३ विधेय तर्कशास्त्र (Predicate Logic)

Frege's... discovery of qualification, the deepest single technical advance ever made in logic.

- **खालील युक्तिवाद वाचा.**

  सर्व वैज्ञानिक हुशार आहेत.

  सर्व हुशार व्यक्ती सर्जनशील आहेत.

  म्हणून सर्व वैज्ञानिक सर्जनशील आहेत.
- हा युक्तिवाद युक्त आहे का?.......
- सत्यता कोष्टक, लघु सत्यता कोष्टक, प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्‌धता, सोपाधिक सिद्‌धता आणि अप्रत्यक्ष सिद्‌धता पद्‌धती वापरून या युक्तिवादाची सिद्‌धता तपासून घ्या.
- तुम्हाला काय उत्तर मिळते?

३.१ विधेय तर्कशास्त्राची गरज

आतापर्यंत आपण ज्या तर्कशास्त्राचा अभ्यास केला आहे त्यास विधानीय तर्कशास्त्र संबोधले जाते. विधान तर्कशास्त्रात आपण ज्या पद्‌धती अभ्यासल्या जसे सत्यता कोष्टक, लघु सत्यता कोष्टक, नैगमनिक सिद्‌धता पद्‌धती, सोपाधिक सिद्‌धता पद्‌धती व अप्रत्यक्ष सिद्‌धता पद्‌धती. या पद्‌धतीच्या सहाय्याने सर्व युक्तीवादांची युक्तता सिद्‌ध करता येत नाही वा ठरवू शकत नाही. या पद्‌धती फक्त अशाच युक्तिवादांना लागू करता येतात, ज्यांची युक्तता सरल विधाने ज्या तऱ्हेने एकमेकांशी जोडून सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने बनतात त्यावर अवलंबून असते. अशा तऱ्हेच्या युक्तीवादांशी संबंधित तर्कशास्त्राच्या शाखेला विधेय तर्कशास्त्र म्हणतात.

विधान-तर्कशास्त्रात विधान हे एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जाते. त्यात विधानाचे विश्लेषण केले जात नाही. त्यात विधानांतील पदांचा संबंध विचारात घेतला जात नाही. तथापि काही प्रकारच्या युक्तिवादांची युक्तता, त्यातील अ-मिश्र विधानांच्या आंतरिक तार्किक रचनेवर अवलंबून असते. अशा प्रकारच्या युक्तिवादाची युक्तता तपासण्यासाठी विधानीय तर्कशास्त्राची पद्‌धती पुरेशी नाही. चला एक उदाहरण पाहू -

सर्व गायक सर्जनशील असतात.

महेश गायक आहे.

म्हणून महेश सर्जनशील आहे.

वरील युक्तिवादाचे चिन्हांकन विधानीय तर्कशास्त्रानुसार विधान अचरे वापरून खालील प्रमाणे होऊ शकते.

S

M / ∴C

हा युक्तिवाद युक्त आहे. हे उघड आहे. परंतु विधानीय तर्कशास्त्राच्या पद्‌धतीने त्याची युक्तता सिद्‌ध करता येत नाही. याउलट सत्यता कोष्टक पद्‌धतीनुसार हा युक्तिवाद अयुक्त ठरतो. युक्तिवादातील सर्वही तीन विधाने अ-मिश्र विधाने आहेत. अशा प्रकारच्या युक्तिवादाची युक्तता ठरवताना विधानांची अंतर्गत तार्किक रचना आणि पदांमधील संबंध महत्त्वाचे आहेत. वरील युक्तिवादात गायकाचा वर्ग आणि सर्जनशील व्यक्तींचा वर्ग यातील संबंध पहिल्या आधार विधानात सांगितला आहे. गायकांचा वर्ग सर्जनशील व्यक्तींच्या वर्गात समाविष्ट आहे असे पहिले विधान सांगते म्हणजेच जो कोणी गायक आहे, तो सर्जनशील पण आहे. दुसरे विधान सांगते महेश ही व्यक्ती गायक वर्गाची सदस्य आहे. म्हणून निष्कर्षात असे अनुमान केले आहे, की महेश सर्जनशील वर्गात मोडतो. युक्तिवाद जेव्हा विधानीय तर्कशास्त्रात चिन्हांकित केला जातो तेव्हा वर म्हटल्याप्रमाणे विधानांची अंतर्गत तार्किक रचना आणि त्यातील पदातील संबंध स्पष्ट होत नाही. म्हणून युक्तिवादाचे चिन्हांकन अशा तऱ्हेने करण्याची गरज आहे की ज्यामधून विधानांची अंतर्गत तार्किक रचना स्पष्ट

होईल आणि अशा युक्तिवादांची युक्तता सिद्ध करता येईल. अशा तऱ्हेच्या युक्तीवादांशी संबंधित तर्कशास्त्राच्या शाखेला विधेय तर्कशास्त्र किंवा विधेयकलन म्हणतात.

विधानीय तर्कशास्त्राप्रमाणे विधेय तर्कशास्त्रात विधान हे एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जात नाही. विधानातील पदे एकमेकांशी कशी संबंधित आहेत हे दर्शविण्याकरिता विधानाचे विश्लेषण आणि चिन्हांकन केले जाते. तथापि विधेय तर्कशास्त्र विधानीय तर्कशास्त्राहून पूर्ण वेगळे नाही. विधानीय तर्कशास्त्रातील पद्धती व चिन्हे तोपर्यंत विधेय तर्कशास्त्रात वापरली जातात, जोपर्यंत ती अमिश्र विधानांना लागू पडतात. जर एखादे सूत्र विधानीय तर्कशास्त्रात युक्त असेल तर त्याच्याशी मिळते जुळते विधेय तर्कशास्त्रातील सूत्रही युक्त असते. जरी विधेय तर्कशास्त्रात विधानीय तर्कशास्त्र समाविष्ट असले व त्यावर आधारलेले असले तरी विधेय तर्कशास्त्र त्याच्या पलीकडे जाते कारण ते विधानांची अंतर्गत तार्किक रचना स्पष्ट करते आणि विधानाच्या विविध पदातील संबंध सांगते.

खाली दिलेली अमिश्र विधाने एकमेकांपासून कशी भिन्न आहेत ते ओळखू शकता का?

सांगा पाहू आपण त्यांचे वर्गीकरण कसे करू शकतो?

प्रत्येक गोष्ट सुंदर आहे.

आशिष हुशार आहे.

सर्व पक्ष्यांना पंख असतात.

काही विद्यार्थी तल्लख आहेत.

निलेश उंच नाही.

एकही शेतकरी आळशी नाही.

काहीही शाश्वत नाही.

काही गोष्टी बदलतात.

काही मोबाईल फोन महाग नसतात.

काही गोष्टी आकर्षक नसतात.

३.२ विधानांचे प्रकार

अमिश्र विधाने, ज्यांची अंतर्गत तार्किक रचना विधेय तर्कशास्त्रात युक्तीवादांच्या युक्ततेचे परिक्षण करण्यासाठी महत्त्वाची असते, ती दोन प्रकारची असतात. (१) एकवाची विधाने आणि (२) सामान्य विधाने.

एकवाची विधान :

एकवाची विधान विशिष्ट व्यक्तीबद्दल प्रतिपादन करते. एकवाची विधान एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे किंवा नाही हे सांगते. त्यानुसार आपल्याला एकवाची विधानाचे दोन प्रकार मिळतात. होकारात्मक एकवाची विधान आणि नकारात्मक एकवाची विधान. होकारात्मक एकवाची विधान एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे हे सांगते. उदा. सुनिता नर्तकी आहे. इथे, 'सुनिता' हे उद्देश पद आहे आणि 'नर्तकी' हे विधेय पद आहे. नकारात्मक एकवाची विधान विशिष्ट व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त नाही असे सांगते. उदाहरणार्थ : लंडन हे अमेरिकन शहर नाही.

येथे 'व्यक्ती' हा शब्द फक्त मानवी व्यक्तीसाठी वापरला नसून शहर, देश, प्राणी किंवा काहीही ज्याविषयी अर्थपूर्ण तऱ्हेने गुणधर्माचे प्रतिपादन करता येते, ती गोष्ट असा अर्थ होतो आणि गुणधर्म हे विशेषण, नाम किंवा क्रियापद असू शकते.

खालील काही विधाने एकवाची विधानाची उदाहरणे आहेत.

(१) साहिल उत्तम लेखक आहे.

(२) हा कुत्रा वन्य प्राणी नाही.

(३) अशोक राजकारणी नाही.

(४) थेम्स भारतीय नदी नाही.

(५) निकिता धावपटू आहे.

सामान्य विधान :

सामान्य विधान वर्ग किंवा वर्गांविषयी प्रतिपादन करते. सामान्य विधानाचे वर्गीकरण सामान्यतः दोन

प्रकारात केले जाते. – (१) एका वर्गाविषयी प्रतिपादन करणारी सामान्य विधाने. (२) दोन वर्गांविषयी किंवा दोन वर्गातील संबंध प्रतिपादन करणारी सामान्य विधाने. या प्रत्येक प्रकाराचे सार्वत्रिक/सार्विक आणि विशिष्ट (अस्तित्वदर्शक) सामान्य विधानात वर्गीकरण होते.

सार्वत्रिक/सार्विक सामान्यवाची विधान, वर्गाच्या सर्व सदस्यांविषयी प्रतिपादन करते, तर विशिष्ट सामान्य विधान वर्गाच्या काही सदस्यांविषयी प्रतिपादन करते. सार्वत्रिक/सार्विक सामान्यवाची विधान होकारात्मक किंवा नकारात्मक असते. या प्रमाणेच विशिष्ट (अस्तित्वदर्शक) सामान्य विधान देखिल होकारात्मक किंवा नकारात्मक असते. यानुसार आपल्याला खालीलप्रमाणे आठ प्रकारे सामान्य विधाने मिळतात.

