1. गुरुत्वाकर्षण

- गुरुत्वाकर्षण
- केप्लरचे नियम
- पृथ्वीचे गुरुत्वीय त्वरण
- मुक्ती वेग
- वर्तुळाकार गती व अभिकेंद्री बल
- न्यूटनचा वैश्विक गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्धांत
- मुक्त पतन

थोडे आठवा.

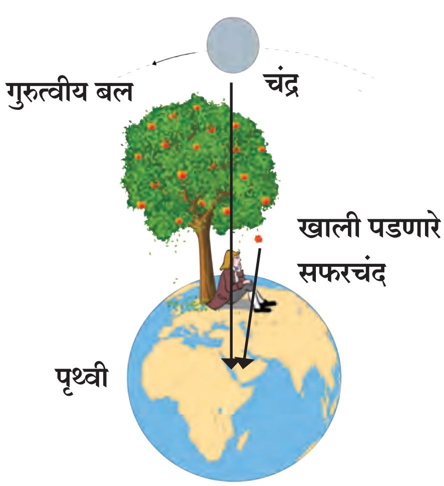
1. एखाद्या वस्तूवर बल लावल्यास काय परिणाम घडून येतो?
2. तुम्हाला बलाचे कोणकोणते प्रकार माहीत आहेत?
3. गुरुत्वाकर्षण बलाविषयी तुम्हाला काय माहिती आहे?

गुरुत्वाकर्षणाचे बल हे एक वैश्विक बल असून ते केवळ पृथ्वीवरील दोन वस्तूंमध्येच नव्हे तर कोणत्याही दोन खगोलीय वस्तूंमध्येही प्रयुक्त होते, हे आपण मागील इयत्तेत पाहिलेच आहे. या बलाचा शोध कसा लागला ते आपण जाणून घेऊ या.

गुरुत्वाकर्षण (Gravitation)

गुरुत्वाकर्षणाचा शोध सर आयझॅक न्यूटन यांनी लावला, हेही तुम्हाला माहीतच आहे. असे म्हणतात की झाडावरून खाली पडत असलेले सफरचंद पाहिल्यामुळे त्यांना हा शोध लागला. त्यांना प्रश्न पडला की सर्व सफरचंदे (क्षितिजलंब दिशेने) सरळ खालीच का पडतात? तिरकी का पडत नाहीत? किंवा क्षितिज समान रेषेत का जात नाहीत?

बऱ्याच विचारांती त्यांनी निष्कर्ष काढला की पृथ्वी सफरचंदाला स्वतःकडे आकर्षित करीत असेल व या आकर्षण बलाची दिशा पृथ्वीच्या केंद्राकडे असेल. झाडावरील सफरचंदापासून पृथ्वीच्या केंद्राकडे जाणारी दिशा ही क्षितिजलंब असल्याने सफरचंद झाडावरून क्षितिजलंब दिशेने खाली पडते.



1.1 गुरुत्वाकर्षणाच्या बलाची कल्पना व चंद्रावरील गुरुत्वीय बल

आकृती 1.1 मध्ये पृथ्वीवरील एक सफरचंदाचे झाड दाखवले आहे. सफरचंदावरील बल पृथ्वीच्या केंद्राच्या दिशेने असते म्हणजेच सफरचंदाच्या स्थानापासून पृथ्वीच्या पृष्ठभागाला लंब असते. आकृतीत चंद्र व पृथ्वी यांमधील गुरुत्वाकर्षण बल दाखवले आहे. (आकृतीतील अंतरे प्रमाणानुसार दाखवलेली नाहीत.)

न्यूटनने विचार केला की जर का हे बल वेगवेगळ्या उंचीवर असलेल्या सफरचंदांवर प्रयुक्त होत असेल तर ते सफरचंदांहून बऱ्याच अधिक उंचीवर, पृथ्वीपासून खूप दूरवर असलेल्या चंद्रासारख्या वस्तूंवरही, प्रयुक्त होत असेल का? तसेच सूर्य, ग्रह अशा चंद्राहून अधिक दूरवरच्या खगोलीय वस्तूंवरही प्रयुक्त होत असेल का?

जोड माहिती संप्रेषण तंत्रज्ञानाची : विविध ग्रहांच्या गुरुत्वीय बलासंदर्भातील सादरीकरणांचा संग्रह करा.

बल व गती (Force and Motion)

एखाद्या वस्तूच्या वेगाच्या परिमाणात किंवा गतीच्या दिशेत बदल घडवून आणण्यासाठी त्यावर बल प्रयुक्त होणे आवश्यक असते, हे आपण पाहिले आहे.

थोडे आठवा. न्यूटनचे गतीविषयक असणारे तीन नियम कोणते ?

परिचय शास्त्रज्ञांचा

सर आयझॅक न्यूटन (1642-1727) आधुनिक काळातील अग्रगण्य शास्त्रज्ञ मानले जातात. त्यांचा जन्म इंग्लंडमध्ये झाला. त्यांनी गतीचे नियम, गतीची समीकरणे व गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्‌धांत आपल्या 'Principia' नामक पुस्तकात मांडला. त्याआधी केप्लरने ग्रहांच्या कक्षांचे वर्णन करणारे तीन नियम मांडले होते. परंतु ग्रह या नियमाप्रमाणे भ्रमण का करतात यामागील कारणांची काहीच जाण नव्हती. न्यूटनने गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्‌धांत वापरून ते नियम गणितीय पद्‌धतीने सिद्‌ध केले.

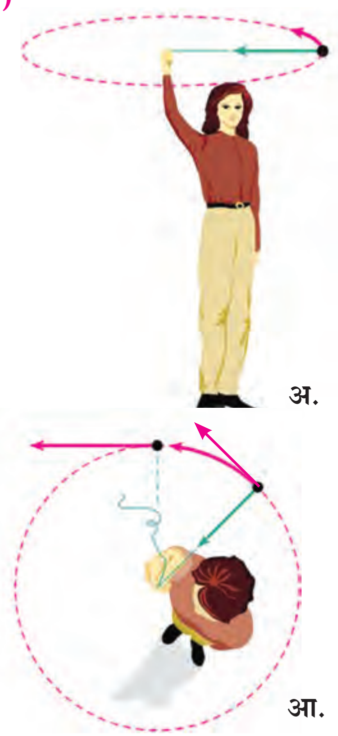
न्यूटनने प्रकाश, ध्वनी, उष्णता व गणित या क्षेत्रांमध्येही उल्लेखनीय कार्य केले. त्यांनी गणिताच्या एका नवीन शाखेचा शोध लावला. कॅलक्युलस या नावे ओळखल्या जाणाऱ्या या शाखेचा गणितात व भौतिकशास्त्रातही मोठ्या प्रमाणात उपयोग केला जातो. न्यूटन हे परावर्तक दुर्बिण तयार करणारे पहिले शास्त्रज्ञ होते.

वर्तुळाकार गती (Circular motion) व अभिकेंद्री बल (Centripetal force)

करून पाहू या.

एक दगड एका दोरीच्या टोकाला बांधा. दोरीचे दुसरे टोक हातात धरून शेजारील आकृती (1.2 अ) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे फिरवा, जेणेकरून दगड एका वर्तुळावरून फिरेल. त्या दगडावर तुम्ही काही बल प्रयुक्त करीत आहात का? त्याची दिशा कोणती आहे? हे बल प्रयुक्त न होण्यासाठी तुम्ही काय कराल? व असे केल्यास दगडावर काय प्रभाव पडेल?

जोपर्यंत आपण दोरीला धरून ठेवले आहे तो पर्यंत त्या दगडाला आपण आपल्याकडे, म्हणजेच वर्तुळाच्या केंद्राकडे खेचतो आहोत, अर्थात दगडावर कक्षेच्या दिशेने बल प्रयुक्त करत आहोत. आपण दोरी सोडून दिली तर दगडावरील आपण लावलेले बल संपुष्टात येते. त्या क्षणी वर्तुळावरील दगडाच्या स्थानाशी असणाऱ्या स्पर्शिकेच्या दिशेने दगड फेकला जातो कारण त्याक्षणी ती त्याच्या वेगाची दिशा असते (आकृती 1.2 आ). यापूर्वी आपण अशीच एक कृती केली होती ती तुम्हाला आठवत असेल. त्यात एका गोल फिरणाऱ्या चकतीवरील 5 रुपयाचे नाणे स्पर्शिकेच्या दिशेने फेकले जाते. वर्तुळाकार कक्षेत फिरणाऱ्या कोणत्याही वस्तूवर वर्तुळाच्या केंद्राच्या दिशेने बल प्रयुक्त होत असते. या बलास **अभिकेंद्री बल (Centripetal force)** म्हणतात. म्हणजेच या बलामुळे वस्तू केंद्राकडे जाण्यास प्रवृत्त होते.



