9. दशमलव भिन्न

सौमित्र : सर, आज मैंने औषधि के एक खोखे पर MRP ₹ 24.50 लिखा हुआ देखा । इसका क्या अर्थ है ?

सर : इसका अर्थ है, विक्रेता उस औषधि का मूल्य अधिक-से-अधिक 24 रुपये 50 पैसे ले सकता है ।

रेखा : परंतु '₹ 24.50' का अर्थ 'चौबीस रुपये पचास पैसे' कैसे होता है ?

सर : यह 24.50 जैसा लेखन दशमलव प्रणाली में किया गया है । इसलिए तुम्हें अपने प्रश्न का उत्तर जानने के लिए पहले दशमलव भिन्न और उसे लिखने की एक अलग विधि (प्रणाली) समझनी पड़ेगी ।

❒ दशमलव भिन्न

जिन भिन्नों के हर 10, 100, 1000 अर्थात 10 अथवा 10 के दस-दस गुने के रूप में होते हैं, उन्हें दशमलव भिन्न कहते हैं । जैसे, $\frac{5}{10}$, $\frac{68}{100}$, $\frac{285}{100}$ इत्यादि । ये भिन्न अंश-हर रूप में लिखे गए हैं ।

इन भिन्नों को अलग विधि (प्रणाली) से भी लिखने की सुविधा है । यह विधि (प्रणाली) समझने के लिए अपनी संख्या लेखन विधि (प्रणाली) पर ध्यान दो । इस विधि (प्रणाली) में हम क्रमश: दहाई, सैकड़ा, हजार जैसे दस-दस गुना होते जाने वाले स्थानों का निर्माण करते हैं । जैसे, 10 इकाइयों की 1 दहाई, 10 दहाइयों का 1 सैकड़ा इत्यादि ।

अब हम इसके विपरीत विचार करते हैं । यदि एक सैकड़े के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग 1 दहाई होता है । दहाई का स्थान सैकड़े से लगा हुआ उसकी दाईं ओर है । यदि एक दहाई के दस समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग 1 इकाई होता है । इसका स्थान दहाई से लगकर उसकी दाईं ओर है ।

इसी प्रकार यदि 1 इकाई के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ होगा । इसके लिए इकाई के स्थान की दाईं ओर स्थान का निर्माण करते हैं । $\frac{1}{10}$ का अर्थ है, 'एक बटे दस' अर्थात 'एक दशांश' (दश का अर्थ है 10 और अंश का अर्थ भाग, इसलिए दशांश का अर्थ है दसवाँ भाग); इसलिए इस स्थान को दशांश स्थान कहते हैं ।

❒ दशमलव चिह्न

दशांश के स्थान का निर्माण भिन्न लेखन के लिए करते हैं । संख्या का लेखन करते समय संख्या के पूर्णांक भाग के समाप्त होने के चिह्न के रूप में पूर्णांक के अंतिम अंक के बाद '•' जैसा लिखते हैं । इस चिह्न को **दशमलव बिंदु** कहते हैं । दशमलव बिंदु का उपयोग करके भिन्न $8\frac{5}{10}$ को 8.5 के रूप में लिखते हैं । इसका वाचन इस प्रकार करते हैं : आठ दशमलव पाँच ।

$20\frac{3}{10}$ का लेखन 20.3 के रूप में करते हैं ।

भिन्न 'सात दशांश' का लेखन '$\frac{7}{10}$' और '0.7' दोनों प्रकार से किया जा सकता है । इनमें से '$\frac{7}{10}$' लेखन की व्यावहारिक प्रणाली है और '0.7' दशमलव (दाशमिक) प्रणाली है ।

प्रश्नसंग्रह 36

निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव (दाशमिक) प्रणाली में लिखो और पढ़ो ।

(1) $3\ \frac{9}{10}$ (2) $1\ \frac{4}{10}$ (3) $5\ \frac{3}{10}$ (4) $\frac{8}{10}$ (5) $\frac{7}{10}$

