गणित भाग –II

इयत्ता दहावी

भारताचे संविधान

भाग ४ क

नागरिकांची मूलभूत कर्तव्ये

अनुच्छेद ५१ क

मूलभूत कर्तव्ये – प्रत्येक भारतीय नागरिकाचे हे कर्तव्य असेल की त्याने –

(क) प्रत्येक नागरिकाने संविधानाचे पालन करावे. संविधानातील आदर्शांचा, राष्ट्रध्वज व राष्ट्रगीताचा आदर करावा.

(ख) स्वातंत्र्याच्या चळवळीला प्रेरणा देणाऱ्या आदर्शांचे पालन करावे.

(ग) देशाचे सार्वभौमत्व, एकता व अखंडत्व सुरक्षित ठेवण्यासाठी प्रयत्नशील असावे.

(घ) आपल्या देशाचे रक्षण करावे, देशाची सेवा करावी.

(ङ) सर्व प्रकारचे भेद विसरून एकोपा वाढवावा व बंधुत्वाची भावना जोपासावी. स्त्रियांच्या प्रतिष्ठेला कमीपणा आणतील अशा प्रथांचा त्याग करावा.

(च) आपल्या संमिश्र संस्कृतीच्या वारशाचे जतन करावे.

(छ) नैसर्गिक पर्यावरणाचे जतन करावे. सजीव प्राण्यांबद्‌दल दयाबुद्‌धी बाळगावी.

(ज) वैज्ञानिक दृष्टी, मानवतावाद आणि जिज्ञासूवृत्ती अंगी बाळगावी.

(झ) सार्वजनिक मालमत्तेचे जतन करावे. हिंसेचा त्याग करावा.

(ञ) देशाची उत्तरोत्तर प्रगती होण्यासाठी व्यक्तिगत व सामूहिक कार्यात उच्चत्वाची पातळी गाठण्याचा प्रयत्न करावा.

(ट) ६ ते १४ वयोगटातील आपल्या पाल्यांना पालकांनी शिक्षणाच्या संधी उपलब्ध करून द्याव्यात.

शासन निर्णय क्रमांक : अभ्यास-२११६/(प्र.क्र.४३/१६) एसडी-४ दिनांक २५.४.२०१६ अन्वये स्थापन करण्यात आलेल्या समन्वय समितीच्या दिनांक २९.१२.२०१७ रोजीच्या बैठकीमध्ये हे पाठ्यपुस्तक सन २०१८-१९ या शैक्षणिक वर्षापासून निर्धारित करण्यास मान्यता देण्यात आली आहे.

गणित

भाग II

इयत्ता दहावी

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे - ४११ ००४.

आपल्या स्मार्टफोनवरील DIKSHA App द्वारे पाठ्यपुस्तकाच्या पहिल्या पृष्ठावरील Q. R. Code द्वारे डिजिटल पाठ्यपुस्तक व प्रत्येक पाठामध्ये असलेल्या Q. R. Code द्वारे त्या पाठासंबंधित अध्ययन अध्यापनासाठी उपयुक्त दृकश्राव्य साहित्य उपलब्ध होईल.

प्रथमावृत्ती : 2018
दुसरे पुनर्मुद्रण : 2021

© महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ पुणे - ४११ ००४.

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळाकडे या पुस्तकाचे सर्व हक्क राहतील. या पुस्तकातील कोणताही भाग संचालक, महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ यांच्या लेखी परवानगीशिवाय उद्धृत करता येणार नाही.

गणित विषयतज्ज्ञ समिती

डॉ. मंगला नारळीकर (अध्यक्ष)
डॉ. जयश्री अत्रे (सदस्य)
श्री. विनायक गोडबोले (सदस्य)
श्रीमती प्राजक्ती गोखले (सदस्य)
श्री. रमाकांत सरोदे (सदस्य)
श्री. संदीप पंचभाई (सदस्य)
श्रीमती पूजा जाधव (सदस्य)
श्रीमती उज्ज्वला गोडबोले (सदस्य-सचिव)