1.2 दोरीला बांधलेला वर्तुळाकार कक्षेत फिरणारा दगड व स्पर्शिकेच्या दिशेने असणारा त्याचा वेग.

पृथ्वीचा नैसर्गिक उपग्रह असलेला चंद्र एका विशिष्ट कक्षेत पृथ्वीभोवती परिभ्रमण करतो हे तुम्हाला माहीतच आहे. म्हणजेच त्याची दिशा अर्थात वेग सारखा बदलत असतो. मग त्यावर काही बल सतत प्रयुक्त होत असेल काय? या बलाची दिशा कोणती असेल? जर असे बल नसते तर चंद्राची गती कशी राहिली असती? आपल्या सौरमालेतील इतर ग्रह सूर्याभोवती असेच भ्रमण करतात का ? त्यांवरही असे बल प्रयुक्त होत असते का? त्याची दिशा कोणती असेल?

मागील कृती, उदाहरण व प्रश्नांचा विचार केल्यास आपल्या लक्षात येते की, चंद्राला पृथ्वीभोवती त्याच्या कक्षेत फिरत ठेवण्यासाठी त्यावर बल प्रयुक्त होणे आवश्यक आहे, तसेच हे बल पृथ्वीच प्रयुक्त करत असेल व चंद्रास स्वतःकडे आकर्षित करीत असेल. त्याचप्रमाणे सूर्यदेखील पृथ्वीसह सर्व ग्रहांना स्वतःकडे आकर्षित करत असणार.

केप्लरचे नियम (Kepler's Laws)

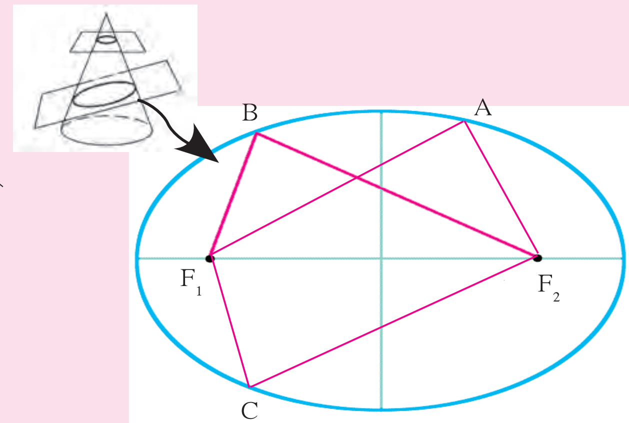
प्राचीन कालापासून मानव ग्रहांच्या स्थितीचे निरीक्षण करत आलेला आहे. गॅलिलिओच्या आधी ही निरीक्षणे केवळ डोळ्याने केली जात असत. सोळाव्या शतकापर्यंत ग्रहांच्या स्थिती व गतीविषयी बरीच माहिती उपलब्ध झाली होती. योहानस केप्लर नामक शास्त्रज्ञाने ती सर्व माहिती अभ्यासली. त्यांना आढळून आले की ग्रहांच्या गतीला काही विशिष्ट नियम आहेत. त्यांनी ग्रहांच्या गतीविषयी तीन नियम मांडले. केप्लरचे हे नियम खाली दिले आहेत.

माहीत आहे का तुम्हांला ?

लंबवर्तुळ म्हणजे एखाद्या शंकूला एका प्रतलाने तिरके छेदले असता तयार होणारी आकृती. यालाच प्रतलीय लंबवृत्त असे म्हणतात. यास दोन नाभीबिंदू असतात. या दोन नाभीबिंदूंपासूनच्या वृत्तावरील कोणत्याही बिंदूच्या अंतराची बेरीज एकसमान असते.

आकृती 1.3 मध्ये F_1 व F_2 हे दोन नाभीबिंदू असून A, B, C परिघावरील कोणतेही बिंदू असल्यास

$AF_1 + AF_2 = BF_1 + BF_2 = CF_1 + CF_2$



1.3 लंबवर्तुळाकार कक्षा

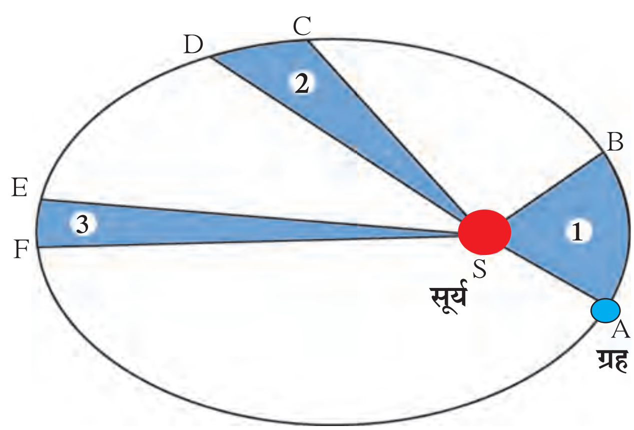
केप्लरचा पहिला नियम :

ग्रहाची कक्षा ही लंबवर्तुळाकार असून सूर्य त्या कक्षेच्या एका नाभीवर असतो.

आकृती 1.4 मध्ये ग्रहाची सूर्याभोवतीच्या परिभ्रमणाची लंबवर्तुळाकार कक्षा दाखविली आहे. सूर्याची स्थिती S ने दर्शवली आहे.

केप्लरचा दुसरा नियम :

ग्रहाला सूर्याशी जोडणारी सरळ रेषा, ही समान कालावधीत समान क्षेत्रफळ व्यापन करते.



1.4 ग्रहाची सूर्याभोवतीची परिभ्रमण कक्षा

AB व CD ही ग्रहाने समान कालावधीत पार केलेली अंतरे आहेत म्हणजे समान कालावधी नंतर A व C पासून असलेले ग्रहाचे स्थान क्रमश: B व D ने दाखवले आहे. आकृतीमधील AS व CS या सरळ रेषा एका कालावधीत समान क्षेत्रफळ व्यापतात, अर्थात ASB, व CSD ही क्षेत्रफळे समान आहेत.

केप्लरचा तिसरा नियम :

सूर्याची परिक्रमा करणाऱ्या ग्रहाच्या आवर्तकालाचा वर्ग हा ग्रहाच्या सूर्यापासूनच्या सरासरी अंतराच्या घनाला समानुपाती असतो. म्हणजे ग्रहाचा आवर्तकाल हा T असेल व सूर्यापासून त्याचे सरासरी अंतर r असेल तर

$T^2 \alpha r^3$ म्हणजेच $\frac{T^2}{r^3}$ = स्थिर = K .... (1)

केप्लरने हे नियम केवळ नियमितपणे निरीक्षणे करून मापन केलेल्या ग्रहांच्या स्थानांवरून शोधून काढले. ग्रह या नियमांचे पालन का करतात याचे कारण त्यांना माहीत नव्हते. गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्धांत मांडताना केप्लरच्या नियमांची कशी मदत झाली हे आपण पुढे पाहणार आहोत.

जरा डोके चालवा.

आकृती 1.4 मध्ये ESF हे क्षेत्रफळ ASB एवढे असल्यास EF बद्दल काय सांगता येईल?

न्यूटनचा वैश्विक गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्धांत (Newton's universal law of gravitation)

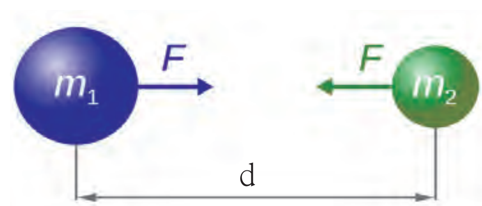
वरील सर्व निरीक्षणे व केप्लरचे नियम लक्षात घेऊन न्यूटनने त्याचा वैश्विक गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्धांत मांडला. या सिद्धांतानुसार विश्वातील प्रत्येक वस्तू इतर प्रत्येक वस्तूला ठराविक बलाने आकर्षित करत असते. हे बल एकमेकांना आकर्षित करणाऱ्या वस्तूच्या वस्तुमानांच्या गुणाकाराशी समानुपाती आणि त्यामधील अंतराच्या वर्गाशी व्यस्तानुपाती असते.