सामान्य विधाने

एक वर्गीय	द्विवर्गीय
(१) सर्व अस्तिवाची उदा. प्रत्येक गोष्ट मनोरंजक आहे.	(१) सर्व अस्तिवाची उदा. सर्व फळे गोड आहेत. A विधान
(२) सर्व नास्तिवाची उदा. काहीही निरर्थक नाही.	(२) सर्व नास्तिवाची उदा. एकही सजीव अमर नाही. E विधान
(३) अस्तित्ववाची अस्तिवाची / होकारात्मक उदा. काहीतरी सुंदर आहे.	(३) आस्तित्ववाची अस्तिवाची / होकारात्मक उदा. काही मुले सर्जनशील असतात. I विधान
(४) अस्तित्ववाची नास्तिवाची / नकारात्मक उदा. काहीतरी स्वच्छ नाही.	(४) अस्तित्ववाची नास्तिवाची / नकारात्मक उदा. काही शहरे नियोजित नसतात. O विधान

३.३ एकवाची आणि सामान्य विधानांचे चिन्हांकन

एकवाची विधानांचे चिन्हांकन करणे.

कोणत्याही एकवाची विधानाचे दोन महत्त्वाचे घटक असतात. – (१) व्यक्तीचे नाव (२) गुणधर्म या घटकांचे चिन्हांकन करण्यासाठी दोन वेगळी चिन्हे वापरावी लागतात. ती म्हणजे व्यक्ती अचल आणि विधेय अचल. **व्यक्तीच्या नामासाठी वापरले जाणारे चिन्ह म्हणजे व्यक्तीअचल.** इंग्रजी लिपीतील लघु अक्षरे 'a .... w' ही व्यक्तिअचले म्हणून वापरली जातात. **विधेय अचल म्हणजे विशिष्ट गुणधर्मासाठी वापरले जाणारे चिन्ह.** इंग्रजी लिपीतील 'A..........Z' ही बृहत अक्षरे विधेय अचलांसाठी वापरली जातात. एकवाची विधानाचे चिन्हांकन करताना गुणधर्मासाठीचे चिन्ह व्यक्तीच्या नामासाठी वापरलेल्या चिन्हाच्या डावीकडे लिहिले जाते. उदा. सूरज शहाणा आहे. या एकवाची विधानाचे चिन्हांकन 'Ws' असे केले जाईल. इथे 'W' हे 'विनोदी' या गुणधर्मासाठी आणि 's' हे सूरज या नामासाठी वापरले आहे. नकारात्मक एकवाची विधानाचे चिन्हांकन विधानाच्या आधी '~' ठेवून केले जाते. उदा. मकरंद हा लबाड नाही. हे विधान '~ Cm' असे चिन्हांकित केले जाते.

विधानीय तर्कशास्त्रातील विधानांचे चिन्हांकन करत असताना आपण ज्या दोन अटी पाळतो, त्या दोन अटींचे पालन येथे ही आवश्यक आहे. –

(१) व्यक्तीच्या नामाचे चिन्हांकन करण्यासाठी एकच व्यक्तीअचल वापरायला हवे, जरी ते नाम त्याच युक्तिवादात किंवा विधानात परत आढळले तरी तसेच गुणधर्माचे चिन्हांकन करण्यासाठी एकच विधेय अचल वापरायला हवे, जरी ते विधेय त्याच युक्तिवादात किंवा विधानात परत आढळले तरी.

(२) एकाच युक्तिवादात किंवा विधानात भिन्न भिन्न व्यक्तीनामासाठी आणि गुणधर्मासाठी अनुक्रमे भिन्न व्यक्ती अचले आणि विधेय अचले वापरली पाहिजेत.

सामान्य विधानांचे चिन्हांकन करायला शिकण्यापूर्वी विधेय तर्कशास्त्रातील दोन महत्त्वाच्या चिन्हांचा अभ्यास करणे आवश्यक आहे. ते म्हणजे व्यक्तीचल आणि विधेय चल. **व्यक्तीचल म्हणजे कोणत्याही व्यक्तीसाठी वापरले जाणारे चिन्ह होय.** व्यक्तीचल कोणत्याही विशिष्ट व्यक्तीचे प्रतिनिधित्व करीत नाही. ते केवळ व्यक्तीचे स्थान दाखवून देणारे **स्थान निश्चिती** चिन्ह आहे. त्याच्या जागी व्यक्तीचे नाम किंवा व्यक्ती अचल पर्याय म्हणून ठेवता येते. इंग्रजी लिपीतील 'x', 'y', 'z' ही लघु अक्षरे व्यक्तीचल म्हणून वापरली जातात. उदा. 'मोहिनी सुंदर आहे.' हे विधान विशिष्ट व्यक्तीविषयी आहे. पण आपण जर 'मोहिनी' या विशिष्ट व्यक्तीच्या जागी रिकामी जागा ठेवली तर इतर विधान तसेच ठेवून आपल्याला '...........' सुंदर आहे. अशी अभिव्यक्ती मिळेल. ही रिकामी जागा केवळ व्यक्तीची स्थाननिश्चिती करणारी आहे. म्हणून या रिकाम्या जागी आपण 'x' हे व्यक्तीचल वापरू शकतो आणि यामुळे आपल्याला 'x सुंदर आहे,' ही अभिव्यक्ती मिळते. ज्याचे चिन्हांकन 'Bx' असे करता येते. **याप्रमाणेच विधेय चल हे चिन्ह कोणत्याही गुणधर्मासाठी वापरले जाते.** त्याच्या जागी गुणधर्माचे नाम किंवा विधेय अचल ठेवता येते. ϕ (फाय) व ψ (साय) ही ग्रीक अक्षरे विधेयचले म्हणून वापरली जातात. उदा. सुरेखा ही —— . या अभिव्यक्तीतील रिकामी जागा कोणत्याही गुणधर्माची जागा दर्शविते, जिथे आपण ϕ हे विधेयचल वापरू शकतो व यामुळे आपल्याला 'सुरेखा ϕ आहे' ही अभिव्यक्ती मिळते. ज्याचे चिन्हांकन 'ϕs'असे होते. विधेय तर्कशास्त्रात अशा अभिव्यक्तीना विधानीय फलन म्हणतात. आपण नंतर या पाठात विधानीय फलन या संकल्पनेचा सविस्तर अभ्यास करू.

खाली दिलेल्या एकवाची विधानाचे चिन्हांकन करा.

(१) निलेश गायक आहे.

(२) जॉन अभियंता आहे.

(३) रमेश हा विज्ञानाचा विद्यार्थी नाही.

(४) हेमांगी हुशार आहे आणि हेमांगी सर्जनशील आहे.

(५) झरिन सुंदर आहे.

(६) अमित अभिनेता आहे परंतु अमित नर्तक नाही.

(७) नीना भारतीय आहे किंवा नीना अमेरिकन आहे.

(८) न्यूयॉर्क हे ऑस्ट्रेलियन शहर नाही.

सामान्य विधानांचे चिन्हांकन करणे :

आधी सांगितल्याप्रमाणे सामान्य विधानाचे वर्गीकरण विस्तृतपणे दोन प्रकारात केले जाते. – (१) एका वर्गाविषयी प्रतिपादन करणारी सामान्य विधाने आणि (२) दोन वर्गाविषयी किंवा दोन वर्गातील संबंधाबाबत प्रतिपादन करणारी सामान्य विधाने. प्रथम आपण सामान्य विधान एक वर्गाविषयी प्रतिपादन करणाऱ्या सामान्य विधानांचे चिन्हांकन शिकूया.

(१) एक वर्ग अंतर्भूत असलेल्या सामान्य विधानाचे चिन्हांकन करणे :

सामान्य विधान एकतर सार्वत्रिक/सार्विक किंवा (अस्तित्वदर्शक) असू शकते. यापुढे या दोन प्रकाराचे होकारात्मक आणि नकारात्मक असे वर्गीकरण होते. म्हणून आपल्याला एक वर्ग समाविष्ट असलेल्या सामान्य विधानाचे चार प्रकार मिळतात, ज्यात एका वर्गाचा समावेश असतो. आणि त्यांचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे केले जाते.

(१) सर्व अस्तिवाची विधान :

उदा. 'प्रत्येक गोष्ट नाशवंत आहे.' हे विधान या प्रकारचे आहे. या विधानाचे चिन्हांकन करण्यासाठी प्रथम याचे तार्किक परिभाषेत रुपांतर करू. हे विधान प्रत्येक

गोष्टीबाबत 'नाशवंत' या विशेषणाची पुष्टी करते. तार्किक परिभाषेत हे पुढीलप्रमाणे व्यक्त करता येईल.

कोणतीही गोष्ट असो, ती नाशवंत आहे.

'काहीही/कोणताही' व 'ते/ती' हे शब्द कोणत्याही व्यक्तीचे प्रतिनिधित्व करतात म्हणून या शब्दांऐवजी आपण व्यक्तिचल वापरू, जे खालीलप्रमाणे –

कोणताही x असो, x नाशवंत आहे.

तर्कशास्त्रात, 'कोणताही x असो' ही अभिव्यक्ती '(x)' या चिन्हाने चिन्हांकित केली जाते. (x) या चिन्हाला सार्वत्रिक संख्यापक असे म्हणतात. विधेय अचल 'P' वापरून x नाशवंत आहे याचे चिन्हांकन 'Px' असे केले जाते. यानुसार संपूर्ण विधानाचे चिन्हांकन (x) Px असे केले जाते.

हे विधान असे वाचले जाते – 'कोणताही x असो, x नाशवंत आहे.' जर आपण विधेय अचल P च्या जागी विधेयचल घातले, तर आपल्याला या प्रकारच्या विधानाचा खालीलप्रमाणे आकार मिळतो.

$(x)\ \phi x$

(२) सर्व नास्तिवाची विधान :

'काहीही चिरंतन नाही.' हे विधान या प्रकाराचे आहे. ज्यात चिरंतन हा गुणधर्म सर्व बाबतीत नाकारला आहे. तार्किक भाषेत हे विधान खालील प्रमाणे व्यक्त करता येते.

कोणतीही गोष्ट असो, ती चिरंतन नाही.

'कोणतीही गोष्ट' आणि 'ती' या शब्दांऐवजी व्यक्ती चल वापरून हे विधान खालीलप्रमाणे व्यक्त करता येते.