गणित विषय - राज्य अभ्यासगट सदस्य

श्रीमती जयश्री पुरंदरे	श्रीमती तरुबेन पोपट
श्री. राजेंद्र चौधरी	श्री. प्रमोद ठोंबरे
श्री. रामा व्हन्याळकर	डॉ. भारती सहस्रबुद्धे
श्री. आण्णापा परीट	श्री. वसंत शेवाळे
श्री. अन्सार शेख	श्री. प्रताप काशिद
श्री. श्रीपाद देशपांडे	श्री. मिलिंद भाकरे
श्री. सुरेश दाते	श्री. ज्ञानेश्वर माशाळकर
श्री. उमेश रेळे	श्री. गणेश कोलते
श्री. बन्सी हावळे	श्री. संदेश सोनावणे
श्रीमती रोहिणी शिर्के	श्री. सुधीर पाटील
श्री. प्रकाश झेंडे	श्री. प्रकाश कापसे
श्री. लक्ष्मण दावणकर	श्री. रवींद्र खंदारे
श्री. श्रीकांत रत्नपारखी	श्रीमती स्वाती धर्माधिकारी
श्री. सुनिल श्रीवास्तव	श्री. अरविंदकुमार तिवारी
श्री. अन्सारी अब्दुल हमीद	श्री. मल्लेशाम बेथी
श्रीमती सुवर्णा देशपांडे	श्रीमती आर्या भिडे

मुखपृष्ठ व संगणकीय आरेखन
श्री. संदीप कोळी, चित्रकार, मुंबई

अक्षरजुळणी
गणित विभाग, पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे

प्रमुख संयोजक
उज्ज्वला श्रीकांत गोडबोले
प्र. विशेषाधिकारी गणित,
पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे.

निर्मिती
सच्चितानंद आफळे
मुख्य निर्मिती अधिकारी
संजय कांबळे
निर्मिती अधिकारी
प्रशांत हरणे
सहायक निर्मिती अधिकारी

कागद
७० जी.एस.एम.क्रीमवोव्ह

मुद्रणादेश
N/PB/2019-20/50,000

मुद्रक
SHIVANAND PRINTERS, SANGLI

प्रकाशक
विवेक उत्तम गोसावी, नियंत्रक
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ,
प्रभादेवी, मुंबई २५

भारताचे संविधान

उद्देशिका

आम्ही, भारताचे लोक, भारताचे एक सार्वभौम समाजवादी धर्मनिरपेक्ष लोकशाही गणराज्य घडविण्याचा व त्याच्या सर्व नागरिकांस:

सामाजिक, आर्थिक व राजनैतिक **न्याय;**
विचार, अभिव्यक्ती, विश्वास, श्रद्धा
व उपासना यांचे **स्वातंत्र्य;**
दर्जाची व संधीची **समानता;**

निश्चितपणे प्राप्त करून देण्याचा
आणि त्या सर्वांमध्ये व्यक्तीची प्रतिष्ठा
व राष्ट्राची एकता आणि एकात्मता
यांचे आश्वासन देणारी **बंधुता**
प्रवर्धित करण्याचा संकल्पपूर्वक निर्धार करून;

आमच्या संविधानसभेत
आज दिनांक सव्वीस नोव्हेंबर, १९४९ रोजी
याद्वारे हे संविधान अंगीकृत आणि अधिनियमित करून स्वत:प्रत अर्पण करीत आहोत.

राष्ट्रगीत

जनगणमन–अधिनायक जय हे
भारत–भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत–भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ।।

प्रतिज्ञा

भारत माझा देश आहे. सारे भारतीय माझे बांधव आहेत.

माझ्या देशावर माझे प्रेम आहे. माझ्या देशातल्या समृद्ध आणि विविधतेने नटलेल्या परंपरांचा मला अभिमान आहे. त्या परंपरांचा पाईक होण्याची पात्रता माझ्या अंगी यावी म्हणून मी सदैव प्रयत्न करीन.

मी माझ्या पालकांचा, गुरुजनांचा आणि वडीलधाऱ्या माणसांचा मान ठेवीन आणि प्रत्येकाशी सौजन्याने वागेन.

माझा देश आणि माझे देशबांधव यांच्याशी निष्ठा राखण्याची मी प्रतिज्ञा करीत आहे. त्यांचे कल्याण आणि त्यांची समृद्धी ह्यांतच माझे सौख्य सामावले आहे.

प्रस्तावना

विद्यार्थी मित्रांनो,

दहावीच्या वर्गात तुमचे स्वागत!

गणित भाग I आणि गणित भाग II ही पुस्तके यावर्षी तुम्हांला अभ्यासायची आहेत.