परिचय शास्त्रज्ञांचा

योहानेस केप्लर (1571– 1630) एक जर्मन खगोलशास्त्रज्ञ व गणितज्ञ होते. सन 1600 मध्ये ते प्राग मधील टायको ब्राहे या प्रसिद्ध खगोलशास्त्रज्ञाचे मदतनीस म्हणून कार्य करू लागले. सन 1601 मध्ये टायको ब्राहे यांच्या आकस्मिक मृत्यू नंतर केप्लर यांना त्यांचा उत्तराधिकारी (शाही गणितज्ञ) म्हणून नियुक्त करण्यात आले. ब्राहे यांनी केलेली ग्रहांच्या स्थानांची निरीक्षणे वापरून केप्लर यांनी ग्रहांच्या गतीचे नियम शोधून काढले. त्यांनी खगोलशास्त्रावर विविध पुस्तके लिहिली. त्यांचे कार्य पुढे न्यूटन यांना गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमाच्या शोधात उपयोगी पडले.

आकृती 1.5 मध्ये m_1 व m_2 वस्तुमान असलेल्या दोन वस्तू दाखवल्या आहेत. d हे त्यांच्यामधील अंतर आहे.

या दोन वस्तूंमधील गुरुत्वीय आकर्षण बल F हे गणितीय भाषेत, खालील प्रमाणे लिहिता येते.



1.5 दोन वस्तूंमधील गुरुत्वीय बल

$$F \alpha \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \text{म्हणजे} \quad F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \ldots\ldots. (2)$$

G हा स्थिरांक असून त्यास वैश्विक गुरुत्वीय स्थिरांक म्हणतात.

दोन वस्तूंपैकी जर एका वस्तूचे वस्तुमान दुप्पट केले तर या नियमाप्रमाणे त्यांमधील गुरुत्वीय बल दुप्पट होईल. तसेच त्या दोन वस्तूंमधील अंतर दुप्पट केले तर बल एक चतुर्थांश होईल. दोन्ही वस्तू गोलाकृती असतील तर त्यामंधील बल हे त्यांच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या सरळ रेषेत असते व त्या केंद्रांना जोडणाऱ्या त्या रेषाखंडाची लांबी ही त्यांमधील अंतर म्हणून धरली जाते. जर त्या वस्तू गोल वा नियमित आकाराच्या (Regular shape) नसतील तर बल त्यांच्या वस्तुमानकेंद्रांना (Centre of mass)जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या दिशेत असते व d साठी त्या रेषाखंडाची लांबी घेतली जाते.

समीकरण (2) वरून दिसून येते की G चे मूल्य हे एकक वस्तुमान असलेल्या व एकमेकांपासून एकक अंतरावर स्थित असलेल्या दोन वस्तूंमधील गुरुत्वीय बल मोजल्यास आपल्याला मिळेल. म्हणजेच, SI एकक प्रणालीत G चे मूल्य दोन 1 kg वस्तुमान असलेल्या व एकमेकांपासून 1m अंतरावर असलेल्या वस्तूंमधील गुरुत्वीय बलाच्या मूल्याएवढे असते.

जरा डोके चालवा.

सिद्ध करा की SI एकक प्रणालीत G चे एकक Nm^2/kg^2 आहे. G चे मूल्य सर्वप्रथम हेनरी कॅवेण्डिश या शास्त्रज्ञाने प्रयोग करून मोजले. SI एकक प्रणालीत ते 6.673×10^{-11} Nm^2/kg^2 आहे.

एखाद्या वस्तूचे वस्तुमानकेंद्र हे त्या वस्तूच्या आतील किंवा बाहेरील तो बिंदू असतो ज्यामध्ये वस्तूचे सर्व वस्तुमान केंद्रित असते असे मानू शकतो. एकसमान घनता असलेल्या गोलाकृती वस्तूचे वस्तुमानकेंद्र गोलाचे भूमितीय केंद्र असते. कोणत्याही समान घनता असलेल्या वस्तूचे वस्तुमानकेंद्र त्याच्या मध्यवर्ती बिंदूवर (Centroid)असते.

गुरुत्वाकर्षणाचा नियम सांगताना बल हे अंतराच्या वर्गाच्या व्यस्त प्रमाणात असल्याचे प्रतिपादन न्यूटनने कशाच्या आधारे केले? यासाठी त्यांनी केप्लरच्या तिसऱ्या नियमाची मदत घेतली. कशी ते बघू या.

एकसमान वर्तुळाकार गती / अभिकेंद्री बलाचे परिमाण

(Uniform circular motion/Effect of centripetal force)

समजा एक वस्तू एकसमान वर्तुळाकार गतीने गतिमान आहे. अशा प्रकारे गतिमान असलेल्या वस्तूवर केंद्राकडे निर्देशित अभिकेंद्री बल प्रयुक्त होत असते, हे आपण पाहिले. या वस्तूचे वस्तुमान m ने, तिच्या कक्षेची त्रिज्या r ने व तिची चाल v ने दर्शविली तर या बलाचे परिमाण $\frac{mv^2}{r}$ एवढे असते, हे गणिती क्रियेद्वारे दाखवता येते.

आता जर एक ग्रह वर्तुळाकार कक्षेत सूर्याची परिक्रमा करत असेल तर त्यावर सूर्याच्या दिशेने प्रयुक्त होणारे अभिकेंद्री बल $F = \frac{mv^2}{r}$ असले पाहिजे. येथे m हे ग्रहाचे वस्तुमान, v ही त्याची चाल व r ही ग्रहाच्या वर्तुळाकार कक्षेची त्रिज्या म्हणजेच ग्रहाचे सूर्यापासूनचे अंतर आहे. त्याची चाल आपण त्याचा आवर्तकाल (T) म्हणजे सूर्याभोवती एक परिक्रमा करण्याचा कालावधी व त्रिज्या वापरून काढू शकतो.

$$\text{चाल} = \frac{\text{कापलेले अंतर}}{\text{त्यासाठी लागलेला काल}}$$

ग्रहाने एका परिक्रमेत पार केलेले अंतर = कक्षेचा परीघ = $2\pi r$; r = सूर्यापासूनचे अंतर ,

त्यासाठी लागलेला वेळ = आवर्त काल = T

$$v = \frac{\text{कक्षेचा परिघ}}{\text{आवर्त काल}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4m\pi^2 r}{T^2}$$

, ह्यास r^2 ने गुणल्यावर व भागल्यावर आपल्यास मिळते की,

$$F = \frac{4m\pi^2}{r^2}\left(\frac{r^3}{T^2}\right)$$

केप्लरच्या तिसऱ्या नियमा प्रमाणे $\frac{T^2}{r^3} = K$ हे स्थिर असते. म्हणून $F = \frac{4m\pi^2}{r^2 K}$

पण $\frac{4m\pi^2}{K}$ = स्थिर, म्हणून $F \alpha \frac{1}{r^2}$

म्हणजे सूर्य व ग्रह यांमधील अभिकेंद्री बल, जे ग्रहाच्या परिभ्रमणास कारणीभूत असते, ते त्यांच्यामधील अंतराच्या वर्गाच्या व्यस्त प्रमाणात असते. हेच गुरुत्वीय बल असून ते अंतराच्या वर्गाच्या व्यस्त प्रमाणात असते असा न्यूटनने निष्कर्ष काढला. गुरुत्वाकर्षणाचे बल हे निसर्गातील इतर बलांच्या तुलनेत अत्यंत क्षीण असते परंतु ते संपूर्ण विश्वाचे नियंत्रण करते व विश्वाचे भवितव्य निश्चित करते. ग्रह, तारे व विश्वातील इतर घटक ह्यांच्या प्रचंड वस्तुमानांमुळे हे शक्य होते.

जरा डोके चालवा.

टेबलावरील दोन वस्तूंमध्ये वा तुमच्या व तुमच्या शेजारी बसलेल्या तुमच्या मित्रामध्ये गुरुत्वीय बल असेल काय? जर असेल तर तुम्ही दोघे एकमेकांकडे सरकले का जात नाही?

उदाहरण 1. महेंद्र व विराट एकमेकांपासून 1 m अंतरावर बसले आहेत. त्यांची वस्तुमाने अनुक्रमे 75 kg व 80 kg आहेत. त्यांच्यामधील गुरुत्वीय बल किती आहे?

दिलेली माहिती :

$r = 1$ m, $m_1 = 75$ kg, $m_2 = 80$ kg व $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

न्यूटनच्या सिद्धांतानुसार,

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 75 \times 80}{1^2} \text{ N}$$

$$= 4.002 \times 10^{-7} \text{ N}$$

महेंद्र व विराट दरम्यान गुरुत्वीय बल 4.002×10^{-7} N इतके असेल.

हे बल नगण्य आहे. जर महेंद्र व ज्या बाकावर तो बसला आहे त्यामधील घर्षण बल शून्य असेल तर या गुरुत्वीय बलामुळे महेंद्र विराटकडे सरकू लागेल. त्याचे त्वरण व त्याचा सरकण्याचा वेग आपण न्यूटनची समीकरणे वापरून काढू शकतो.