❒ शतांश का स्थान

यदि भिन्न $\frac{1}{10}$ के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग $\frac{1}{100}$ अर्थात एक शतांश होता है, इसलिए 1 दशांश = 10 शतांश ; अथवा $\cdot 1 = \cdot 10$; $\frac{1}{100}$ में 10 से गुणा करने पर भिन्न $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ प्राप्त होता है इसलिए दशांश स्थान से लगकर उसकी दाईं ओर शतांश का स्थान बनाया जाता है । शतांश का स्थान तैयार करके भिन्न $\frac{14}{100}$ को 0.14 के रूप में लिखा जाता है ।

$$\frac{14}{100} = \frac{10+4}{100} = \frac{10}{100} + \frac{4}{100} = \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$$

इसलिए $\frac{14}{100}$ का दशमलव रूप में लेखन करते समय दशांश के स्थान पर 1 और शतांश के स्थान पर 4 आता है।

शून्य पूर्णांक चौदह शतांश, अथवा सुविधा के लिए इस भिन्न का लेखन 0.14 के रूप में और वाचन इस तरह करते हैं : 'शून्य दशमलव एक चार' । इसी प्रकार $6\ \frac{57}{100}$ का लेखन 6.57 और $50\ \frac{71}{100}$ का लेखन 50.71 के रूप में किया जाता है ।

$\frac{3}{100}$ का लेखन करते समय यह ध्यान में रखकर कि **दशांश के स्थान पर कुछ नहीं है,** उस स्थान पर अंक 0 लिखना पड़ता है, अर्थात $\frac{3}{100}$ का लेखन 0.03 के रूप में होता है ।

नीचे दी गई सारिणी में कुछ दशमलव भिन्नों का लेखन तथा वाचन दिखाया गया है । इनका अध्ययन करो।

व्यावहारिक भिन्न	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	दशमलव भिन्न के रूप में लेखन	वाचन
$7\ \frac{5}{10}$		7	5		7.5	सात दशमलव पाँच
$7\ \frac{5}{100}$		7	0	5	7.05	सात दशमलव शून्य पाँच
$\frac{82}{100}$		0	8	2	0.82	शून्य दशमलव आठ दो
$25\ \frac{6}{100}$	2	5	0	6	25.06	पचीस दशमलव शून्य छह

प्रश्नसंग्रह 37

निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखो और पढ़ो ।

(1) $9\ \frac{1}{10}$ (2) $9\ \frac{1}{100}$ (3) $4\ \frac{53}{100}$ (4) $\frac{78}{100}$ (5) $\frac{5}{100}$ (6) $\frac{5}{10}$ (7) $\frac{2}{10}$ (8) $\frac{20}{100}$

❒ दशमलव भिन्न के अंकों के स्थानीय मान

हम पूर्णांक संख्याओं के अंकों के स्थानीय मान ज्ञात करना जानते हैं । इसी विधि से दशमलव भिन्न के अंकों के स्थानीय मान भी ज्ञात किए जा सकते हैं ।

उदा. (1) संख्या 73.82 में अंक 7 का स्थानीय मान $7 \times 10 = 70$ और अंक 3 का स्थानीय मान $3 \times 1 = 3$, इसी प्रकार अंक 8 का स्थानीय मान $8 \times \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0.8$ और अंक 2 का स्थानीय मान $2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100} = 0.02$

उदा. (2) संख्या 210.86 के अंकों के स्थानीय मान

अंक	2	1	0	8	6
स्थान	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
स्थानीय मान	2×100 $= 200$	1×10 $= 10$	0 0	$8 \times \frac{1}{10}$ $= 0.8$	$6 \times \frac{1}{100}$ $= 0.06$

प्रश्नसंग्रह 38

नीचे दिए गए भिन्नों का वाचन करो और उसके प्रत्येक अंक का स्थानीय मान लिखो ।

(1) 6.13 (2) 48.84 (3) 72.05 (4) 3.4 (5) 0.59

❒ दशमलव भिन्न का उपयोग

सर : अब हम यह देखेंगे कि '24.50 रुपये का अर्थ 24 रुपये 50 पैसे' कैसे है । एक पैसा अर्थात कितने रुपये ?