गणित भाग II मध्ये भूमिती, त्रिकोणमिती, निर्देशक भूमिती व महत्त्वमापन ही मुख्य क्षेत्रे आहेत. तुम्हांला या वर्षी नववीपर्यंत ओळख करून दिलेल्या घटकांचाच थोडा अधिक अभ्यास करायचा आहे. त्यांचा व्यवहारात होणारा उपयोग दिलेल्या उदाहरणांतून स्पष्ट होईल. जेथे नवा भाग, सूत्रे किंवा उपयोजन आहे, तेथे सुलभ स्पष्टीकरण दिले आहे. प्रत्येक प्रकरणात नमुन्याची सोडवलेली उदाहरणे, सरावासाठी उदाहरणे आहेतच, शिवाय प्रज्ञावान विद्यार्थ्यांसाठी काही आव्हानात्मक प्रश्न तारांकित करून दिले आहेत. काही विद्यार्थ्यांना दहावीनंतर गणिताचा अभ्यास करायचा नसला, तरी गणितातील मूलभूत संकल्पना त्यांना समजाव्यात, तसेच इतर क्षेत्रात काम करताना आवश्यक ते गणित वापरता यावे, असे ज्ञान त्यांना या पुस्तकातून मिळेल. 'अधिक माहितीसाठी' या शीर्षकाखाली दिलेला मजकूर, ज्या विद्यार्थ्यांना दहावीनंतरही गणिताचा अभ्यास करून त्यात प्रावीण्य मिळवण्याची इच्छा आहे, त्यांना उपयोगी पडेल, म्हणून अशा विद्यार्थ्यांनी तो जरूर अभ्यासावा. सगळे पुस्तक एकदा तरी वाचून व समजून घ्यावे.

ॲपच्या माध्यमातून क्यू. आर. कोडद्वारे प्रत्येक पाठासंबंधी अधिक उपयुक्त दृक्-श्राव्य साहित्य आपणांस उपलब्ध होईल. त्याचा अभ्यासासाठी निश्चित उपयोग होईल.

दहावीची परीक्षा महत्त्वाची मानली जाते. या गोष्टीचा ताण न घेता चांगला अभ्यास करून मनासारखे यश मिळवण्यासाठी तुम्हांला शुभेच्छा!

(डॉ. सुनिल मगर)
संचालक
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व
अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे.

पुणे
दिनांक : १८ मार्च २०१८, गुढीपाडवा
भारतीय सौर दिनांक : २७ फाल्गुन १९३९

इयत्ता १० वी गणित भाग II अभ्यासक्रमातून खालील क्षमता विद्यार्थ्यांमध्ये विकसित होतील.

क्षेत्र	घटक	क्षमता विधाने
1. **भूमिती**	1.1 समरूप त्रिकोण 1.2 वर्तुळ	• समरूप त्रिकोणांचे गुणधर्म, एकरूप त्रिकोणांचे गुणधर्म व पायथागोरसचे प्रमेय यांचा उपयोग करून उदाहरणे सोडवता येणे. • समरूप त्रिकोणांची रचना करता येणे. • वर्तुळाच्या जीवेचे व स्पर्शिकेचे गुणधर्म यांचा उपयोग करता येणे. • वर्तुळाच्या स्पर्शिकांची रचना करता येणे.
2. **निर्देशक भूमिती**	2.1 निर्देशक भूमिती	• दोन बिंदूंमधील अंतर काढता येणे. • रेषाखंडाच्या विभाजक बिंदूचे निर्देशक काढता येणे. • रेषेचा चढ काढता येणे.
3. **महत्त्वमापन**	3.1 पृष्ठफळ व घनफळ	• वर्तुळकंसाची लांबी काढता येणे. • वर्तुळपाकळीचे व वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ काढता येणे. • दिलेल्या त्रिमितीय आकारांचे पृष्ठफळ आणि घनफळ काढता येणे.
4. **त्रिकोणमिती**	4.1 त्रिकोणमिती	• त्रिकोणमितीय नित्यसमानता वापरून उदाहरणे सोडवता येणे. • झाडाची उंची काढणे, नदीच्या पात्राची रुंदी काढणे अशा स्वरूपाच्या समस्यांसाठी त्रिकोणमितीचा उपयोग करता येणे.

शिक्षकांसाठी सूचना

प्रथम पुस्तकाचे सखोल वाचन करून ते समजून घ्यावे. विविध घटकांचे स्पष्टीकरण करणे व सूत्रांचा पडताळा घेणे या महत्त्वाच्या गोष्टींसाठी कृतींची मदत घ्यावी.

प्रात्यक्षिकांतूनही मूल्यमापन करायचे आहे. त्यासाठीही कृती वापरता येतात. विद्यार्थ्यांना स्वतंत्र विचार करण्यास उत्तेजन द्यावे. एखादे उदाहरण वेगळ्या परंतु तर्कशुद्ध पद्धतीने सोडवणाऱ्या विद्यार्थ्यांना खास शाबासकी द्यावी.