उदाहरण 2. वरील उदाहरणात महेंद्रचा बाक घर्षणरहित असेल तर विराम अवस्थेतून सुरू झाल्यावर 1 सेकंदा नंतर महेंद्रचा विराटकडे सरकण्याचा वेग किती असेल? तो वेग कालानुसार बदलेल काय व कसा?

दिलेली माहिती :

महेंद्रावरील प्रयुक्त बल = $F = 4.002 \times 10^{-7}$ N,

महेंद्रचे वस्तुमान = $m = 75$ kg.

न्यूटनच्या गतीविषयक दुसऱ्या नियमाप्रमाणे महेंद्रवरील बलामुळे त्याचे होणारे त्वरण = a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4.002 \times 10^{-7}}{75} = 5.34 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$$

न्यूटनचे पहिले समीकरण वापरून आपण महेंद्रचा 1 सेकंदानंतर असणारा वेग काढू शकतो.

या समीकरणाप्रमाणे

$$v = u + a t$$

सुरूवातीला महेंद्र बाकावर बसलेला असल्यामुळे त्याचा सुरुवातीचा वेग शून्य आहे ($u = 0$), त्याचा बाक घर्षणरहित आहे. असे गृहित धरल्यास,

$$v = 0 + 5.34 \times 10^{-9} \times 1 \text{ m/s}$$

महेंद्राचा 1 सेकंदानंतरचा वेग = 5.34×10^{-9} m/s

हा अतिशय संथ वेग आहे व तोदेखील घर्षण नसल्यास संभव आहे हे तुमच्या लक्षात आलेच असेल. हा वेग त्वरणामुळे वाढत जाईल. तसेच कालानुसार महेंद्र विराटच्या जवळ सरकल्यामुळे त्यांच्यातील अंतर कमी होत जाईल. गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमाप्रमाणे गुरुत्वीय बल वाढत जाईल व त्यामुळे, न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमाप्रमाणे त्वरणही वाढत जाईल.

जरा डोके चालवा.

उदाहरण 2 मध्ये महेंद्रचे त्वरण स्थिर धरल्यास वेगानुसार त्याला विराटकडे 1 सेमी सरकण्यासाठी किती वेळ लागेल ?

माहीत आहे का तुम्हांला?

समुद्रात नियमितपणे येणाऱ्या भरती व ओहोटी बद्दल तुम्हाला माहीतच असेल. एका किनाऱ्यावरील समुद्राच्या पाण्याची पातळी दिवसातून नियमित कालावधीने दोन वेळा वाढते व कमी होते. वेगवेगळ्या स्थानांवर भरती व ओहोटीची वेळ वेगवेगळी असते. समुद्राच्या पाण्याची पातळी चंद्राच्या गुरुत्वीय आकर्षणामुळे बदलते.

1.6 भरती–ओहोटी स्थिती

या बलामुळे चंद्राच्या दिशेला असलेल्या पाण्यात फुगवटा तयार होतो. त्यामुळे त्या स्थानांवर भरती येते व त्या स्थानांपासून आकृती 1.6 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे 90^0 कोन असलेल्या पृथ्वीवरील स्थानांवर पाण्याची पातळी कमी होते व तेथे ओहोटी येते.

भूगोल विषयाच्या पाठ्यपुस्तकांमधून भरती-ओहोटी विषयी माहिती मिळवा. सहलीला समुद्रकिनारी गेल्यावर एकाच ठिकाणचे भरती-ओहोटीचे निरीक्षण करा. छायाचित्रे काढा व त्यांचे प्रदर्शन भरवा.

पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल (Earth's gravitational force)

क्षितिजलंब दिशेत सरळ वर फेकलेल्या दगडाचा वेग एकसमान असेल काय, की तो कालानुसार बदलेल? कशा प्रकारे बदलेल? तो दगड सतत वर का जात नाही? थोड्या उंचीवर जाऊन तो परत खाली का पडतो? त्याची कमाल उंची कशावर अवलंबून असते?

पृथ्वी तिच्या जवळील सर्व वस्तूंना गुरुत्वीय बलाने स्वतःकडे आकर्षित करते. पृथ्वीचे वस्तुमान केंद्र तिच्या केंद्रबिंदूत असते म्हणून कोणत्याही वस्तूवरील पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल हे पृथ्वीच्या केंद्राच्या दिशेने असते. म्हणूनच या बलामुळे वस्तू क्षितिजलंब दिशेत सरळ खाली पडते. तसेच, आपण जेव्हा एखादा दगड क्षितिजलंब दिशेत सरळ वर फेकतो तेव्हा हे बल त्याला खाली खेचत असते व त्याचा वेग कमी करते. सतत प्रयुक्त होत असलेल्या या बलामुळे दगडाचा वेग काही काळाने शून्य होतो व त्याच बलामुळे दगड खाली, पृथ्वीच्या केंद्राकडे येऊ लागतो.

सोडवलेली उदाहरणे

उदाहरण 1 : मागील उदाहरणातील महेंद्रवरील पृथ्वीच्या गुरुत्वीय बलाचे परिमाण काढा.

दिलेली माहिती :

पृथ्वीचे वस्तुमान = $m_1 = 6 \times 10^{24}$ kg

पृथ्वीची त्रिज्या $R = 6.4 \times 10^6$ m

महेंद्राचे वस्तुमान = $m_2 = 75$ kg

$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

गुरुत्वीय बलाच्या सिद्धांताप्रमाणे महेंद्रावरील पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल

$$F = \frac{G m_1 m_2}{R^2}$$

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 75 \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2}\ N = 733\ N$$

हे बल महेंद्र व विराट यांच्या दरम्यान असलेल्या गुरुत्वीय बलाच्या 1.83×10^9 पट आहे.

उदाहरण 2 : विराम अवस्थेतून सुरू करून, पृथ्वीच्या गुरुत्वीय बलामुळे उंचीवरून खाली पडत असल्यास, 1 सेकंदानंतर महेंद्राचा वेग किती असेल?

दिलेली माहिती :

महेंद्राचा सुरुवातीचा वेग $u = 0$,

त्यावरील गुरुत्वीय बल = $F = 733$ N

महेंद्राचे वस्तुमान = $m = 75$ kg

$t = 1$ s

महेंद्राचे त्वरण $a = \frac{F}{m} = \frac{733}{75}\ m/s^2$

$= 9.77\ m/s^2$

न्यूटनच्या पहिल्या समीकरणाप्रमाणे

$v = u + at$

महेंद्राचा 1 सेकंदानंतरचा वेग

$v = 0 + 9.77 \times 1 = 9.77\ m/s$

हा वेग पृष्ठ 6 वरील उदाहरण 2 मधील महेंद्रच्या वेगाच्या 1.83×10^9 पट आहे.

जरा डोके चालवा.

न्यूटनच्या सिद्धांताप्रमाणे प्रत्येक वस्तू प्रत्येक इतर वस्तूला आकर्षित करते म्हणजे पृथ्वी सफरचंदाला स्वतःकडे खेचते तसेच सफरचंदही पृथ्वीला तेवढ्याच बलाने स्वतःकडे खेचते. मग सफरचंद पृथ्वीवर का पडते, पृथ्वी सफरचंदाकडे का सरकत नाही?

पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल चंद्रावरही प्रयुक्त होत असल्यामुळे चंद्र पृथ्वीभोवती परिक्रमा करतो. पृथ्वीभोवती परिक्रमा करणाऱ्या कृत्रिम उपग्रहांच्या बाबतीत हेच घडत असते. चंद्र व कृत्रिम उपग्रह पृथ्वीभोवती फिरतात. त्यांना पृथ्वी स्वतःकडे आकर्षित करते परंतु सफरचंदाप्रमाणे ते पृथ्वीवर पडत नाहीत. असे का होते? चंद्र व कृत्रिम उपग्रहांच्या त्यांच्या कक्षेतील वेगामुळे असे होते. हा वेग नसता तर ते पृथ्वीवर पडले असते.

पृथ्वीचे गुरुत्व त्वरण (Earth's gravitational acceleration)

पृथ्वी तिच्या जवळील सर्व वस्तूंवर गुरुत्वीय बल प्रयुक्त करते. न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमाप्रमाणे एखाद्या वस्तूवर प्रयुक्त होत असलेल्या बलामुळे वस्तूचे त्वरण होते. या नियमानुसार पृथ्वीच्या गुरुत्वीय बलामुळेही वस्तूंचे त्वरण होते. यास पृथ्वीचे गुरुत्व त्वरण म्हणतात व ते 'g' या अक्षराने संबोधले जाते. त्वरण ही एक सदिश राशी आहे. पृथ्वीच्या गुरुत्व त्वरणाची दिशा, तिच्या गुरुत्वीय बलाप्रमाणे, पृथ्वीच्या केंद्राकडे म्हणजे क्षितिजलंब दिशेत असते.