कोणताही x असो, x चिरंतन नाही.

सार्वत्रिक संख्यापक, विधेय अचल 'E' व निषेध चिन्ह वापरून आपण संपूर्ण विधानाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे करू.

$(x) \sim Ex$

अशा विधानाचा आकार $(x) \sim \phi x$ आहे.

(३) अस्तिस्तवाची अस्तिवाची / होकारात्मक विधान :

खाली दिलेली विधाने या प्रकारची आहेत.

(१) काहीतरी सुंदर आहे.

(२) कुत्रे अस्तित्वात असतात.

पहिले विधान काही गोष्टींना 'सुंदर' हे विशेषण लागू होते असे सांगते. तर्कशास्त्रात 'काही' या शब्दाचा अर्थ 'निदान एक' पण सर्व नाही असा होतो. हे विधान तार्किक परिभाषेत खालीलप्रमाणे मांडता येते.

निदान एक गोष्ट अशी आहे, की जी सुंदर आहे.

व्यक्तीचलाचा वापर करून हे विधान खालीलप्रमाणे पुन्हा लिहिता येते. –

निदान एक x असा आहे, की x सुंदर आहे.

'निदान एक x असा आहे' या अभिव्यक्तीसाठी '$(\exists x)$' हे चिन्ह वापरले जाते. या चिन्हाला अस्तित्वदर्शक संख्यापक म्हणतात. अस्तित्वदर्शक संख्यापक आणि 'सुंदर'या विशेषणासाठी विधेय अचल 'B' वापरून आपण संपूर्ण विधानाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे करू. –

$(\exists x)\ Bx$

हे असे वाचले जाते – 'निदान एक x असा आहे, की x सुंदर आहे.' अशा विधानांचा आकार $(\exists x)\ \phi x$ असा आहे.

दुसरे विधान 'कुत्रे अस्तित्वात असतात.' हे निदान एक तरी कुत्रा अस्तित्वात आहे याची पुष्टी देते. तार्किक परिभाषेत हे विधान खालीलप्रमाणे मांडता येते.

निदान एक गोष्ट अशी आहे, जो कुत्रा आहे.

व्यक्तीचर वापरून हे विधान असे लिहिता येते –

निदान एक x असा आहे, x कुत्रा आहे.

अस्तित्वदर्शक संख्यापक आणि विधेय अचल 'D' वापरून आपण पूर्ण विधानाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे करतो –

$(\exists x)\ Dx$

हे असे वाचले जाते – निदान एक x असा आहे, की x कुत्रा आहे. अशा विधानाचा आकार खालीलप्रमाणे आहे.

$(\exists x)\ \phi x$

(४) अस्तित्ववाची नास्तिवाची / नकारात्मक विधान :

खाली दिलेली विधाने या प्रकारची आहेत –

(१) काहीतरी चांगले नाही.

(२) राक्षस अस्तित्वात नाहीत.

पहिले विधान 'चांगले' हे विशेषण काही गोष्टींबाबत नाकारते. ते असे सांगते की निदान एक गोष्ट अशी आहे जी चांगली नाही. हे विधान तार्किक परिभाषेत खालीलप्रमाणे व्यक्त करता येते.

निदान एक गोष्ट अशी आहे की जी चांगली नाही.

व्यक्तीचल वापरून हे विधान खालीलप्रमाणे पुन्हा लिहिता येते. –

निदान एक x असा आहे, की x चांगला नाही.

अस्तित्वदर्शक संख्यापक आणि 'चांगला' या गुणधर्मासाठी विधेयअचल 'G' वापरून संपूर्ण विधान खालीलप्रमाणे चिन्हांकीत करता येते.

$(\exists x) \sim Gx$ हे असे वाचले जाते – 'निदान एक x असा आहे, कि x चांगले नाही.' अशा प्रकारच्या विधानांचा आकार $(\exists x) \sim \phi x$ असा आहे.

दुसरे विधान 'राक्षस अस्तित्वात नाहीत' हे राक्षसांचे अस्तित्व नाकारते. 'अस्तित्व' हा गुणधर्म नाही. त्यामुळे हे विधान पहिल्या विधानाप्रमाणे तार्किक भाषेत चिन्हांकित करता येत नाही. हे विधान सांगते की, एक सुद्धा राक्षस अस्तित्वात नाही. हे विधान तार्किक परिभाषेत पुढीलप्रमाणे मांडले जाते.

'असे नाही की निदान एक x असा आहे कि x राक्षस आहे.' यातून विधानाचा योग्य अर्थ स्पष्ट होतो की एकही राक्षस अस्तित्वात नाही.

निषेध चिन्ह, अस्तित्वदर्शक संख्यापक आणि विधेय अचर 'G' ही चिन्हे वापरून संपूर्ण विधानाचे चिन्हांकन असे होते.

$\sim(\exists x)\ Gx$

हे असे वाचले जाते – 'असे नाही की, निदान एक x असा आहे, की x राक्षस आहे.' अशा विधानाचा आकार $\sim(\exists x)\ \phi x$ हा आहे.

(II) दोन वर्ग असलेल्या सामान्य विधानांचे चिन्हांकन :

दोन वर्ग असलेल्या सामान्य विधानाचे चार प्रकार आहेत ते असे –

(१) सर्व अस्तिवाची किंवा 'A' विधान

(२) सर्व नास्तिवाची किंवा 'E' विधान

(३) अस्तित्ववाची अस्तिवाची किंवा 'I' विधान

(४) अस्तित्ववाची नास्तिवाची किंवा 'O' विधान.

अशा प्रकारच्या विधानांचे चिन्हांकन करण्याची पद्धती.

(१) सर्व अस्तिवाची किंवा 'A' विधान :

'सर्व फुलपाखरे आकर्षक असतात.' हे विधान या प्रकारचे आहे. हे विधान दोन वर्गातील संबंध सांगते – फुलपाखरे यांचा वर्ग आणि आकर्षकतेचा वर्ग. हे सर्व अस्तिवाची विधान आहे कारण यात आकर्षकतेचा गुणधर्म सर्व फुलपाखरे यांना बहाल केला आहे. हे विधान तार्किक भाषेत खालीलप्रमाणे व्यक्त करता येते.

कोणतीही गोष्ट असो, जर ती फुलपाखरू असेल तर ती आकर्षक आहे. 'गोष्ट'आणि 'ती' या संज्ञा कोणतीही व्यक्ती सूचीत करतात. म्हणून त्यांच्या जागी आपण 'x'हे व्यक्तीचल ठेवू शकतो. यानुसार हे विधान खालीलप्रमाणे लिहिता येते. –

कोणताही x असो जर x फुलपाखरू असेल, तर x आकर्षक आहे.

'कोणताही x असो' या अभिव्यक्तीसाठी सार्वत्रिक संख्यापक, 'W' हे विधेय अचल फुलपाखरू साठी, व 'A' आकर्षक साठी व '⊃' हे संयोजक वापरून आपण संपूर्ण विधान खालीलप्रमाणे चिन्हांकीत करतो.

$(x)\ (Wx \supset Ax)$

विधेय अचलाच्या जागी विधेय चल ठेवले तर आपल्याला 'A' विधानांचा खालीलप्रमाणे आकार मिळतो.

(x) (ϕx$\supset$ ψx)

(२) सर्व नास्तीवाची किंवा 'E' विधान :

'एकही मूल दुष्ट नाही.' हे सर्व नास्तिवाची किंवा E विधानाचे उदाहरण आहे. हे विधान दोन वर्गातील संबंध सांगते. – मुलांचा वर्ग आणि दुष्टांचा वर्ग. हे सर्व नास्तिवाची विधान आहे कारण इथे दुष्ट हा गुणधर्म सर्व मुलांना नाकारला आहे. तार्किक परिभाषेत हे विधान खालीलप्रमाणे व्यक्त होते.

कोणतीही गोष्ट असो, जर ते मूल असेल तर ते दुष्ट नसते.

व्यक्तीचर वापरून हे विधान असे व्यक्त होते. –

कोणताही x असो जर x मूल असेल तर x दुष्ट नाही.

सार्वत्रिक संख्यापक, विधेय अचल आणि '$\supset$' हे संयोजक वापरून आपल्याला संपूर्ण विधान खालीलप्रमाणे चिन्हांकित करता येते.

(x) (Cx$\supset$ $\sim$ Wx)

'E' विधानाचा आकार **(x) (ϕx$\supset$ $\sim$ ψx)** हा आहे.

(३) अस्तित्ववाची अस्तिवाची किंवा 'I' विधान :

अस्तित्ववाची अस्तिवाची किंवा 'I' विधानात एका वर्गाच्या काही सदस्यांना गुण बहाल केलेला असतो. उदा. 'काही माणसे श्रीमंत आहेत.' हे अस्तित्ववाची अस्तीवाची किंवा 'I' विधान आहे. हे विधान दोन वर्गातील संबंध सांगते तो म्हणजे माणसाचा वर्ग आणि श्रीमंतांचा वर्ग. हे अस्तित्ववाची अस्तिवाची विधान असल्याने 'श्रीमंत' हा गुणधर्म 'माणूस' या वर्गाच्या काही सदस्यांना बहाल केला आहे. हे विधान तार्किक परिभाषेत खालीलप्रमाणे मांडता येते.

निदान एक गोष्ट अशी आहे, की जो माणूस आहे आणि जो श्रीमंत आहे.

हे विधान व्यक्तीचल वापरून खालीलप्रमाणे मांडता येईल –

निदान एक x असा आहे, की x माणूस आहे आणि x श्रीमंत आहे.

संपूर्ण विधान अस्तित्वदर्शक संख्यापक, विधेय अचल आणि 'आणि' या संयोजकाचे चिन्ह वापरून खालील प्रमाणे चिन्हांकित करता येते.

($\exists$x) (Mx $\cdot$ Rx)

'I' विधानाचा आकार **($\exists$x) (ϕx $\cdot$ ψx)** असा आहे.

