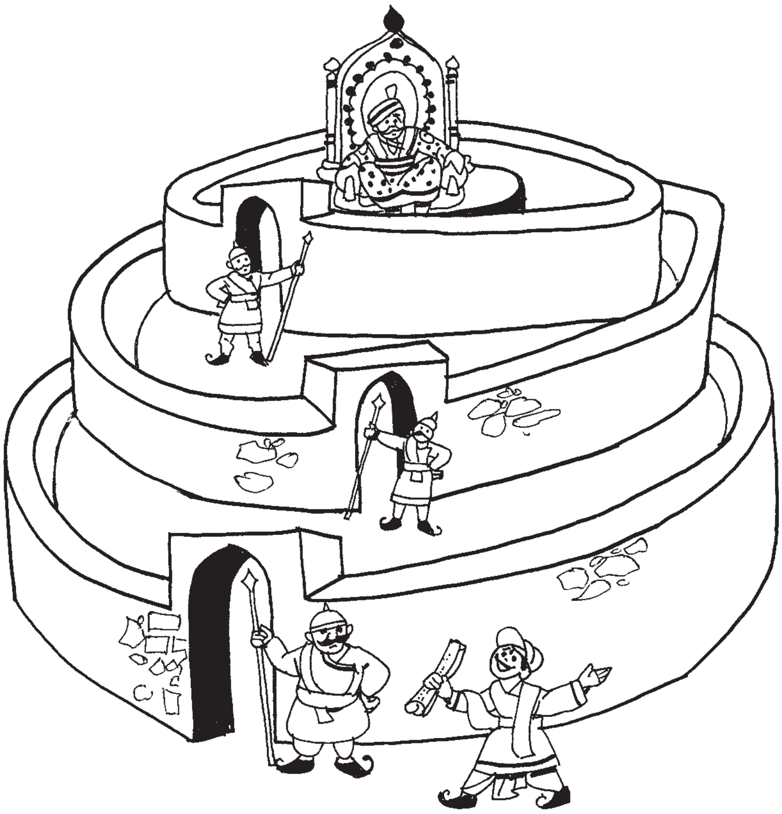
फिरहरी जोर से घुमाओ । तुम्हें कौन-सा रंग दिखाई देता है ?

आओ, थोड़ा हँस लें ।

नंदू : दादा जी कहते हैं कि मैं और दीदी बुद्धि से ड्योढ़े हैं । इसका मतलब है कि हम दोनों मिलकर तीन हुए, तो फिर हमें तीन चाकलेटें मिलनी चाहिए ।

माँ : अरे ! दादा जी ने तो व्यंग्य से कहा था परंतु तुम व्यक्ति दो ही हो ।

चतुर कवि



एक साहित्य प्रेमी राजा था । उत्तम कविता सुनकर वह बहुत खुश होता और पुरस्कार देता । यह बात एक कवि को ज्ञात थी । एक बार उस कवि ने एक सुंदर कविता की रचना की । उसे राजा को दिखाने पर क्या पुरस्कार मिलेगा, यह जानने के उद्देश्य से वह राजमहल पर गया। परंतु राजा तक पहुँचना आसान नहीं था । रास्ते में अलग-अलग चौकीदार उसे रोकते थे। पहले चौकीदार ने पूछा-किसलिए जा रहे हो ? कवि ने जाने का कारण बताया । राजा से पुरस्कार मिलने की संभावना देखकर चौकीदार ने कहा, ''यदि तुम मुझे पुरस्कार का $\frac{1}{10}$ भाग देना स्वीकार कर लो, तो मैं तुम्हें अंदर जाने दूँगा।'' कवि को स्वीकार करना पड़ा। आगे दूसरे चौकीदार ने रोका। उसने कहा, ''यदि तुम मुझे इनाम का $\frac{2}{5}$ भाग दोगे, तो ही मैं तुम्हें अंदर जाने दूँगा।'' तीसरा चौकीदार भी लोभी था । उसने कहा, ''यदि पुरस्कार का $\frac{1}{4}$ भाग मुझे देने का वचन दो, तो ही अंदर जाने के लिए छोड़ूँगा ।'' अब राजा का महल सामने ही था । कवि ने चौकीदार से कहा, ''पाव के बदले आधा भाग तुम्हें देता हूँ ।'' चौकीदार ने खुश होकर 'हाँ' कहा ।

राजा को कविता पसंद आई । उसने पूछा, ''पुरस्कार में क्या चाहिए ?'' कवि ने कहा, ''कृपा कीजिए और पुरस्कार के रूप में मुझे 100 कोड़े लगाइए'' राजा को बहुत आश्चर्य हुआ । उसने कहा, '' तू पागल है क्या ? कोड़े माँगने वाला कोई व्यक्ति नहीं देखा था ।'' कवि ने कहा, ''इसका कारण जानना चाहते हैं, तो अपने तीनों चौकीदारों को बुलाइए ।'' चौकीदारों के आने पर कवि ने राजा से कहा,''आपने मुझे पुरस्कार के रूप में 100 कोड़े लगाने के लिए कहा है न ? इसमें ये तीनों लोग साझेदार हैं । प्रत्येक ने पहले ही अपने-अपने पुरस्कार का हिस्सा निश्चित कर लिया है । पहले चौकीदार को पुरस्कार का $\frac{1}{10}$ अर्थात ☐ कोड़े, दूसरे को $\frac{2}{5}$ अर्थात ☐ कोड़े तथा तीसरे को आधा पुरस्कार अर्थात ☐ कोड़े, इस प्रकार हिस्से निश्चित किए गए हैं ।''

चौकीदारों के लोभ तथा कवि की चतुराई, राजा के ध्यान में आई । राजा ने जितना उचित था, उतने कोड़े चौकीदारों को लगाए । अच्छी कविता के लिए कवि को पुरस्कार दिया । इसके अतिरिक्त कवि द्वारा चौकीदारों का लालचीपन दिखाए जाने के कारण उसे 100 मोहरें और पुरस्कार के रूप में दीं । विचार करके बताओ, कवि की कौन-सी चतुराई राजा के ध्यान में आई ?