विचार करा.

1. पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण नसते तर काय झाले असते?
2. G चे मूल्य दुप्पट असते तर काय झाले असते?

पृथ्वीच्या पृष्ठभागावरील g चे मूल्य

न्यूटनच्या नियमाप्रमाणे पृथ्वीच्या केंद्रापासून r अंतरावर असलेल्या m वस्तुमानाच्या वस्तूवरील गुरुत्वीय बल (F) व त्या वस्तूचे त्वरण (g) खाली दाखवल्या प्रमाणे काढता येते.

$$F = \frac{G M m}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

M हे पृथ्वीचे वस्तुमान आहे.

$$F = m g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

समीकरण (3) व (4) वरून $mg = \frac{G M m}{r^2}$

$$g = \frac{G M}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

वस्तू पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर स्थित असेल तर r = R = पृथ्वीची त्रिज्या, म्हणून पृष्ठभागावरील g चे मूल्य खालीलप्रमाणे असेल.

$$g = \frac{G M}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

g चे SI एकक m/s^2 आहे. पृथ्वीचे वस्तुमान 6×10^{24} kg व तिची त्रिज्या 6.4×10^6 m आहे. समीकरण (6) प्रमाणे

$$g = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 9.77 \ m/s^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

हे त्वरण केवळ पृथ्वीचे वस्तुमान M व तिची त्रिज्या R वर अबलंबून असते व म्हणून ते पृथ्वीवरील कोणत्याही वस्तूसाठी समान असते. वस्तूच्या कुठल्याही गुणधर्मावर ते अवलंबून नसते.

सांगा पाहू ! जर पृथ्वीचे वस्तुमान दुप्पट असते व त्रिज्या अर्धी असती तर g चे मूल्य किती असेल?

'g' च्या मूल्यात होणारे बदल

अ. पृथ्वीच्या पृष्ठभागावरील बदल : पृथ्वीच्या पृष्ठभागावरील सर्व ठिकाणी g चे मूल्य समान असेल काय? याचे उत्तर 'नाही' असे आहे. याचे कारण असे की पृथ्वीचा आकार पूर्णपणे गोलाकार नाही. म्हणून तिच्या पृष्ठभागावरील वेगवेगळ्या बिंदूचे पृथ्वीच्या केंद्रापासूनचे अंतर त्या त्या बिंदूच्या स्थानानुसार बदलत असते. पृथ्वी स्वत:भोवती फिरत असल्याकारणाने तिचा आकार ध्रुवांजवळ थोडा चपटा आहे व विषुववृत्तावर थोडा फुगीर आहे. अर्थात पृथ्वीची त्रिज्या ध्रुवांजवळ कमी तर विषुववृत्ताजवळ जास्त आहे. म्हणून g चे मूल्य ध्रुवांवर सर्वात जास्त म्हणजे $9.832 m/s^2$ आहे व तेथून विषुववृत्ताकडे जात असताना कमी कमी होत जाते. विषुववृत्तावर g चे मूल्य सर्वात कमी म्हणजे $9.78 \ m/s^2$ आहे.

ब. उंचीनुसार बदल : पृथ्वीच्या पृष्ठभागाच्या वर जात असताना बिंदूचे केंद्रापासूनचे अंतर वाढत जाते व समीकरण (5) प्रमाणे g चे मूल्य कमी होत जाते. पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून वस्तूची उंची पृथ्वीच्या त्रिज्येच्या तुलनेत खूप कमी असल्यास त्या उंचीमुळे g मध्ये होणारा बदल अल्प असतो. उदाहरणार्थ, पृथ्वीची त्रिज्या 6400 km आहे. पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून 10 km उंचीवरून उडणाऱ्या विमानाचे पृथ्वीच्या केंद्रापासूनचे अंतर 6400 km पासून 6410 km पर्यंत वाढल्यामुळे g च्या मूल्यात होणारा बदल नगण्य असतो. तथापि आपण जेव्हा एखाद्या कृत्रिम उपग्रहाचा विचार करतो तेव्हा पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासूनच्या त्याच्या उंचीमुळे होणारा g मधील बदल विचारात घ्यावा लागतो. काही विशिष्ट उंचीसाठी g च्या मूल्यात होणारे बदल खालील तक्त्यात दिले आहेत.

स्थान	पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून उंची (km)	g (m/s^2)
पृथ्वीचा पृष्ठभाग (सरासरी)	0	9.81
माउंट एव्हरेस्ट	8.8	9.8
मानवनिर्मित फुग्याने गाठलेली सर्वाधिक उंची	36.6	9.77
अंतराळ यानाची कक्षा	400	8.7
दळणवळण उपग्रहाची कक्षा	35700	0.225

'g' च्या मूल्यात उंचीनुसार होणारे बदल

क. खोलीनुसार बदल : पृथ्वीच्या आत जात असताना देखील g चे मूल्य बदलत राहते. समीकरण (5) मधील r चे मूल्य कमी होत जाते व त्यानुसार g चे मूल्य अधिक व्हायला हवे. परंतु वस्तू पृथ्वीच्या केंद्राच्या जवळ गेल्यामुळे आता वस्तूवर गुरुत्वीय बल प्रयुक्त करणारा पृथ्वीचा भागही कमी होतो. म्हणजेच समीकरण (5) मध्ये वापरले जाणारे M चे मूल्यही बदलते. याचा एकत्रित परिणाम म्हणून पृथ्वीच्या आत जात असताना खोलीनुसार g चे मूल्य कमी होत जाते.

विचार करा.

1. पृथ्वीच्या आत जाताना गुरुत्वाकर्षण बलाच्या दिशेत काही फरक पडेल का?
2. पृथ्वीच्या केंद्रावर g चे मूल्य किती असेल?

प्रत्येक ग्रह व उपग्रह यांचे वस्तुमान व त्रिज्या वेगवेगळ्या असतात व समीकरण (6) प्रमाणे त्यांच्या पृष्ठभागावरील g चे मूल्य ही वेगवेगळे असते. चंद्राचे गुरुत्वीय बल हे पृथ्वीच्या गुरुत्वीय बलाच्या एक षष्ठांश असते. यामुळे आपण ठराविक बल वापरून पृथ्वीपेक्षा चंद्रावर सहापट जास्त उंच उडी मारू शकतो.

वस्तुमान व वजन (Mass and Weight)

वस्तुमान : कोणत्याही वस्तूचे वस्तुमान म्हणजे त्यामध्ये असलेल्या द्रव्यसंचयाचे मापन होय. याचे SI एकक किलोग्रॅम आहे. वस्तुमान ही अदिश राशी आहे. त्याचे मूल्य सगळीकडे सारखेच असते. दुसऱ्या एखाद्या ग्रहावरदेखील त्याचे मूल्य बदलत नाही. न्यूटनच्या पहिल्या नियमानुसार वस्तुमान हे वस्तूच्या जडत्वाचे गुणात्मक माप आहे. म्हणजे वस्तुमान जितके जास्त तितकेच जडत्वही जास्त.

वजन : एखाद्या वस्तूला पृथ्वी ज्या गुरुत्वीय बलाने आकर्षित करते त्या बलाला वजन असे म्हणतात. m वस्तुमान असलेल्या वस्तूवरील पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल (F) समीकरण (4) वरून,

$$\therefore \text{ वजन, } W = F = m\,g \quad \ldots\ldots \left(g = \frac{G\,M}{R^2}\right)$$

वजन हे बल असल्याने त्याचे SI एकक न्यूटन आहे. तसेच वजन हे बल असल्याने ती एक सदिश राशी आहे. या बलाची दिशा पृथ्वीच्या केंद्राकडे असते. g चे मूल्य सगळीकडे सारखेच नसल्यामुळे वस्तूचे वजनही स्थानाप्रमाणे बदलते, पण तिचे वस्तुमान मात्र सर्व स्थानांवर एकसमान असते.

बोलीभाषेत आपण वजन या शब्दाचा वापर 'वजन' व 'वस्तुमान' या दोन्ही अर्थांनी करतो व एखाद्या वस्तूचे वजन हे kg मध्ये म्हणजे वस्तुमानाच्या एककात मोजतो. परंतु जेव्हा आपण 'राजीवचे वजन 75 kg आहे' असे शास्त्रीय भाषेत म्हणतो तेव्हा आपण राजीवाचे वस्तुमान सांगत असतो. '75 kg वस्तुमानावर जेवढे गुरुत्वीय बल प्रयुक्त होते तेवढे राजूचे वजन आहे' असे आपल्याला अभिप्रेत असते. राजीवचे वस्तुमान 75 kg असल्यामुळे पृथ्वीवर त्याचे वजन F = mg = 75 x 9.8 = 735 N असते. 1 kg वस्तुमानाचे वजन 1 x 9.8 = 9.8 N असते. आपली 'वजन' मापणारी उपकरणे आपल्याला वस्तुमानच सांगतात. दुकानात असलेला समभुजा तराजू दोन वजनांची व पर्यायाने दोन वस्तुमानांची तुलना करतो.