(४) विशेष नास्तिवाची किंवा 'O' विधान :

'काही प्राणी वन्यजीव नसतात.' हे विधान 'O' विधानाचे उदाहरण आहे. या विधानात दोन वर्गातील संबंध सांगितला आहे. प्राण्याचा वर्ग आणि वन्यजीवांचा वर्ग. हे विशेष नास्तिवाची विधान असल्याकारणाने 'वन्यजीव' हा गुणधर्म प्राणी वर्गाच्या काही सदस्यांना नाकारलेला आहे. हे विधान व्यक्तीचले वापरून तार्किक परिभाषेत खालीलप्रमाणे व्यक्त करता येते.

निदान एक x असा आहे की x प्राणी आहे आणि x वन्यजीव नाही.

अस्तित्वदर्शक संख्यापक, विधेय अचले आणि 'आणि' व 'नाही' या संयोजकांची चिन्हे वापरून संपूर्ण विधानाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे होते.

($\exists$x) (Ax$\cdot$ $\sim$ Wx)

'O' विधानाचा आकार ($\exists$x) (ϕx $\cdot$$\sim$ ψx) असा आहे.

सामान्य विधाने नेहमीच 'सर्व', 'नाही', 'काही' हे शब्द वापरत नाहीत. या शब्दांशिवाय मराठी भाषेत अनेक शब्द आहेत जे ही विधाने व्यक्त करतात. मराठी भाषेतील काही नेहमीचे शब्द ही विधाने व्यक्त करतात ते खालील तक्त्यात दिले आहेत.

'A' विधान – सर्व, प्रत्येक, कुणीही, नेहमी, काहीही, अपरिहार्यपणे, निश्चितपणे, पूर्णतः या शब्दांसहित होकारात्मक विधाने.

'E' विधान – नाही, कधीही नाही, अजिबात नाही, एकही नाही, एकसुद्धा नाही, कोणीच नाही या शब्दांसहित विधाने.

'I' विधान – सर्वाधिक, अनेक, काही, निश्चित, जवळजवळ सर्व, बहुतेक, सामान्यतः, वारंवार, अनेकदा, कदाचित, जवळजवळ नेहमीच, काही वेळा, प्रासंगिक, या शब्दांसहित होकारात्मक विधाने.

थोडे, क्वचितच, जवळजवळ नाहीच, या शब्दांसहित नकारात्मक विधाने.

'O' विधान – जेव्हा 'I' विधान सूचित करणाऱ्या शब्दांसहितची होकारात्मक विधाने नाकारली जातात तेव्हा 'O' विधान मिळते.

जेव्हा 'A' विधान नाकारले जाते तेव्हा 'O' विधान मिळते.

होकारात्मक आणि नकारात्मक एकवाची विधानांची उदाहरणे देऊन चिन्हांकन करा.

सर्व आठ प्रकारच्या सामान्य विधानांची उदाहरणे देऊन चिन्हांकन करा.

विधानीय फलन

विधानीय फलन ही विधेय तर्कशास्त्रातील एक महत्त्वाची संकल्पना आहे. उदा. 'दीपा कलाकार आहे' आणि 'सुरेश खेळाडू आहे.' ही विधाने आहेत. ती एकतर सत्य किंवा असत्य आहेत. परंतु x कलाकार आहे. किंवा 'Ax' आणि 'सुरेश ϕ आहे' किंवा 'ϕs' ही विधाने नाहीत. कारण ती सत्य किंवा असत्य नाहीत. या अभिव्यक्तींना विधानीय फलन म्हणतात.

विधानीय फलन म्हणजे अशी अभिव्यक्ती ज्यात किमान एक मुक्तचल असते आणि चलाच्या जागी व्यक्ती अचल ठेवल्यावर विधान मिळते.

मुक्तचल म्हणजे असा चल जो संख्यापकाच्या व्याप्तीक्षेत्राच्या बाहेर असतो. तो संख्यापकाचा भाग नसतो आणि संख्यापक त्याच्या पूर्वी येत नाही. बद्धचल म्हणजे असा चल जे संख्यापकाचा भाग असतो किंवा योग्य संख्यापक त्याच्या पूर्वी येतो. उदा. 'प्रत्येक गोष्ट महाग आहे.' या विधानाचे चिन्हांकन (x) (Ex) असे होते. हे विधान आहे परंतु विधानीय फलन नाही. या विधानातील Ex मधील x हा मुक्त नसून बद्ध आहे. '(x)' मध्ये 'x' हा चल संख्यापाकाचा भाग आहे व 'Ex' मध्ये x च्या पूर्वी योग्य संख्यापक येतो. मात्र '(y) (Dx)', ही अभिव्यक्ती विधानीय फलन आहे कारण जरी '(y)' संख्यापकाचा भाग असला तरी तो बद्धचल आहे. यात 'x' हा मुक्तचल आहे. कारण एकतर तो संख्यापकाचा भाग नाही किंवा कोणतेही योग्य संख्यापक त्याच्या पूर्वी येत नाही. त्याचप्रकारे खाली दिलेल्या अभिव्यक्ती विधानीय फलन आहेत. – 'Bx', Mx, ψx किंवा 'ϕx' इथे दोन्ही चल 'x' आणि 'ϕ' मुक्तचर आहेत.

विधानीय फलन एकतर सरल किंवा मिश्र असते. सरल विधानीय फलन म्हणजे ज्यात विधान संयोजक नसते. उदा. –

(१) x मोठा आहे. (Bx)

(२) y चलाख आहे. (Sy)

(३) मुकुंद ϕ आहे. (ϕm)

ज्या विधानीय फलनात विधान संयोजके असतात, त्यांना संमिश्र विधानीय फलन म्हणतात. उदा.

(१) x तत्त्वज्ञानी नाही. ($\sim$ Px)

(२) x वैद्य आहे आणि x सामाजिक कार्यकर्ता आहे. ($Dx \cdot Sx$)

(३) एकतर x अभिनेता आहे किंवा x नर्तक आहे. (Ax ∨ Dx)

(४) जर x माणूस आहे तर x बुद्धिमान आहे. (Mx ⊃ Rx)

विधान आणि विधानीय फलन यातील फरक –

विधान	विधानीय फलन
(१) विधानात एकही चल मुक्त नसतो. (२) विधानाला निश्चित सत्यता मूल्य असते ते सत्य किंवा असत्य असते. (३) विधानाचा अर्थ लावता येतो. (४) उदा. आकाश देखणा आहे. Ha	(१) विधानीय फलनात निदान एक तरी चल मुक्त असतो. (२) विधानीय फलन सत्यही नसते आणि असत्यही नसते. (३) विधानीय फलनाचा अर्थ लावता येत नाही. (४) उदा. x देखणा आहे. Hx

खालीलपैकी कोणत्या अभिव्यक्ती विधाने आहेत आणि कोणत्या विधानीय फलन आहेत? ओळखा पाहू.

(१) Cx

(२) $Ma \supset Sa$

(३) $(x)\ (Fx \supset Ny)$

(४) $(z)\ (Az \supset \sim Tz)$

(५) $(x)\ (Ay \supset \sim Wx)$

(६) $By \cdot \sim Hx$

(७) $Ta \cdot Fa$

(८) ϕs

(९) $(x)\ (Gx \supset \sim Kx)$

(१०) $(x)\ (Rx \supset Px)$

(११) $Rx \supset Px$

(१२) $Ms \vee Kd$

३.४ विधानीय फलनापासून विधाने मिळविण्याच्या पद्धती –

मागच्या विभागात आपण विधानीय फलन म्हणजे, ज्यात निदान एक मुक्तचल असलेली अभिव्यक्ती होय आणि जेव्हा चराच्या जागी योग्य अचल ठेवले जाते तेव्हा ते विधान बनते, हे शिकलो. अशा रीतीने विधानीय फलनापासून चलाच्या जागी योग्य अचल ठेवून विधान मिळविता येते. विधाने एकवाची व सामान्यवाची अशी दोन प्रकारची असल्याने विधानीय फलनापासून विधाने मिळविण्याच्या दोन रीती आहेत. (१) उदाहरणीकरण आणि (२) संख्यापन /सामान्यीकरण

(१) उदाहरणीकरण –

विधानीय फलनापासून चलाच्या जागी अचल ठेऊन एकवाची विधान मिळविण्याच्या प्रक्रियेला उदाहरणीकरण म्हणतात. उदा. x तर्कशास्त्रज्ञ आहे./Lx. हे विधानीय फलन आहे. उदाहरणार्थ ॲरिस्टॉटल हे व्यक्तीचे नाम किंवा व्यक्ती अचल ‘a’, ‘x’ या चलाच्या जागी ठेवून आपल्याला खालीलप्रमाणे Lx या विधानीय फलनापासून एकवाची विधाने मिळते. – ‘ॲरिस्टॉटल तर्कशास्त्रज्ञ आहे.’ ‘La’

‘x’ या व्यक्तीचलाच्या जागी कोणत्याही व्यक्तीचे नाम किंवा व्यक्ती अचल ठेवता येते. ‘x’ च्या जागी न्यूटन/ ‘n’ ठेवून आपल्याला ‘न्यूटन हा तर्कशास्त्रज्ञ आहे,’ असे एकवाची विधान मिळते. अशा प्रकारे विधानीय फलनापासून मिळविलेले प्रत्येक एकवाची विधान हे त्या विधानीय फलनाचे ‘निवेशित उदाहरण’

किंवा ‘आदेशनमूलक उदाहरण’ असते. विधानीय फलन सत्य ही नसते आणि असत्यही नसते, परंतु त्याचे निवेशित उदाहरण मात्र सत्य किंवा असत्य असते. ‘ॲरिस्टॉटल तर्कशास्त्रज्ञ आहे.’ हे पहिले एकवाची विधान सत्य आहे तर ‘न्यूटन हा तर्कशास्त्रज्ञ आहे.’ हे विधान असत्य आहे.