सौमित्र : 100 पैसे अर्थात 1 रुपया, इसलिए 1 पैसा अर्थात 1 शतांश रुपया अर्थात 0.01 रुपया ।

सर : और 50 पैसे अर्थात ?

सौमित्र : 50 शतांश रुपया, अर्थात 0.50 रुपया, इसलिए 24.50 रुपये अर्थात 24 रुपये 50 पैसे ।

सर : जब किसी राशि की बड़ी इकाई का 10 अथवा 100 भाग करके छोटी इकाइयाँ निर्धारित की जाती हैं, तब उस राशि का दाशमिक प्रणाली में लेखन करना बहुत ही सुविधाजनक होता है । जैसे, अब हम देखें, 100 पैसे = 1 रुपया, वैसे 100 सेमी = 1 मीटर, इसलिए 75 सेमी अर्थात 0.75 मी ।
10 मिलीमीटर = 1 सेंटीमीटर, इसलिए 1 मिमी अर्थात 0.1 सेमी. 3 मिमी अर्थात 0.3 सेमी; 6.3 सेमी अर्थात 6 सेमी 3 मिमी ।

अब नीचे दी गई सारिणी का अध्ययन करो ।

100 पैसे = 1 रुपया	100 सेमी = 1 मी
1 पैसा = $\frac{1}{100}$ रुपया = 0.01 रुपया	1 सेमी = $\frac{1}{100}$ मी = 0.01 मी
50 पैसे = $\frac{50}{100}$ रुपया = 0.50 रुपया	25 सेमी = $\frac{25}{100}$ मी = 0.25 मी
75 पैसे = $\frac{75}{100}$ रुपया = 0.75 रुपया	60 सेमी = $\frac{60}{100}$ मी = 0.60 मी = 0.6 मी

1 रुपया	=	100 पैसे	1 मी	=	100 सेमी
5 रुपये	=	500 पैसे	8 मी	=	800 सेमी
0.50 रुपया	=	0.5 रुपया = 50 पैसे	0.3 मी	=	30 सेमी
0.07 रुपया	=	7 पैसे	0.40 मी	=	40 सेमी
4.5 रुपये	=	4 रुपये 50 पैसे	2.65 मी	=	2 मी 65 सेमी
17.65 रुपये	=	17 रुपये 65 पैसे	14.9 मी	=	14 मी 90 सेमी

प्रश्नसंग्रह 39

1. लिखो, कितने रुपये कितने पैसे ?

(1) ₹ 58.43 (2) ₹ 9.30 (3) ₹ 2.30 (4) ₹ 2.3

2. दशमलव प्रणाली में लिखो, कितने रुपये ?

(1) 6 रुपये 25 पैसे (2) 15 रुपये 70 पैसे (3) 8 रुपये 5 पैसे (4) 22 रुपये 4 पैसे (5) 720 पैसे

3. लिखो, कितने मीटर और कितने सेंटीमीटर ?

(1) 58.75 मी (2) 9.30 मी (3) 0.30 मी (4) 0.3 मी

(5) 1.62 मी (6) 91.4 मी (7) 7.02 मी (8) 0.09 मी

4. दशमलव प्रणाली में लिखो, कितने मीटर ?

(1) 1 मी 50 सेमी (2) 50 मी 40 सेमी (3) 50 मी 4 सेमी (4) 734 सेमी

(5) 10 सेमी (6) 2 सेमी

5. लिखो, कितने सेमी और कितने मिमी ?

(1) 6.9 सेमी (2) 20.4 सेमी (3) 0.8 सेमी (4) 0.5 सेमी

6. दशमलव प्रणाली में लिखो, कितने सेमी ?