जरा डोके चालवा.

1. पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून उंच गेल्यास तुमचे वजन स्थिर राहील का?
2. समजा तुम्ही एका उंच शिडीवर उभे आहात. पृथ्वीच्या केंद्रापासून तुमचे अंतर 2R असल्यास तुमचे वजन किती असेल?

सोडवलेली उदाहरणे

उदाहरण : जर एका व्यक्तीचे वजन पृथ्वीवर 750 N असेल तर चंद्रावर तिचे वजन किती असेल?
(चंद्राचे वस्तुमान पृथ्वीच्या वस्तुमानाच्या $\frac{1}{81}$ पट आहे तर त्याची त्रिज्या पृथ्वीच्या त्रिज्येच्या $\frac{1}{3.7}$ पट आहे.)

दिलेली माहिती :

पृथ्वीवरील वजन = 750 N ,

पृथ्वीच्या (M_E) व चंद्राच्या (M_M) वस्तुमानांचे गुणोत्तर, $\frac{M_E}{M_M} = 81$

पृथ्वीच्या (R_E) व चंद्राच्या (R_M) त्रिज्यांचे गुणोत्तर, $\frac{R_E}{R_M} = 3.7$

समजा त्या व्यक्तीचे वस्तुमान m kg आहे.

पृथ्वीवरील तिचे वजन $= m\,g = 750 = \frac{m\,G\,M_E}{R_E^{\,2}}$ $\quad \therefore\ m = \frac{750\,R_E^{\,2}}{(G\,M_E)}$ ....(i)

व्यक्तीचे चंद्रावरील वजन $= \frac{m\,G\,M_M}{R_M^{\,2}}$

समीकरण (i) वापरून, $= \frac{750\,R_E^{\,2}}{(G\,M_E)} \times \frac{G\,M_M}{R_M^{\,2}} = 750\,\frac{R_E^{\,2}}{R_M^{\,2}} \times \frac{M_M}{M_E} = 750 \times (3.7)^2 \times \frac{1}{81} = 126.8\ N$

चंद्रावरील वजन पृथ्वीवरील वजनाच्या जवळजवळ एक षष्ठांश आहे. वस्तूचे चंद्रावरील वजन आपण $m\,g_M$ (g_M म्हणजे चंद्रावरील गुरुत्वीय त्वरण) असे लिहू शकतो. म्हणजे चंद्रावरील त्वरण हे पृथ्वीवरील त्वरणाच्या एक षष्ठांश आहे.

माहीत आहे का तुम्हांला?

गुरुत्वीय लहरी (Gravitational waves)

पाण्यात दगड टाकल्यावर त्यावर लहरी निर्माण होतात, तसेच एका दोरीची दोन्ही टोके धरून हालविल्यास त्यावरही लहरी निर्माण होतात हे तुम्ही पाहिले असेलच. प्रकाश हा देखील एक प्रकारचा तरंग आहे. त्यास विद्युतचुंबकीय तरंग असे म्हणतात. गॅमा किरण, क्ष- किरण, अतिनील किरण, अवरक्त किरण, सूक्ष्मतरंग व रेडीओ तरंग हे सर्व विद्युत चुंबकीय तरंगाचेच विभिन्न प्रकार आहेत. खगोलीय वस्तू हे तरंग उत्सर्जित करतात व आपण आपल्या उपकरणांद्वारे त्यांना ग्रहण करतो. विश्वाबद्दलची संपूर्ण माहिती आपल्याला या लहरींद्वारेच मिळालेली आहे.

गुरुत्वीय लहरी ह्या अगदी वेगळ्या प्रकारच्या लहरी आहेत. त्यांना अवकाश काळावरील लहरी असे म्हटले आहे. त्यांच्या अस्तित्वाची शक्यता आईनस्टाईनने 1916 मध्ये वर्तवली होती. ह्या लहरी खूप क्षीण असल्याने त्यांना शोधणे खूप कठीण असते. खगोलीय वस्तूंमधून उत्सर्जित झालेल्या गुरुत्वीय लहरींना शोधण्यासाठी शस्त्रज्ञांनी अतिशय संवेदनशील उपकरणे विकसित केली आहेत. यामध्ये LIGO (Laser Interferometric Gravitational Wave Observatory) हे प्रमुख आहे. शास्त्रज्ञांनी सन 2016 मध्ये आईनस्टाईनच्या भाकितानंतर बरोबर 100 वर्षांनी खगोलीय स्रोतांपासून येणाऱ्या गुरुत्वीय लहरींचा शोध लावला आहे. या शोधात भारतीय शास्त्रज्ञांचे लक्षणीय योगदान आहे. या शोधामुळे विश्वाची माहिती मिळविण्याचा एक नवीन मार्ग खुला झाला आहे.

मुक्त पतन (Free fall)

करून पहा.

एक लहान दगड हातात धरा. त्यावर कोणकोणती बले प्रयुक्त होत आहेत? आता तो दगड हळूच सोडून द्या. तुम्हाला काय आढळले? तुम्ही सोडून दिल्यावर त्या दगडावर कोणते बल प्रयुक्त झाले?

पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल सगळ्या वस्तूंवर प्रयुक्त होते हे आपल्याला माहीत आहे. आपण दगड हातात धरलेला असताना देखील हे बल प्रयुक्त होतच होते. परंतु आपण हाताने विरुद्ध दिशेने लावत असलेले बल त्याला संतुलित करत होते व तो दगड स्थिर होता. आपण हातातून सोडून दिल्यावर दगडावर केवळ गुरुत्वीय बल प्रयुक्त होत असल्याने त्याच्या प्रभावाने तो दगड खाली पडला. जेव्हा एखादी वस्तू केवळ गुरुत्वीय बलाच्या प्रभावाने गतिमान असेल तर त्या गतीला मुक्त पतन म्हणतात. म्हणजे दगडाचे मुक्त पतन होते. मुक्त पतनात आरंभीचा वेग शून्य असतो व कालानुसार गुरुत्वीय त्वरणामुळे तो वाढत जातो. पृथ्वीवर मुक्त पतनाच्या वेळी हवेशी होणाऱ्या घर्षणामुळे वस्तूच्या गतीला विरोध होतो व वस्तूवर प्लावक बलही कार्य करते. म्हणून खऱ्या अर्थाने मुक्त पतन हे हवेत होऊ शकत नाही. ते केवळ निर्वातातच शक्य आहे.

मुक्त पतनात वस्तूचा जमिनीवर पडतानाचा वेग व त्यास लागणारा कालावधी आपण न्यूटनची समीकरणे वापरून काढू शकतो. मुक्त पतनासाठी त्वरण हे g असते व आरंभीचा वेग u शून्य असतो हे लक्षात घेऊन ही समीकरणे खालीलप्रमाणे आहेत.

$$v = g\,t$$

$$s = \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$v^2 = 2\, g\, s$$

सरळ वर फेकलेल्या वस्तूच्या गतीचा अभ्यास करताना g चे मूल्य g ऐवजी – g धरावे लागेल कारण या गतीत त्वरण हे वेगाच्या विरुद्ध दिशेने असते. g चे परिमाण तेवढे असले तरी या त्वरणामुळे दगडाचा वेग वाढत नसून कमी होत असतो. चंद्र व कृत्रिम उपग्रह देखील केवळ पृथ्वीच्या गुरुत्वीय बलाच्या प्रभावाखाली गतिशील असतात. त्यामुळे तेही मुक्त पतनाचे उदाहरण आहे.

माहीत आहे का तुम्हांला ?

पृथ्वीवरील एका स्थानावर g चे मूल्य सगळ्या वस्तूंसाठी एकसमान असते. म्हणून कुठल्याही दोन वस्तू, एकाच उंचीवरून सोडल्यास, एकाच वेळेस जमिनीवर पोहोचतात. त्यांचे वस्तुमान व इतर कुठल्याही गुणधर्मांचा या कालावधीवर परिणाम होत नाही. असे म्हटले जाते की गॅलिलिओने सुमारे इ.स. 1590 मध्ये इटली देशातील पीसा या शहरात एक प्रयोग केला. दोन वेगवेगळ्या वस्तुमानाचे गोल तेथील झुकलेल्या मनोऱ्यावरून एकाच वेळेस खाली सोडले तर ते एकाच वेळेस जमिनीवर पडतात हे सिद्ध केले.