विधानीय फलन सरल किंवा मिश्र असते. मिश्र विधानीय फलनाबाबत निवेशित उदाहरणे एकवाची विधानाची सत्यता फलने असतात. उदा. ‘x’ नर्तक आहे आणि x अभियंता आहे. (Dx · Ex) हे मिश्र विधानीय फलन आहे. आपण ‘x’ च्या जागी केतन किंवा ‘k’ हे व्यक्तीअचल ठेवले, तर आपल्याला निवेशित उदाहरण म्हणजेच एकवाची विधानाचे सत्यताफलन मिळते. ‘केतन नर्तक आहे आणि केतन अभियंता आहे.’ (Dk · Ek)

(२) संख्यापन किंवा सामान्यीकरण

विधानीय फलनापासून सामान्य विधान मिळविण्याच्या प्रक्रियेला संख्यापन किंवा सामान्यीकरण म्हणतात. विधानीय फलनाच्या आधी सर्वात्रिक किंवा अस्तित्वदर्शक संख्यापक ठेऊन विधानीय फलनापासून सामान्य विधान प्राप्त करण्याची प्रक्रिया म्हणजे सामान्यीकरण किंवा संख्यापन. सामान्य विधाने दोन प्रकारची असल्याने संख्यापन दोन प्रकारचे असते. (१) सार्विक संख्यापन/सामान्यीकरण, (२) अस्तित्वदर्शक / अस्तित्ववाची संख्यापन /सामान्यीकरण.

सार्विक सामान्यीकरणाची प्रक्रिया विधानीय फलनापासून सार्विक सामान्य विधान मिळविण्यासाठी केली जाते, तर अस्तित्वदर्शक सामान्यीकरण प्रक्रियेपासून अस्तित्वदर्शक सामान्य विधाने प्राप्त केली जातात.

सार्विक संख्यापन/सामान्यीकरण

सार्विक संख्यापन प्रक्रियेत विधानीय फलनापूर्वी सार्विक संख्यापक ठेऊन सार्विक सामान्य विधान मिळविले जाते. उदा. ‘x सुंदर आहे’ किंवा ‘Gx’ हे विधानीय फलन आहे. ‘x’ या व्यक्तीचलाला सुंदर हा गुणधर्म बहाल केला आहे. जर आपण हा गुणधर्म सर्व x ना बहाल केला तर आपल्याला खालीलप्रमाणे सार्विक सामान्य विधान मिळेल.

‘कोणताही x असो, x सुंदर आहे.’

अशा तऱ्हेने मिळविलेले सार्वत्रिक सामान्य विधान सत्य किंवा असत्य असेल. **विधानीय फलनाचे सार्वत्रिक संख्यापन तेव्हाच सत्य असते, जेव्हा त्याची सर्व निवेशित उदाहरणे सत्य असतात.**

अस्तित्वदर्शक संख्यापन/ सामान्यीकरण

अस्तित्वदर्शक संख्यापन प्रक्रियेत विधानीय फलनापूर्वी अस्तित्वदर्शक संख्यापक ठेऊन अस्तित्व दर्शक सामान्य विधान मिळविले जाते. उदा. x थोर आहे. किंवा ‘Nx’ थोर हा गुणधर्म x या व्यक्ती चलाला बहाल केलेला आहे. काही x ना थोर हा गुणधर्म बहाल करून, आपण खालील प्रमाणे अस्तित्वदर्शक सामान्य विधान मिळवू शकतो.

निदान एक x असा आहे, की जो थोर आहे.

$(\exists x)$ Nx

अस्तित्वदर्शक संख्यापनाद्वारे जी अस्तित्वदर्शक सामान्य विधाने मिळतात, ती सत्य किंवा असत्य असतात. विधानीय फलनाचे अस्तित्वदर्शक संख्यापन तेव्हाच सत्य असते जेव्हा त्याचे निदान एक निवेशित उदाहरण सत्य असते.

३.५ संख्यापकीय निगमन / संख्यापकीय नैगमनिक पद्धती

अमिश्र विधानांचे म्हणजेच एकवाची आणि सामान्य विधानांचे चिन्हांकन करायला शिकल्यामुळे, आपण अमिश्र विधान असलेले युक्तिवाद चिन्हांकित करू शकतो आणि त्यांची युक्तता सिद्ध करू शकतो. अशा युक्तिवादांची युक्तता सिद्ध करण्याच्या पद्धतीला संख्यापकीय निगमन म्हणतात.

नैगमनिक सिद्धतेप्रमाणेच संख्यापकीय निगमनात युक्तिवादाचे निष्कर्ष विधान त्याच्या आधार-विधानांपासून विशिष्ट नियमांच्या आधारे निगमनीत केले जाते. संख्यापकीय निगमनात १९ अनुमानाच्या व स्थानांतरणाच्या नियमांबरोबरच आपल्याला संख्यापकीय निगमनाच्या चार नियमांची गरज असते. याचे कारण असे की अमिश्र विधाने असलेल्या युक्तिवादांचे चिन्हांकन करताना केलेल्या विधानीय फलन आणि संख्यापकाचा वापर केल्यामुळे त्यांची युक्तता केवळ अनुमानाचे १९ नियम वापरून सिद्ध करता येत नाही.

संख्यापकीय निगमनाचे चार नियम खालीलप्रमाणे :

(१) सार्विक उदाहरणीकरण (UI)

(२) सार्विक सामान्यीकरण (UG)

(३) अस्तित्वदर्शक सामान्यीकरण (EG)

(४) अस्तित्वदर्शक उदाहरणीकरण (EI)

सामान्य विधानांचे चिन्हांकन करताना केलेल्या संख्यापकाच्या वापरामुळे हे नियम आवश्यक ठरतात. UI व EI हे नियम सामान्य विधानांपासून सत्यता फलनात्मक विधाने निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जातात. एकदा ते सत्यता फलनात्मक विधानात रुपांतरीत झाले की अनुमानाचे व स्थानांतरणाचे १९ नियम निष्कर्ष निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जातात. UG व EG हे नियम सत्यता फलनात्मक विधानांपासून सामान्य विधाने निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जातात.

संख्यापकीय निगमनाचे नियम (प्राथमिक आवृत्ती)

(१) सार्विक उदाहरणीकरण (UI)

सार्वत्रिक सामान्य विधानांपासून सत्यता फलनात्मक विधाने मिळविण्यासाठी सार्विक उदाहरणीकरणाचा नियम वापरला जातो. हा नियम सार्वत्रिक सामान्य विधानांच्या स्वरूपावर आधारित आहे. विधानीय फलनाचे सार्वत्रिक संख्यापन तेव्हाच सत्य असते जेव्हा त्याची सर्व निवेशित उदाहरणे सत्य असतात. UI चा नियम सांगतो की विधानीय फलनाचे कोणतेही निवेशित उदाहरण त्याच्या सार्वत्रिक संख्यापनापासून युक्तपणे निगमित करता येते. साध्या शब्दात सांगायचे म्हणजे एखाद्या वर्गाच्या सर्व सदस्यांबाबत जे सत्य आहे, ते त्या वर्गाच्या प्रत्येक सदस्यांबाबत सत्य असते. नियमाचे चिन्हात्मक प्रातिनिधिक रूप असे.

$(x)\,(\phi x)$

$\therefore \phi \nu$

(इथे 'ν' हे व्यक्तीचिन्ह आहे.)

UI चा नियम आपल्याला दोन प्रकारचे युक्तिवाद निष्पन्न करण्याची मुभा देतो. 'ν' (nu न्यू) हे ग्रीक अक्षर हे विशिष्ट व्यक्तीसाठी (व्यक्तिअचल) किंवा यदृच्छया निवडलेल्या व्यक्तीसाठी आहे.

वर्गाच्या सर्व सदस्यांबाबत जे सत्य आहे, ते त्या वर्गाच्या प्रत्येक सदस्याबाबत सत्य आहे. या सत्याच्या आधारे हे निष्पन्न होते की एकतर हा सदस्य विशिष्ट सदस्य आहे किंवा यदृच्छया निवडलेला. उदा. 'प्रत्येक गोष्ट सुंदर आहे' या सार्वत्रिक सामान्य विधानापासून 'रिटा सुंदर आहे.' हे विशिष्ट व्यक्तीविषयीचे विधान अनुमानित करता येते. किंवा यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती सुंदर आहे. असेही अनुमानित करता येते. 'y' हे चिन्ह यदृच्छया निवडलेल्या व्यक्तीसाठी वापरले जाते आणि विशिष्ट व्यक्ती व्यक्तीअचलाच्या साहाय्याने चिन्हांकित केली जाते. या दोन्ही युक्तिवादांचे चिन्हांकित रूप –

(1) $(x)\,(\phi x)$ (2) $(x)\,(\phi x)$

$\therefore$ Br $\therefore$ By

UI च्या नियमाचा वापर खालील युक्तिवादाची वैधता सिद्ध करण्यासाठी करता येईल.

सर्व गायक सर्जनशील असतात.

महेश गायक आहे.

म्हणून, महेश सर्जनशील आहे.

युक्तिवादाचे चिन्हांकन पुढीलप्रमाणे –

(१) $(x)\,(Sx \supset Cx)$

(२) Sm / $\therefore Cm$

आता आपण UI चा नियम पहिल्या आधार विधानास लागू करूया

(१) $(x)\,(Sx \supset Cx)$

(२) Sm / $\therefore Cm$

(३) $Sm \supset Cm$ 1, U I

सामान्य विधानापासून सत्यता फलनात्मक विधान अनुमानित केल्यानंतर, UI चा नियम आणि अनुमानाचे नियम वापरावेत. विधान क्र. (३) व (२) ला विधायक विधी (M.P.) चा नियम वापरून, आपण निष्कर्ष अनुमानित करू शकतो. अशा प्रकारे युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करता येते.

(१) (x) (Sx ⊃ Cx)

(२) Sm / ∴ Cm

(३) Sm ⊃ Cm 1, U I

(४) Cm 3,2 M.P.