भूमितीतील प्रमेयांची विधाने लक्षात ठेवून त्यांचे उपयोजन करून उदाहरणे सोडवण्याचे कौशल्य विकसित करण्यासाठी पुस्तकातील कृतींखेरीज आणखी कृती तयार करता येतील.

प्रात्यक्षिकांची यादी (नमुना)

(1) पुठ्ठ्याचा एक त्रिकोणी तुकडा कापून घ्या. टेबलावर मेणबत्ती किंवा लहान दिवा लावा. भिंत व दिवा/मेणबत्ती यांमध्ये त्रिकोण धरा. त्याच्या सावलीचे निरीक्षण करा. सावली व मूळ त्रिकोण समरूप आहेत का ते ठरवा. (मूळचा त्रिकोण व त्याची सावली परस्परांशी समरूप असण्यासाठी कोणती खबरदारी घ्याल?)

(2) एकसारख्या मापाचे दोन काटकोन त्रिकोण कापून घ्या. त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूंना दोन्ही बाजूने A, B, C अशी नावे द्या. त्यांपैकी एका काटकोन त्रिकोणात कर्णावर शिरोलंब काढा. लंबपादास 'D' नाव द्या. एक त्रिकोण लंबावर कापून दोन लहान काटकोन त्रिकोण मिळवा. तीनही काटकोन त्रिकोण कोणत्या एकास एक संगतीने एकमेकांशी समरूप होतात ते लिहा.

(3) एक वर्तुळ काढा. त्याच्या अंतर्भागात, बाह्यभागात व वर्तुळावर प्रत्येकी एक, असे तीन बिंदू घ्या. या प्रत्येक बिंदूतून वर्तुळाला किती स्पर्शिका काढता येतील याची सारणी तयार करा. सारणीत कच्च्या आकृत्या काढून दाखवा.

(4) 'दोन बिंदूतून असंख्य वर्तुळे काढता येतात' हे दर्शवण्यासाठी, दिलेल्या दोन बिंदूतून कमीत कमी पाच वेगवेगळी वर्तुळे काढा.

(5) वर्तुळाचे गुणधर्म पडताळून पाहण्यासाठी उपयोगी पडेल असा खिळे बसवलेला जिओबोर्ड घ्या. रबरबँड वापरून खालीलपैकी कोणत्याही एका प्रमेयासाठी जिओबोर्डवर आकृती तयार करा.

(i) अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय (ii) स्पर्शिका-छेदिका कोनाचे प्रमेय

(iii) विरुद्ध वृत्तखंडातील कोनाचे प्रमेय

(6) एक वर्तुळ व एक कोनाची प्रतिकृती घेऊन वेगवेगळ्या स्थितींतील अंतर्खंडित कंस तयार करा. त्या आकृत्या वहीत काढा.

(7) एका कोनाचे चार समान भाग करा. कंपास व पट्टीचा वापर करा.

(8) एक चंचूपात्र घ्या. त्याची उंची व तळाची त्रिज्या मोजा. त्यावरून त्यात किती पाणी मावेल, ते सूत्राने काढा. ते पाण्याने भरून त्याचे आकारमान मोजपात्राच्या साहाय्याने मोजा. दोन्ही उत्तरांवरून निष्कर्ष काढा.

(9) शंकूछेदाच्या आकाराचा एक कागदी पेला घ्या. त्याच्या तळाची व वरील वर्तुळाकाराची त्रिज्या मोजा. पेल्याची उंची मोजा. त्या पेल्यात किती पाणी मावेल, ते सूत्रावरून काढा. तो पाण्याने पूर्ण भरून त्या पाण्याचे आकारमान मोजा. पाण्याचे आकारमान व सूत्राने काढलेले घनफळ यांची तुलना करून सूत्राचा पडताळा घ्या.

(10) जाड पुठ्ठ्याचे दोन समरूप त्रिकोण कापून घ्या. त्यांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर (i) त्यांच्या परिमितींच्या वर्गांच्या प्रमाणात आहे का, किंवा (ii) त्यांच्या मध्यगांच्या वर्गांच्या प्रमाणात आहे का हे प्रत्यक्ष मोजमाप करून ठरवा.

अनुक्रमणिका

प्रकरण		पृष्ठे
1.	समरूपता	1 ते 29
2.	पायथागोरसचे प्रमेय	30 ते 46
3.	वर्तुळ	47 ते 90
4.	भौमितिक रचना	91 ते 99
5.	निर्देशक भूमिती	100 ते 123
6.	त्रिकोणमिती	124 ते 139
7.	महत्त्वमापन	140 ते 163
•	उत्तरसूची	164 ते 168