आपण एक जड दगड व एक पीस जर उंचावरून एकाच वेळेस सोडले तर ते एकाच वेळेस जमिनीवर पोहोचताना दिसत नाहीत. पिसाचे हवेशी होत असलेल्या घर्षणामुळे व प्रयुक्त होणाऱ्या प्लावक बलामुळे पीस तरंगत हळूहळू खाली येते व जमिनीवर उशिरा पोहोचते. हवेमुळे प्रयुक्त होणारे बल दगडाच्या वजनापेक्षा खूप कमी असते व दगडाच्या गतीवर परिणाम करण्यास कमी पडते. तथापि शास्त्रज्ञांनी हा प्रयोग निर्वातात केला असून दगड व पीस दोन्ही वस्तू एकाच वेळेस जमिनीवर पोहोचतात हे सिद्ध केले आहे.

संदर्भासाठी पहा : https://www.youtube.com/watch?v=eRNC5kcvINA

उदाहरण 1. एक 3 kg वस्तुमानाचा लोहगोल 125 m उंचीवरून खाली पडला. g चे मूल्य $10\ m/s^2$ आहे असे धरून, खालील राशींचे मूल्य काढा.

(अ) जमिनीपर्यंत पोहोचण्यासाठी लागलेला कालावधी

(ब) जमिनीपर्यंत पोहोचताना असलेला वेग

(क) अर्ध्या वेळेस असलेली त्याची उंची

दिलेली माहिती : लोहगोलाचे वस्तुमान = m= 3 kg, कापलेले एकूण अंतर = s = 125 m, आरंभीचा वेग = u = 0, त्वरण = a = g = $10\ m/s^2$

(अ) न्यूटनच्या दुसऱ्या समीकरणाप्रमाणे

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\therefore 125 = 0t + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 5t^2$$

$$t^2 = \frac{125}{5} = 25$$

$$t = 5\ s$$

लोहगोल 5 सेकंदात जमिनीपर्यंत पोहोचेल.

(ब) न्यूटनच्या पहिल्या समीकरणाप्रमाणे

अंतिम वेग = v = u + a t

= 0 + 10 x 5

= 50 m/s

लोहगोलाचा जमिनीवर पोहोचतानाचा वेग 50 m/s असेल.

(क) एकूण वेळेचा अर्धा वेळ = $t = \frac{5}{2} = 2.5\ s$

त्या वेळेस लोहगोलाने कापलेले अंतर = s

न्यूटनच्या दुसऱ्या समीकरणाप्रमाणे

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} 10 \times (2.5)^2 = 31.25\ m.$$

अर्ध्या वेळेस लोहगोलाची उंची

= 125−31.25 = 93.75 m

उदाहरण 2. एक टेनिसचा चेंडू वर फेकला व तो 4.05 m उंची पर्यंत पोचून खाली आला. त्याचा सुरुवातीचा वेग किती होता? त्याला खाली येण्यास एकूण किती वेळ लागेल? g चे मूल्य $10\ m/s^2$.

दिलेली माहिती :

चेंडूचा वर जाताना अंतिम वेग, v = 0

चेंडूने पार केलेले अंतर, s = 4.05 m

चेंडूचे त्वरण, a = − g = $-10\ m/s^2$

न्यूटनच्या तिसऱ्या समीकरणाप्रमाणे

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = u^2 + 2(-10) \times 4.05$$

$$\therefore u^2 = 81$$

u = 9 m/s चेंडूचा आरंभीचा वेग = 9 m/s

आता आपण चेंडूची खाली येतानाची क्रिया बघू या. समजा की, चेंडू t वेळात खाली येतो. आता चेंडूचा आरंभीचा वेग = 0 m/s, चेंडूने पार केलेले अंतर = 4.05 m व चेंडूचा वेग व त्याचे त्वरण एकाच दिशेत असल्याने,

a = g = $10\ m/s^2$.

न्यूटनच्या दुसऱ्या समीकरणाप्रमाणे......

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$4.05 = 0 + \frac{1}{2} 10\, t^2$$

$$t^2 = \frac{4.05}{5} = 0.81, \quad t = 0.9\ s$$

चेंडूला खाली येण्यास 0.9 सेकंद लागतील. त्याला वर जाण्यासही तितकाच वेळ लागेल.

चेंडूला लागणारा एकूण वेळ = 2 x 0.9 = 1.8 s

जरा डोके चालवा.

न्यूटनच्या गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमाप्रमाणे अधिक वस्तुमान असलेल्या वस्तूवर पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल अधिक असते. मग ती वस्तू कमी वस्तुमान असलेल्या वस्तूहून अधिक वेगाने खाली का पडत नाही?

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा (Gravitational potential energy)

मागील इयत्तेत आपण स्थितिज ऊर्जेबद्दल शिकलो होतो. वस्तूच्या विशिष्ट स्थितीमुळे किंवा स्थानामुळे त्यात जी ऊर्जा सामावलेली असते, तिला स्थितिज ऊर्जा म्हणतात. ही ऊर्जा सापेक्ष असते व पृष्ठभागापासून वस्तूची उंची वाढल्यास ती वाढत जाते याची माहिती आपण घेतली आहे. m वस्तुमान असलेल्या व पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून h एवढ्या उंचीवर असलेल्या वस्तूची गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा mgh असते व पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर ती शून्य असते असे आपण गृहित धरले होते. h चे मूल्य पृथ्वीच्या त्रिज्येच्या तुलनेत अगदी कमी असताना g चे मूल्य आपण स्थिर धरू शकतो व वरील सूत्र (mgh) वापरू शकतो. परंतु h चे मूल्य अधिक असताना g चे मूल्य उंचीप्रमाणे कमी होत जाते. वस्तू पृथ्वीपासून अनंत अंतरावर असताना g चे मूल्य शून्य असते व वस्तूवर पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल कार्य करीत नाही. यामुळे तेथे वस्तूची गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा शून्य घेणे अधिक योग्य ठरते. अर्थात अंतर त्याहून कमी असल्यास स्थितिज ऊर्जा शुन्याहून कमी अर्थात ऋण घेतली जाते.

वस्तू पृथ्वीच्या पृष्ठभापासून h उंचीवर असताना तिची गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा $-\frac{GMm}{R+h}$ एवढी घेतली जाते. येथे M व R हे अनुक्रमे पृथ्वीचे वस्तुमान व त्रिज्या आहेत.

मुक्तिवेग (Escape velocity)

चेंडू वर फेकल्यावर त्याचा वेग कमी होत जातो व हे पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षणामुळे होते हे आपण पाहिले. एका विशिष्ट उंचीवर जाऊन त्याचा वेग शून्य होतो व तेथून तो खाली पडू लागतो. त्याची कमाल उंची त्याच्या आरंभी वेगावर अवलंबून असते. न्यूटनच्या तिसऱ्या समीकरणाप्रमाणे,

$v^2 = u^2 + 2\,a\,s$

v = चेंडूचा अंतिम वेग = 0 व $a = -g$

$\therefore\ 0 = u^2 + 2\,(-g)\,s$ म्हणून चेंडूची कमाल उंची = $s = \frac{u^2}{(2\,g)}$

म्हणून चेंडूचा सुरुवातीचा वेग जितका जास्त तितका चेंडू जास्त उंचीवर जाईल. ह्याचे कारण म्हणजे सुरुवातीचा वेग जितका अधिक असेल तितका जास्त तो चेंडू पृथ्वीच्या आकर्षणाचा प्रतिकार करू शकेल व तितका जास्त वर जाऊ शकेल.

आपण वर पाहिल्याप्रमाणे g चे मूल्य भूपृष्ठापासूनच्या उंचीनुसार कमी होत जाते. म्हणून उंचावर गेल्यावर चेंडूवरील पृथ्वीचे आकर्षण कमी होते. आपण चेंडूचा आरंभीचा वेग वाढवत गेलो तर तो अधिकाधिक उंच जाईल व एक विशिष्ट आरंभ वेग असा असेल की त्या वेगाने वर फेकलेला चेंडू पृथ्वीच्या गुरुत्वीय आकर्षणावर मात करू शकेल व तो परत पृथ्वीवर पडणार नाही. आरंभ वेगाच्या या विशिष्ट मूल्यास मुक्तिवेग (v_{esc}) म्हणतात, कारण या वेगाने वर फेकलेली वस्तू पृथ्वीच्या गुरुत्वीय आकर्षणापासून मुक्त होऊ शकेल. मुक्तिवेगाचे सूत्र आपण ऊर्जा अक्षय्यतेचा सिद्धांत वापरून पुढीलप्रमाणे काढू शकतो.