UI या नियमाचा वापर करताना आपल्याला व्यक्तीअचल किंवा यदृच्छा निवडलेली व्यक्ती 'y' घेण्याचा पर्याय आहे. व्यक्ती अचल किंवा 'y' घेण्याचा निर्णय, आधार विधाने आणि निष्कर्ष याच्या आधारे घेता येतो. वरील उदाहरणात दुसरे विधान आणि निष्कर्ष हे महेश या विशिष्ट व्यक्तीविषयी आहेत. म्हणून एकच व्यक्तीअचल m घेतले आहे, ज्यामुळे M.P. चा नियम वापरून निष्कर्ष अनुमानित करणे शक्य झाले. जे 'y' किंवा 'm' व्यतिरिक्त इतर कोणतेही अचर वापरून शक्य झाले नसते.

(२) सार्विक सामान्यीकरण (UG)

सार्विक सामान्यीकरण चा नियम वापरून आपल्याला सत्यता फलनात्मक विधानांपासून सार्वत्रिक सामान्य विधाने निष्पन्न करता येतात. वर्गाच्या सर्व सदस्यांबाबत जे सत्य आहे, ते त्या वर्गाच्या प्रत्येक सदस्याबाबत सत्य आहे. असे आपण युक्तपणे निष्पन्न करू शकतो. पण जे एका वर्गाच्या एखाद्या विशिष्ट व्यक्तीविषयी सत्य आहे ते त्या वर्गाच्या सर्व सदस्यांविषयी सत्य आहे, असे निष्पन्न करू शकत नाही. उदा. 'अरबिंदो तत्वज्ञ आहे.' म्हणून सर्व मानव तत्वज्ञ आहेत, असे आपण म्हणू शकत नाही. परंतु आपण असे म्हणू शकतो, सामान्यतः जे एका माणसाच्या बाबतीत सत्य आहे. (कोणत्याही विशिष्ट गुणवत्तेचा विचार न करता) ते सर्व माणसाच्या बाबतीत सत्य आहे. उदा. मानव विवेकशील आहे. म्हणून सर्व मानव विवेकशील आहेत. असे युक्त अनुमान काढू शकतो. यावरून असे अनुमानित होते की, सत्यता फलनात्मक विधान जी यदृच्छ्या निवडलेली व्यक्ती आहे, यापासून सार्वत्रिक सामान्य विधान युक्तपणे निष्पन्न करता येते. म्हणून UG चा नियम खालीलप्रमाणे सांगता येतो. **विधानीय फलनाचे सार्वत्रिक संख्यापन त्याच्या यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती असलेल्या निवेशित उदाहरणापासून युक्तपणे निष्पन्न करता येतो. या नियमाचे चिन्हातील प्रातिनिधिक रूप असे –**

ϕy

∴ (x) (ϕx)

(येथे 'y' यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती आहे)

उदाहरणार्थ UI आणि UG चा वापर करून खालील युक्तिवादाची आकारिक सिद्धता खालीलप्रमाणे देता येते

सर्व माणसे प्रामाणिक असतात.

सर्व प्रमाणिक व्यक्ती चांगल्या असतात.

म्हणून सर्व माणसे चांगली असतात.

युक्तिवादाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे –

(१) (x) (Mx ⊃ Hx)

(२) (x) (Hx ⊃ Gx) /∴ (x) (Mx ⊃ Gx)

पुढच्या पायरीत UI चा नियम पहिल्या व दुसऱ्या आधार विधानास लागू करूया, नंतर H.S. चा नियम वापरून निष्कर्ष निष्पादित करू आणि खाली दाखविल्याप्रमाणे पायरी क्र. ५ ला UG चा नियम वापरून निष्कर्ष काढू. **UI चा नियम वापरताना x च्या जागी y घेणे आवश्यक आहे कारण निष्कर्ष सार्वत्रिक सामान्य विधान आहे आणि शेवटी निष्कर्ष काढण्यासाठी UG चा नियम वापरावा लागेल, जे तेव्हाच शक्य होईल जेव्हा आपण 'y' घेऊ.**

(१) (x) (Mx ⊃ Hx)

(२) (x) (Hx ⊃ Gx) /∴ (x) (Mx ⊃ Gx)

(३) My ⊃ Hy 1, UI

(४) Hy ⊃ Gy 2, UI

(५) My ⊃ Gy 3, 4, H.S

(६) (x) (Mx ⊃ Gx) 5, UG

(३) अस्तित्वदर्शक सामान्यीकरण (EG) :

सत्यता फलनात्मक विधानापासून अस्तित्ववाची सामान्य विधान प्राप्त करण्यासाठी अस्तित्वदर्शक सामान्यीकरणाचा नियम EG वापरला जातो. अस्तित्ववाची सामान्य विधान, हे एखाद्या वर्गातील काही सदस्यांबाबत असते. तर्कशास्त्रात 'काही' या पदाचा अर्थ 'किमान एक (कमीत कमी एक)' परंतु सर्व नाही असा होतो. त्यामुळे एखाद्या वर्गातील विशिष्ट व्यक्तीबाबत जे सत्य असते, ते त्या वर्गातील काही व्यक्तीबाबत सत्य असते असे वैधपणे निगमित करता येते. सार्विक सामान्यीकरणाबाबत UG मात्र तसे नसते. यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती असलेल्या सत्यताफलनात्मक विधानापासूनही अस्तित्ववाची सामान्य विधान निष्पन्न करता येते. EG चा नियम खालीलप्रमाणे सांगता येतो. – **विधानीय फलनाचे अस्तित्ववाची संख्यापन त्याच्या कोणत्याही निवेशित उदाहरणापासून युक्तपणे निष्पन्न करता येते. या नियमाचे चिन्हातील प्रातिनिधिक रूप असे**–

$\phi\nu$

$\therefore \quad (\exists x)\,(\phi x)$

(येथे 'ν' हे व्यक्तीचिन्ह आहे.)

उदा. 'काही देखणे आहेत.' हे विधान 'अनिल देखणा आहे' जे विशिष्ट व्यक्ती 'अनिल' बद्दलचे विधान आहे या विधानापासून किंवा 'y' ही यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती असलेल्या विधानापासूनही निष्पन्न करता येते. यांचे चिन्हांकित रूप असे होईल –

(1) Ha	(2) Hy
$\therefore$ (∃x) (Hx)	$\therefore$ (∃x) (Hx)

युक्तिवादाच्या युक्ततेची/वैधतेची आकारिक सिद्धता पुढीलप्रमाणे देता येईल.

(१)	(x) (Dx ⊃ Ax)	
(२)	(x) (Dx)	/ ∴ (∃x) (Ax)
(३)	Da ⊃ Aa	1, UI
(४)	Da	2, UI
(५)	Aa	3, 4, M.P.
(६)	(∃x) (Ax)	5, EG

आपण 'y' ऐवजी 'a' वापरून देखील या युक्तिवादासाठी आकारिक सिद्धता देता येऊ शकते.

(१)	(x) (Dx ⊃ Ax)	
(२)	(x) (Dx)	/ ∴ (∃x) (Ax)
(३)	Dy ⊃ Ay	1, UI
(४)	Dy	2, UI
(५)	Ay	3, 4, M.P.
(६)	(∃x) (Ax)	5, EG

(४) अस्तित्वदर्शक उदाहरणीकरण (EI)

अस्तित्वदर्शक उदाहरणीकरणाचा EI नियम असे सांगतो, की विधानीय फलनाच्या अस्तित्वदर्शक संख्यापनापासून आपण त्याच्या निवेशित उदाहरणाचे सत्य निष्पन्न करू शकतो. अस्तित्वदर्शक सामान्य विधानापासून सत्यता फलनात्मक विधान मिळविण्यासाठी हा नियम वापरला जातो.

विधानीय फलनाचे अस्तित्वदर्शक संख्यापन तेव्हाच सत्य असते जेव्हा त्याचे निदान एक तरी निवेशित उदाहरण सत्य असते. वर्गाच्या काही सदस्यांबाबत जे सत्य असते, ते त्या वर्गाच्या यदृच्छया निवडलेल्या व्यक्तीबाबत सत्य नसते. निवेशित उदाहरण यदृच्छया निवडलेली व्यक्ती नसते. 'काही माणसे दयाळू असतात.' या विधानापासून यदृच्छया निवडलेला कोणीही माणूस दयाळू असतो, असा निष्कर्ष काढता येत नाही. आपण निष्पन्न केलेले सत्यताफलनात्मक विधान विशिष्ट व्यक्तीविषयी असेल, पण आपल्याला त्या व्यक्तीबद्दल काही माहित नसेल. म्हणून EI चा नियम वापरताना व्यक्तीअचलाची निवड करताना, तो त्या संदर्भात आधी आढळलेला असता कामा नये. या नियमाचे चिन्हांकन खालीलप्रमाणे –

$(\exists x)\,(\phi x)$

$\therefore \phi\nu$

(ये 'ν' हे व्यक्तीअचल 'y' शिवाय भिन्न असून, ते या संदर्भात आधी आढळलेले नाही.)

उदाहरणार्थ

(१)	(x) (Bx ⊃ ∼ Px)	
(२)	(∃x) (Px · Tx)	/ ∴ (∃x) (∼Bx)
(३)	Pa · Ta	2, EI
(४)	Ba⊃ ∼ Pa	1, UI
(५)	Pa	3, Simp.
(६)	∼ ∼ Pa	5, D.N.
(७)	∼ Ba	4, 6, M.T.
(८)	(∃x) (∼ Bx)	7, EG

इथे लक्षात ठेवण्याचा महत्वाचा मुद्दा असा की युक्तिवादात जेव्हा UI व EI हे दोन्ही नियम वापरायचे असतात तेव्हा EI चा नियम आधी वापरावा लागतो. याचे कारण म्हणजे, EI वर निर्बंध आहे, की त्या संदर्भात पूर्वी न आढळलेले व्यक्तीअचल वापरायचे. वरील युक्तिवादात जर UI चा नियम आधी वापरला असता तर EI वापरताना तेच व्यक्तीअचल घेता येत नाही आणि दुसरे व्यक्तीअचल वापरले, तर निष्कर्ष निष्पन्न करता येत नाही.