(1) 7 सेमी 1 मिमी (2) 16 मिमी (3) 144 मिमी (4) 8 मिमी

❒ आधा, पाव, पौन, सवा आदि का दशमलव भिन्न में लेखन

हम व्यावहारिक भिन्न में 'आधा' का लेखन $\frac{1}{2}$ के रूप में करते हैं । इसी भिन्न का लेखन दशमलव प्रणाली में करने के लिए $\frac{1}{2}$ को ऐसे तुल्य भिन्न में रूपांतरित करना होगा, जिसका हर 10 हो ।

$\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10}$ इसलिए, $\frac{1}{2}$ का दशमलव भिन्न में लेखन $\frac{5}{10}$ अथवा 0.5 के रूप में होता है ।

ध्यान दो, आधा = $\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} = 0.5$ इसी प्रकार $\frac{1}{2} = \frac{1\times50}{2\times50} = \frac{50}{100} = 0.50$

इसलिए 'आधा' का लेखन दशमलव भिन्न में 0.5 अथवा 0.50 के रूप में भी किया जा सकता है ।

व्यावहारिक भिन्न के रूप में 'पाव' और 'पौन' का लेखन क्रमश: $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ के रूप में करते हैं । आओ, इन्हें दशमलव भिन्न में रूपांतरित करें; 4 के पहाड़े में 10 नहीं आता। इसलिए भिन्नों $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ को '10' हर वाले भिन्नों में रूपांतरित नहीं किया जा सकता । परंतु $4 \times 25 = 100$, इसलिए हर को 100

के रूप में परिवर्तित किया जा सकता है।

पाव $= \frac{1}{4} = \frac{1\times25}{4\times25} = \frac{25}{100} = 0.25$ और पौन $= \frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 0.75$

सवा $= 1\frac{1}{4} = 1.25$ डेढ़ $= 1\frac{1}{2} = 1.50 = 1.5$

पौने दो $= 1\frac{3}{4} = 1.75$ साढ़े सत्रह $= 17\frac{1}{2} = 17.50 = 17.5$

प्रश्नसंग्रह 40

निम्नलिखित भिन्नों का लेखन दशमलव भिन्न के रूप में करो :

(1) ढाई (2) सवा दो (3) पौने तीन (4) साढ़े दस

(5) पौने पंद्रह (6) सवा सोलह (7) साढ़े अट्ठाईस

❒ दशमलव भिन्नों का जोड़

सर : मानो, एक पेंसिल का मूल्य ढाई रुपये और एक कलम का मूल्य साढ़े चार रुपये है, तो इनका कुल मूल्य कितना है ?

सौमित्र : ढाई रुपये अर्थात दो और आधा रुपया; साढ़े चार रुपये अर्थात चार और आधा रुपया । 4 रुपये और 2 रुपये मिलकर हुए 6 रुपये और दो आधे रुपये मिलकर हुआ 1 रुपया,
इसलिए दोनों वस्तुओं का कुल मूल्य 6 + 1 अर्थात 7 रुपये ।

सर : बिल्कुल सही ! अब देखो यही जोड़ दशमलव प्रणाली में कैसे किया गया है । शतांश स्थान के शून्यों का योगफल 0 आया ।

$0.5 + 0.5$ अर्थात $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{5+5}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1} = 1$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 2.50 \\ +\ 4.50 \\ \hline 7.00 \end{array}$$

यह 1 हासिल के रूप में इकाई के स्थान पर रखा गया । योगफल में दशांश के स्थान पर कुछ नहीं है, इसलिए इस स्थान पर शून्य लिखेंगे । इकाई के स्थानवाले 2 + 4 = 6 धन हासिल का 1 = 7 ; इसलिए 2.50 रुपये और 4.50 रुपये का योगफल हुआ 7.00 रुपये ।

पूर्णांक संख्याओं के लेखन के लिए हम दाशमिक प्रणाली का उपयोग करते हैं । इसी प्रणाली का विस्तार करके दशमलव भिन्न भी लिखते हैं । इसलिए हम जिस तरह पूर्णांक जोड़ते हैं, ठीक उसी तरह दशमलव भिन्न भी जोड़े जा सकते हैं ।