आरंभवेग मुक्तिवेगाएवढा असलेली, पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून सरळ वर जाणारी वस्तू पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षणापासून मुक्त होते. गुरुत्वाकर्षणाचे बल अंतराच्या वर्गाच्या व्यस्तानुपातात असल्याने ते बल अनंत अंतरावरच शून्य होते. म्हणजे वस्तूला या बलापासून मुक्त होण्यासाठी अनंत अंतरावर जावे लागते. म्हणजे वस्तू अनंत अंतरावर जाऊन स्थिर होईल.

m वस्तुमान असलेल्या वस्तूची

पृथ्वीच्या पृष्ठभागावरील

अ. गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv_{esc}^2$

ब. स्थितिज ऊर्जा = $-\frac{GMm}{R}$

क. एकूण ऊर्जा E_1 = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

$= \frac{1}{2}\,mv_{esc}^2 - \frac{GMm}{R}$

अनंत अंतरावरील

अ. गतिज ऊर्जा = 0

ब. स्थितिज ऊर्जा = $-\frac{GMm}{\infty} = 0$

क. एकूण ऊर्जा E_2 =गतिज ऊर्जा+ स्थितिज ऊर्जा= 0

ऊर्जेच्या अक्षय्यतेप्रमाणे $E_1 = E_2$

$$\frac{1}{2} mv^2_{esc} - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$v^2_{esc} = \frac{2\,GM}{R}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$$

$$= \sqrt{2\,g\,R}$$

$$= \sqrt{(2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6)} \quad = 11.2\ km/s$$

चंद्रावर किंवा दुसऱ्या ग्रहांवर पाठवल्या जाणाऱ्या अवकाशयानांचा आरंभीचा वेग मुक्तिवेगापेक्षा अधिक असणे आवश्यक असते, जेणेकरून ती याने पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण पार करून इतर ग्रहांकडे जाऊ शकतील.

सोडवलेली उदाहरणे

उदाहरण. चंद्राचे वस्तुमान व त्रिज्या अनुक्रमे 7.34 x 10^{22} kg व 1.74 x 10^6 m आहे. चंद्रावरील मुक्तिवेग काढा.

दिलेली माहिती : चंद्राचे वस्तुमान M = 7.34 x 10^{22} kg, त्याची त्रिज्या R = 1.74 x 10^6 m व
G = 6.67 x 10^{-11} Nm^2/kg^2

$$\text{मुक्तिवेग} = v_{esc} = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 7.34 \times 10^{22}}{1.74 \times 10^6}}$$

= 2.37 km/s चंद्रावरील मुक्तिवेग 2.37 km/s.

माहीत आहे का तुम्हांला ?

अवकाशातील वजनहीनता

अवकाशयानातील प्रवासी व वस्तू तरंगत आहेत असे दिसून येते. हे कशामुळे होते? अवकाशयान पृथ्वीपासून उंचावर असले तरीही तेथे g चे मूल्य शून्य असत नाही. अवकाश स्थानकावर g चे मूल्य पृथ्वीच्या पृष्ठभागावरील मूल्याच्या तुलनेत केवळ 11% ने कमी असते. त्यामुळे अवकाशयानांची उंची हे वजनहीनतेचे कारण नसते. त्यांची वजन विरहीत अवस्था ही त्यांच्या व अवकाशयानांच्या मुक्त पतनाच्या अवस्थेमुळे असते. यानाच्या कक्षेतील वेगामुळे जरी ते प्रत्यक्षात पृथ्वीवर पडत नसले तरी त्यांच्यावर केवळ गुरुत्वीय बलच प्रयुक्त होत असल्याने ते मुक्त पतनच करीत असतात. मुक्त पतनाचा वेग वस्तूच्या गुणधर्मावर अवलंबून नसल्याने प्रवासी, यान व त्यातील वस्तू समान वेगाने मुक्त पतन करीत असतात. त्यामुळे एखादी वस्तू हातातून सोडल्यावर प्रवाशाच्या सापेक्ष ती स्थिर राहते व वजनरहीत असल्याचे जाणवते.

स्वाध्याय

1. **खालील तक्त्यातील तीनही स्तंभातील नोंदी मधील संबंध लक्षात घेऊन त्याप्रमाणे तक्ता परत लिहा.**

I	II	III
वस्तुमान	m/s^2	केंद्राजवळ शून्य
वजन	kg	जडत्वाचे माप
गुरुत्व त्वरण	Nm^2/kg^2	संपूर्ण विश्वात सारखे
गुरुत्व स्थिरांक	N	उंचीवर अवलंबून आहे.

2. **खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.**

अ. वजन व वस्तुमान यातील फरक काय आहे? एखाद्या वस्तूचे पृथ्वीवरील वस्तुमान व वजन मंगळावरही तेवढेच असतील का? का?

आ. मुक्त पतन, गुरुत्व त्वरण, मुक्ति वेग व अभिकेंद्री बल म्हणजे काय?

इ. केप्लरचे तीन नियम लिहा. त्यामुळे न्यूटनला आपला गुरुत्व सिद्धांत मांडण्यात कशी मदत झाली?

ई. एक दगड u वेगाने वर फेकल्यावर h उंची पर्यंत पोचतो व नंतर खाली येतो. सिद्ध करा की त्याला वर जाण्यास जितका वेळ लागतो तितकाच वेळ खाली येण्यास लागतो.

उ. समजा की g चे मूल्य अचानक दुप्पट झाले तर, एका जड वस्तूला जमिनीवरून ओढून नेणे दुपटीने अधिक कठीण होईल का? का?

3. पृथ्वीच्या केंद्रावर 'g' चे मूल्य शून्य असते याविषयी स्पष्टीकरण लिहा.

4. सिद्ध करा की, एका ताऱ्यापासून R अंतरावर असलेल्या ग्रहाचा परिभ्रमणकाल T आहे. जर तोच ग्रह 2R अंतरावर असल्यास त्याचा परिभ्रमणकाल $\sqrt{8}$ T असेल.

5. उदाहरणे सोडवा.

अ. जर एका ग्रहावर एक वस्तू 5 m वरून खाली येण्यास 5 सेकंद घेत असेल तर त्या ग्रहावरील गुरुत्व त्वरण किती?

उत्तर: $g = 0.4\ m/s^2$

आ. ग्रह 'क' ची त्रिज्या 'ख' ग्रहाच्या त्रिज्येच्या अर्धी आहे. 'क' चे वस्तुमान M_A आहे. जर 'ख' ग्रहावरील g चे मूल्य 'क' ग्रहावरील मूल्याच्या अर्धे असेल तर 'ख' ग्रहाचे वस्तुमान किती असेल?

उत्तर : $2\ M_A$

इ. एका वस्तूचे वस्तुमान व पृथ्वीवरील वजन अनुक्रमे 5 kg व 49 N आहेत. जर चंद्रावर g चे मूल्य पृथ्वीच्या एक षष्ठांश असेल तर त्या वस्तूचे वस्तुमान व वजन चंद्रावर किती असेल?

उत्तर : 5 kg व 8.17 N

ई. एक वर फेकलेली वस्तू 500 मी उंचीपर्यंत जाते. तिचा आरंभीचा वेग किती असेल? त्या वस्तूस वर जाऊन परत खाली येण्यास किती वेळ लागेल? $g = 10\ m/s^2$

उत्तर : 100 m/s, 20 s

उ. एक चेंडू टेबलावरून खाली पडतो व 1 सेकंदात जमिनीवर पोचतो. $g = 10\ m/s^2$ असेल तर टेबलाची उंची व चेंडूचा जमिनीवर पोहोचतानाचा वेग किती असेल?

उत्तर : 5 m, 10 m/s

ऊ. पृथ्वी व चंद्र यांची वस्तुमाने अनुक्रमे 6×10^{24} kg व 7.4×10^{22} kg आहेत व त्या दोन्हीमधील अंतर 3.84×10^{5} km आहे. त्या दोन्हीमधील गुरुत्व बल किती असेल? दिलेले $G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

उत्तर : 2×10^{20} N

ए. पृथ्वीचे वजन 6×10^{24} kg आहे व तिचे सूर्यापासूनचे अंतर 1.5×10^{11} m आहे. जर त्या दोन्हीमधील गुरुत्व बल 3.5×10^{22} N असेल तर सूर्याचे वस्तुमान किती?

उत्तर : 1.96×10^{30} kg

उपक्रम :

तुमच्या पाच मित्रांची वजने घ्या. त्यांची चंद्रावरील आणि मंगळावरील वजने किती असतील ते शोधा.

H6GNY1