अजून काही उदाहरणे घेऊ –

(I)	(१)	(x) (Mx ⊃ Px)	
	(२)	(x) (Px ⊃ Tx)	
	(३)	Md	/ ∴ (∃x) (Tx)
	(४)	Md ⊃ Pd	1, UI
	(५)	Pd ⊃ Td	2,UI
	(६)	Md ⊃ Td	4,5, H.S.
	(७)	Td	6,3, M.P.
	(८)	(∃x) (Tx)	7, EG

(II)	(१)	(x) (Bx ⊃ Px)	
	(२)	(∃x) (Bx · Tx)	
	(३)	Bd	/ ∴ (∃x) (Px · Tx)
	(४)	Ba· Ta	2, EI
	(५)	Ba ⊃ Pa	1, UI
	(६)	Ba	4, Simp.
	(७)	Pa	5, 6, M.P.
	(८)	Ta · Ba	4, Com.
	(९)	Ta	8, Simp.
	(१०)	Pa · Ta	7, 9, Conj.
	(११)	(∃x) (Px · Tx)	10, EG

(III)	(१)	(x) (Tx ⊃ Nx)	
	(२)	(x) (Nx ⊃ Bx)	
	(३)	(x) (Bx ⊃ ∼Ax)	
	(४)	(∃x) (Px · Tx)	/ ∴ (∃x) (Px ·∼ Ax)
	(५)	Pa · Ta	4, EI
	(६)	Ta ⊃ Na	1,UI
	(७)	Na ⊃ Ba	2,UI
	(८)	Ba ⊃ ∼ Aa	3, UI
	(९)	Ta ⊃ Ba	6, 7 H.S.
	(१०)	Ta ⊃ ∼ Aa	9, 8, H.S.
	(११)	Pa	5, Simp.
	(१२)	Ta · Pa	5, Com.
	(१३)	Ta	12, Simp.
	(१४)	∼ Aa	10, 13, M.P.
	(१५)	Pa · ∼ Aa	11, 14, Conj.
	(१६)	(∃x) (Px · ∼ Ax)	15, EG

सारांश

- विधानीय – तर्कशास्त्रात विधान हे एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जाते. त्यात विधानाचे विश्लेषण केले जात नाही.
- विधेय तर्कशास्त्रात विधानाचे विश्लेषण केले जाते. ते अशा विशिष्ट प्रकारच्या युक्तिवादाशी संबंधित असते, ज्यांची युक्तता त्यातील अमिश्र विधानांच्या तार्किक रचनेवर अवलंबून असते.
- विधेय तर्कशास्त्रात दोन प्रकारची अमिश्र विधाने आहेत. एकवाची विधाने आणि सामान्य विधाने.
- एकवाची विधान एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे किंवा नाही हे सांगते.
- एकवाची विधानाचे दोन प्रकार – होकारात्मक एकवाची विधान आणि नकारात्मक एकवाची विधान
- सामान्य विधान हे वर्गाविषयी प्रतिपादन करते.
- सामान्य विधानाचे वर्गीकरण दोन प्रकारात केले जाते.

  (१) एक वर्गीय सामान्य विधान (२) द्विवर्गीय सामान्य विधान
- प्रत्येक प्रकाराचे पुढीलप्रमाणे वर्गीकरण होते. सर्व अस्तिवाची, सर्व नास्तिवाची, अस्तित्ववाची अस्तिवाची, अस्तित्ववाची नास्तिवाची.
- विधानीय फलनांची व्याख्या अशी केली जाते की ही एक अशी अभिव्यक्ती आहे ज्यात किमान एक मुक्तचल असतो आणि चलाच्या जागी व्यक्तीअचल ठेवल्यावर विधान मिळते.
- विधानीय फलनापासून चलाच्या जागी अचल ठेवून एकवाची विधान मिळविण्याच्या प्रक्रियेस उदाहरणीकरण म्हणतात.
- विधानीय फलनापूर्वी सार्विक किंवा अस्तित्वदर्शक संख्यापक ठेवून विधानीय फलनापासून सामान्य विधान मिळविण्याच्या प्रक्रियेला संख्यापन किंवा सामान्यीकरण म्हणतात.
- सामान्यीकरण दोन प्रकारचे असतात. (१) सार्वत्रिक (सार्विक) संख्यापन /सामान्यीकरण (२) अस्तित्वदर्शक संख्यापन/सामान्यीकरण
- संख्यापकीय निगमनात युक्तिवादाचे निष्कर्ष विधान त्याच्या आधार विधानापासून विशिष्ट नियमाच्या आधारे निगमनीत केले जाते.
- संख्यापकीय निगमनाचे नियम – (१) सार्विक उदाहरणीकरण (U I) (२) सार्विक सामान्यीकरण (U G) (३) अस्तित्वदर्शक सामान्यीकरण (E G) (४) अस्तित्वदर्शक उदाहरणीकरण (E I)
- UI आणि EI हे नियम सामान्य विधानांपासून सत्यता फलनात्मक विधाने निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जातात.
- UG आणि EG हे नियम सत्यता फलनात्मक विधानांपासून सामान्य विधाने निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जाते.

स्वाध्याय

प्र. १. कंसातील योग्य शब्द निवडून रिकाम्या जागा भरा.

(१) .... व्यक्तीचल आहे. (ψ, x)

(२) .... विधेयचल आहे. (A, ϕ)

(३) व्यक्ती .... हे विशिष्ट व्यक्तींसाठी वापरतात. (अचल/चल)

(४) .... ची प्रक्रिया एकवाची विधान अनुमानित करण्यासाठी उपयोगी पडते. (संख्यापन / उदाहरणीकरण)

(५) सामान्य विधाने .... या प्रक्रियेतून मिळतात. (उदाहरणीकरण / सामान्यीकरण)

(६) .... सत्य किंवा असत्य नसते. (विधानीय फलन / विधान)

(७) विधेय अचल .... विशेषणासाठी वापरतात. (कोणत्याही / विशिष्ट)

(८) व्यक्ती चल .... व्यक्तीसाठी वापरले जाते. (वैयक्तिक / विशिष्ट / कोणत्याही)

(९) .... हे सर्व नास्तिवाची विधान आहे. (E, O)

(१०) .... हा सार्विक संख्यापक आहे.

((x), $(\exists x)$)

(११) .... सत्य किंवा असत्य असते. (विधान / विधानीय फलन)

(१२) 'कोणतीही गोष्ट असो' हे .... संख्यापक आहे. (अस्तित्वदर्शक / सार्विक)

(१३) .... तर्कशास्त्रात विधान एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जाते. (विधानीय / विधान)

(१४) विधानाचे विश्लेषण .... तर्कशास्त्रात केले जाते. (विधानीय / विधान)

(१५) .... विधान एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे किंवा नाही हे सांगते.

(एकवाची / सामान्य)

प्र. २. खालील विधाने सत्य आहेत की असत्य ते सांगा.

(१) 'कोणतीही गोष्ट असो' हे सूत्र (अभिव्यक्ती) अस्तित्वदर्शक संख्यापक आहे.

(२) उदाहरणीकरणाच्या प्रक्रियेद्वारे विधानफलनापासून एकवाची विधान प्राप्त केले जाऊ शकते.

(३) संख्यापकीकरणच्या प्रक्रियेद्वारे विधानफलनापासून सामान्य विधान प्राप्त केले जाऊ शकते.

(४) UG च्या नियमानुसार संपूर्ण वर्गाविषयी जे सत्य असते ते त्या वर्गातील प्रत्येक सदस्यासाठी सत्य असते.

(५) EG च्या नियमानुसार यदृच्छया निवडलेल्या वस्तूविषयी जे सत्य असते ते वर्गातील सर्व सदस्यांच्या बाबतीत सत्य असते.

(६) EG च्या नियमानुसार विधानीय फलनाचे अस्तित्ववाची संख्यापन त्याच्या कोणत्याही निवेशित उदाहरणापासून युक्तपणे अनुमानित करता येते.

(७) (ϕ) हा सार्वत्रिक संख्यापक आहे.

(८) संख्यापकीय निगमनाच्या आकारिक सिद्धतेत UI आणि EI हे दोन्ही नियम वापरायचे असतील तर E.I. चा नियम आधी वापरावा.

(९) UI आणि EI चे नियम सामान्य विधानातून संख्यापक काढण्यासाठी वापरतात.

(१०) UG आणि EG चे नियम सत्यता फलनात्मक विधानांपासून सामान्य विधाने निष्पन्न करण्यासाठी वापरले जातात.

(११) विधानीय तर्कशास्त्रात विधान एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जाते.

(१२) एकवाची विधान वर्गाविषयी प्रतिपादन करतो.

(१३) विधानीय फलनात एकतरी बद्‌ध चल असतो.

(१४) एकवाची विधान एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे किंवा नाही हे सांगते.

प्र. ३. जोड्या लावा.

(अ)	(ब)
(१) विधान	(अ) a
(२) विधानीय फलन	(ब) (x) Sx
(३) व्यक्ती चल	(क) B
(४) विधेय अचल	(ड) x
(५) सार्वत्रिक संख्यापक	(इ) Hx
(६) व्यक्ती अचल	(फ) (x)

प्र. ४. खालील दिलेल्या विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा सांगा.

(१) तर्कशास्त्राची अशी शाखा ज्यात विधान एक घटक म्हणून लक्षात घेतले जाते.

(२) तर्कशास्त्राची अशी शाखा ज्यात विधानाचे विश्लेषण अंतर्भूत आहे.

(३) असे विधान जे एखादी व्यक्ती विशिष्ट गुणधर्मयुक्त आहे किंवा नाही हे सांगते.

(४) असे विधान जे वर्गाविषयी प्रतिपादन करते.

(५) अशी अभिव्यक्ती ज्यात किमान एक मुक्तचल असतो आणि चलाच्या जागी व्यक्तीअचल ठेवल्यास विधान मिळते.

(६) विधानीय फलनापासून चलाच्या जागी अचल ठेवून एकवाची विधान मिळविण्याची प्रक्रिया.

(७) विधानीय फलनापूर्वी सार्वत्रिक किंवा अस्तित्वदर्शक संख्यापक ठेवून विधानीय फलनापासून सामान्य विधान मिळविण्याची प्रक्रिया.

(८) असे चिन्ह जे व्यक्तीच्या नामासाठी वापरले जाते.