अब मैं जोड़ के कुछ और उदाहरण हल करके दिखाता हूँ । इनका अध्ययन करो ।

(1) $\begin{array}{r} 3.7 \\ +\ 12.2 \\ \hline 15.9 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 6.8 \\ +\ 5.5 \\ \hline 12.3 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 16.9 \\ +\ 7.5 \\ \hline 24.4 \end{array}$

सौमित्र : पहले जोड़ में हासिल नहीं आया । दूसरे तथा तीसरे जोड़ में हासिल है ।

रेखा : पूर्णांकों को जोड़ते समय हम इकाई में इकाई पहले जोड़ते हैं; परंतु यहाँ पहले दशांश में दशांश जोड़ते हैं । दूसरे उदाहरण में दशांश स्थान के अंकों का योगफल 13 आया है । 13 दशांश का अर्थ है 10 दशांश + 3 दशांश = 1 इकाई + 3 दशांश ।

सौमित्र : इसलिए इस जोड़ के दशांश के स्थान पर अंक 3 बचा और 1 इकाई हासिल के रूप में इकाई स्थान पर गई । योगफल 6 + 5 तथा हासिल 1 के मिलने से 12 आया ।

सर : तुम्हारा निरीक्षण बिल्कुल सही है । पूर्णांकों को जोड़ते समय जिस प्रकार हम दी गई संख्याओं के अंक उनके स्थान ध्यान में रखकर एक के नीचे एक लिखते हैं, उसी प्रकार यहाँ भी लिखा जाता है । संख्याएँ लिखते समय और उनके योगफल में भी यह ध्यान में रखो कि दशमलव बिंदु एक के नीचे एक आना चाहिए ।

✤ नीचे दिए गए जोड़ का अध्ययन करो । (ध्यान में रखो : 10 दशांश = 1 इकाई; 10 शतांश = 1 दशांश)

उदा. (1) जोड़ो : 7.09 + 54.93

	1	1		1
+		7	. 0	9
	5	4	. 9	3
	6	2	. 0	2

पहले शतांश के स्थानवाले अंकों का जोड़ (योग) ज्ञात किया । 9 + 3 =12 शतांश के स्थानवाले 12 का हासिल 1 दशांश के स्थान पर लाया तथा अंक 2 शतांश स्थान पर लिखो । दशांश के स्थान के पहले का 9 और हासिल 1 मिलकर 10 हुआ । 10 दशांश अर्थात 1 इकाई । यह 1 हासिल के रूप में इकाई स्थान पर लाया । योगफल में दशांश के स्थान पर कुछ नहीं बचा इसलिए 0 लिखा गया । इस प्रकार जोड़ की क्रिया पूरी हुई ।

उदा. (2) जोड़ो : 45.83 + 167.4

```
  45.83
+ 167.4
--------
```

	1	1	1		
		4	5	. 8	3
+	1	6	7	. 4	0
	2	1	3	. 2	3

संख्याओं का इस प्रकार विन्यास किया कि अंकों के स्थान और दशमलव चिह्न एक के नीचे एक आएँ ।

$\frac{4}{10} = \frac{4\times10}{10\times10} = \frac{40}{100}$, इसलिए भिन्नों के हर समान होने के लिए 167.4 को 167.40 के रूप में लिखने के बाद दोनों भिन्नों का योग ज्ञात किया ।

हमेशा की तरह सबसे कम स्थानीय मानवाले अंकों का जोड़ ज्ञात करके क्रमश: बड़े स्थानीय मानों के अंकों का जोड़ ज्ञात किया ।

उदा. (3)

```
  10.46  रुपये
+ 35.92  रुपये
----------------
  46.38  रुपये
```

उदा. (4)

```
  48.80  मी
+  2.57  मी
----------------
  51.37  मी
```

उदा. (5)

```
   7.5 सेमी
+ 14.2 सेमी
+  9.6 सेमी
----------------
  31.3 सेमी
```