(९) असे चिन्ह जे विशिष्ट गुणधर्मासाठी वापरले जाते.

(१०) असे चिन्ह जे कोणत्याही व्यक्तीसाठी वापरले जाते.

(११) असे चिन्ह जे कोणत्याही गुणधर्माच्या वापरले जाते.

(१२) असा चर जो संख्यापकाचा भाग नसतो किंवा संख्यापक त्याच्या पूर्वी येत नाही.

(१३) असा चल जो संख्यापकाचा भाग असतो किंवा संख्यापक त्याच्या पूर्वी येतो.

प्र. ५. कारणे द्या :

(१) जेव्हा सिद्धतेमध्ये U.I. आणि E.I. दोन्हीचा उपयोग होतो तेव्हा E.I. चा नियम आधी वापरावा लागतो.

(२) U.G. चा नियम आपल्याला फक्त यदृच्छया निवडलेल्या व्यक्तीपासून सामान्य विधान निष्पन्न करण्याची परवानगी देतो.

(३) E.I. चा नियम वापरत असताना अस्तित्ववाची सामान्य विधानापासून यदृच्छया निवडलेल्या व्यक्तीविषयीचे विधान निष्पन्न करता येत नाही.

(४) अनुमानाचे व प्रतिनिवेशनाचे नियम तसेच सोपाधिक सिद्धता पद्धती व अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती, सर्व युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी पुरेसे नाहीत.

(५) विधानीय फलन सत्यही नसते आणि असत्यही नसते.

(६) एकवाची विधानाचे चिन्हांकन करण्यासाठी संख्यापकाचा वापर केला जात नाही.

प्र. ६. स्पष्ट करा.

(१) UI. चा नियम

(२) UG. चा नियम

(३) EG. चा नियम

(४) EI. चा नियम

(५) उदाहरणीकरण

(६) संख्यापन

(७) विधान तर्कशास्त्र आणि विधेय तर्कशास्त्रातील फरक

(८) एकवाची विधान आणि सामान्य विधानातील फरक

(९) विधान आणि विधानीय फलनातील फरक

(१०) संख्यापकीय निगमनाचे स्वरुप

(११) एकवाची विधान

(१२) विधानीय फलन

प्र. ७. खालील विधानाचे योग्य तो संख्यापक आणि विधानफलन वापरून चिन्हांकन करा.

(१) एकही सस्तन प्राणी अंडी घालत नाही.

(२) सर्व काही मौल्यवान असते.

(३) काही दुकानदार सरळ नसतात.

(४) काही घरे सुंदर असतात.

(५) शहरातील कोणतीही कंपनी क्वचितच दिवाळखोर आहे.

(६) तेथे हत्ती आहेत.

(७) एकशृंगी घोडे अस्तित्वात नसतात.

(८) काही प्रशासक प्रामाणिक असतात.

(९) काही युवकांना पोहायला आवडते.

(१०) वर्गातील एकही विद्यार्थी चाचणी परीक्षेत पास झाला नाही.

(११) सर्व गायक श्रीमंत नसतात.

(१२) प्रत्येक मूल निष्पाप असते.

(१३) काही माणसे बलवान (सामर्थ्यवान) नसतात.

(१४) उडाणविरहीत पक्षी अस्तित्वात नसतात.

(१५) काहीही शाश्वत नाही.

(१६) काही गोष्टी मोहक आहेत.

(१७) सर्व माणसे समंजस असतात.

(१८) सर्व कलाकार चांगले नर्तक नसतात.

(१९) व्यावसायिक (व्यापारी) क्वचितच शास्त्रज्ञ असतात.

(२०) पुस्तकातील एकही गोष्ट मनोरंजक नाही.

(२१) सर्व वाघ मांसाहारी प्राणी असतात.

(२२) एकही पुस्तकाला वेष्टन नाही.

(२३) काही दुकाने खुली आहेत.

(२४) काही शेअर्स हे समभाग नाहीत.

(२५) हवाई तिकिटे नेहमीच महाग असतात.

(२६) लबाड माणसे काळजीवाहू नसतात.

(२७) अनेक बँका राष्ट्रीयकृत आहेत.

(२८) मुले क्वचितच अभ्यासात रस घेतात.

(२९) जे काही टिकाऊ असते ते खरेदीस योग्य असते.

(३०) एकही शिडी लांब नाही.

प्र. ८. खालील युक्तिवादाची आकारिक सिद्धता द्या.

(1) (1) $(x)(Ax \supset \sim Px)$
(2) $(\exists x)(Ox \cdot Px)$ $\quad / \therefore (\exists x)(Ox \cdot \sim Ax)$

(2) (1) $(x)(Cx \supset \sim Kx)$
(2) $(x)(\sim Yx \supset Ax)$
(3) $(x)(\sim Kx \supset \sim Yx)$ $\quad / \therefore (x)(Cx \supset Ax)$

(3) (1) $(x)(\sim Ax \supset \sim Sx)$
(2) $(x)(Jx \supset \sim Ax)$
(3) Ja $\quad / \therefore \sim Sa$

(4) (1) $(x)(Dx \supset Sx)$
(2) Dc
(3) Wc $\quad / \therefore Sc \cdot Wc$

(5) (1) $(x)(Tx \supset Ax)$
(2) $(\exists x)(Mx)$
(3) $(x)(Ax \supset \sim Mx)$
$/ \therefore (\exists x)(\sim Ax \cdot \sim Tx)$

(6) (1) $(x)(Mx \supset Sx)$
(2) $(x)(Nx \supset Lx)$
(3) $\sim Sa \cdot Na$ $\quad / \therefore \sim Ma \cdot La$

(7) (1) $(x)(Px \supset Sx)$
(2) $(\exists x)(Px \cdot Lx)$
(3) Pa $\quad / \therefore (\exists x)(Sx \cdot Lx)$

(8) (1) $(x)(Tx \supset Nx)$
(2) $(x)(Nx \supset Mx)$
(3) Td $\quad / \therefore Ad \vee Md$

(9) (1) $(x)(Tx \supset Rx)$
(2) $(\exists x)(Tx \cdot Nx)$
(3) $(x)(Rx \supset Kx)$ $/ \therefore (\exists x)(Rx \cdot Kx)$

(10) (1) $(x)(Nx \supset Hx)$
(2) $\sim Hm \cdot Cm$ $/ \therefore (\exists x)(Cx \cdot \sim Nx)$

(11) (1) $(x)[(Qx \vee Rx) \supset Tx]$
(2) $(x)\, Qx$ $/ \therefore (x)\, Tx$

(12) (1) $(x)[(Jx \vee Kx) \supset Lx]$
(2) Ka
(3) $(\exists x) \sim Lx$ $/ \therefore (\exists x) \sim Jx$

(13) (1) $(x)[Dx \supset (Hx \cdot \sim Kx)]$
(2) $(x)(Hx \supset Px)$
(3) Dg $/ \therefore (\exists x)(Px \cdot \sim Kx)$

(14) (1) $(x)(Hx \supset Gx)$
(2) $(\exists x)(Hx \cdot Lx)$ $/ \therefore (\exists x)(Lx \cdot Gx)$

(15) (1) $(x)(Ux \supset Wx)$
(2) $(x)\, Ux$
(3) $(\exists x)\, Zx$ $/ \therefore (\exists x)(Wx \cdot Zx)$

(16) (1) $(x)[Px \supset (Qx \supset Rx)]$
(2) $(x)(Rx \supset Tx)$
(3) $(x)\, Px$ $/ \therefore (x)(Qx \supset Tx)$

(17) (1) $(x)[Ix \supset (Px \cdot \sim Lx)]$
(2) $(x)(Px \supset Qx)$
(3) Pd
(4) $(\exists x) Ix$ $/ \therefore (\exists x)(Qx \cdot \sim Lx)$

(18) (1) $(x)[Ax \supset (Rx \vee Tx)]$
(2) $(x)\, Ax$
(3) $(\exists x)(Sx \cdot \sim Tx)$ $/ \therefore (\exists x)(Sx \cdot Rx)$

(19) (1) $(x)[Ax \supset (Bx \supset Fx)]$
(2) $(\exists x)(Ax \cdot Bx)$ $/ \therefore (\exists x)\, Fx$

(20) (1) $(x)(Dx \supset \sim Gx)$
(2) Db
(3) $(\exists x)[Dx \cdot (Gx \vee Kx)]$ $/ \therefore (\exists x)\, Kx$

(21) (1) $(x)(Fx \supset Gx)$
(2) $(x)(Gx \supset Hx)$ $/ \therefore (x)(Fx \supset Hx)$

(22) (1) $(x)(Ax \supset Bx)$
(2) $(x) \sim Bx$ $/ \therefore (x) \sim Ax$

(23) (1) $(x)(Hx \supset Px)$
(2) $(x)(Px \supset Tx)$ $/ \therefore Hy \supset Ty$

(24) (1) $(x)(Bx \supset Kx)$
(2) $(\exists x) \sim Kx$ $/ \therefore \sim Bt$

(25) (1) $(x)(Nx \supset Rx)$
(2) $(\exists x)(Qx \cdot \sim Rx)$ $/ \therefore (\exists x)(Qx \cdot \sim Nx)$

(26) (1) $(x)[Fx \supset (Lx \cdot Ox)]$
(2) $(x)\, Fx$ $/ \therefore (\exists x)\, Ox$

(27) (1) $(x)(Mx \supset Nx)$
(2) $(x)(Nx \supset Rx)$ $/ \therefore (x)(Mx \supset Rx)$

(28) (1) $(x)(Ax \supset Bx)$
(2) $(x)(Bx \supset Cx)$
(3) $(x)(Cx \supset Dx)$ $/ \therefore (x)(Ax \supset Dx)$

(29) (1) $(x)[Cx \supset (Fx \supset Gx)]$
(2) Cp $/ \therefore \sim Gp \supset \sim Fp$

(30) (1) $(x)(Dx \supset \sim Gx)$
(2) $(\exists x)[(Dx \cdot (Gx \vee Kx)]$ $/ \therefore (\exists x)\, Kx$

❖ ❖ ❖