प्रश्नसंग्रह 41

1. दशमलव भिन्न में रूपांतरित करके निम्नलिखित संख्याएँ जोड़ो ।

(1) डेढ़ मीटर और ढाई मीटर (2) पौने पाँच रुपये और सवा सात रुपये

(3) साढ़े छह मीटर और पौने तीन मीटर

2. जोड़ो :(1) 23.4 + 87.9 (2) 35.74 + 816.6 (3) 6.95 + 74.88 (4) 41.03 + 9.98

3. जोड़ो :(1) 51.4 सेमी + 68.5 सेमी (2) 94.7 मी + 1738.45 मी (3) 5158.75 रुपये + 841.25 रुपये

❒ दशमलव भिन्नों का घटाव

नीचे दिए गए दशमलव भिन्नों के घटाव का अध्ययन करो ।

$$\begin{array}{r} 15.41 \\ -\ 8.58 \\ \hline 6.83 \end{array}$$

दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
	14	13	
0	4	3	11
~~1~~	~~5~~	~~4~~	1
−	8	5	8
0	6	8	3

1 शतांश में से 8 शतांश नहीं घटता, इसलिए 4 दशांश में से 1 दशांश लेकर उसका 10 शतांश बनाया । यह 10 और पहले का 1 मिलकर 11 शतांश हुए । इन 11 शतांशों में से 8 शतांश घटा दिए, तो 3 शतांश बचे । बाद के स्थानों के लिए इसी तरह कृति करके घटाव का यह प्रश्न हल किया ।

प्रश्नसंग्रह 42

1. घटाओ ।

(1) 25.74 – 13.42 (2) 206.35 – 168.22 (3) 63.4 – 31.8 (4) 63.43 – 31.8

(5) 63.4 – 31.83 (6) 8.23 – 5.45 (7) 18.23 – 9.45 (8) 78.03 – 41.65

2. वृंदा की ऊँचाई 1.48 मी थी । एक वर्ष के बाद उसकी ऊँचाई 1.53 मी हो गई । एक वर्ष में उसकी ऊँचाई कितने सेमी बढ़ गई ?

अधिक जानकारी के लिए

❒ मापन की दाशमिक इकाइयाँ (मात्रक)

दूरी, द्रव्यमान (वजन) और आयतन (घनफल) का मापन करना हमारी दैनिक आवश्यकताएँ हैं । मापन के लिए हम आवश्यकतानुसार छोटी-बड़ी इकाइयों का उपयोग करते हैं । दूरी के लिए किलोमीटर, मीटर, सेंटीमीटर; आयतन (घनफल) के लिए लीटर, मिलीलीटर और द्रव्यमान के लिए किलोग्राम, ग्राम आदि इकाइयाँ (मात्रक) नित्य उपयोग में लाई जाती हैं ।

ये सभी इकाइयाँ दाशमिक मापन प्रणाली की इकाइयाँ हैं । इस प्रणाली में द्रव्यमान, दूरी और आयतन के लिए क्रमश: ग्राम, मीटर और लीटर को मानक इकाइयाँ मानते हैं । इनसे बनने वाली बड़ी इकाइयाँ इनके 10-10 गुने से बढ़ती हैं तथा छोटी इकाइयाँ $\frac{1}{10}$ गुने से छोटी होती (घटती) जाती हैं ।

नीचे दी गई इन इकाइयों की तालिका देखो ।

राशि	किलो (हजार)	हेक्टो (सैकड़ा)	डेका (दहाई)	मापन की मूल इकाई	डेसी (दशांश)	सेंटी (शतांश)	मिली (हजारांश)
दूरी	1 किमी = 1000 मी	1 हेक्टोमीटर = 100 मी	1 डेकामीटर = 10 मी	मीटर	1 डेसीमीटर = $\frac{1}{10}$ मी	1 सेंटीमीटर = $\frac{1}{100}$ मी	1 मिलीमीटर = $\frac{1}{1000}$ मी
द्रव्यमान				ग्राम			
आयतन				लीटर			

किलो, हेक्टो, ... मिली जैसे शब्दों के मूल शब्द ग्रीक अथवा लैटिन भाषा में हैं । इस संदर्भ में इनके अर्थ के हिंदी शब्द संबंधित शब्द के साथ में कोष्ठक में दिए गए हैं ।