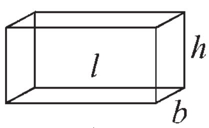
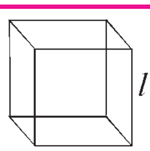
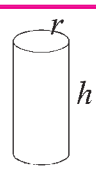
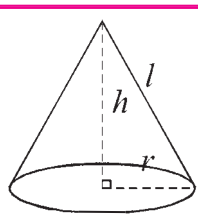
7 مساحت Mensuration

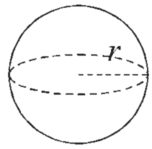
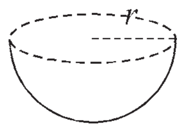
آیئے سیکھیں

- مختلف مجسم اشکال کی سطحوں کا رقبہ اور حجم پر مشتمل مخلوط مثالیں
- دائرے کا قوس – قوس کی لمبائی
- دائرے کے تراشے کا رقبہ
- قطعہ دائرے کا رقبہ

آیئے ذرا یاد کریں

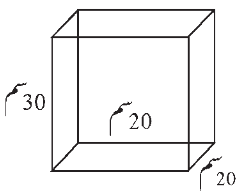
گذشتہ جماعتوں میں ہم نے بعض سہ ابعادی اشکال کی سطحوں کا رقبہ اور حجم کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ اس کے لیے استعمال ہونے والے ضابطوں کا اعادہ کرتے ہیں۔

نمبر شمار	سہ ابعادی اشکال	ضابطے
1	 مکعب نما/مستطیلی منشور	عمودی سطحوں کا رقبہ $= 2h\,(l + b)$ کل سطحوں کا رقبہ $= 2\,(lb + bh + hl)$ مکعب نما کا حجم $= lbh$
2	 مکعب	مکعب کی عمودی سطحوں کا رقبہ $= 4l^2$ مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ $= 6l^2$ مکعب کا حجم $= l^3$
3	 مدور استوانہ	مدور استوانے کی خمدار سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$ مدور استوانے کی کل سطحوں کا رقبہ $= 2\pi r\,(r + h)$ مدور استوانے کا حجم $= \pi r^2 h$
4	 مخروط	مخروط کی مائل بلندی $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$ مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ $= \pi rl$ مخروط کی کل سطحوں کا رقبہ $= \pi r\,(r + l)$ مخروط کا حجم $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

5	 کرہ	کرہ کی سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$ کرہ کا حجم $= \frac{4}{3}\pi r^3$
6	 نصف کرہ	نصف کرہ کی خمدار سطح کا رقبہ $= 2\pi r^2$ نصف کرہ کی کل سطح کا رقبہ $= 3\pi r^2$ نصف کرہ کا حجم $= \frac{2}{3}\pi r^3$

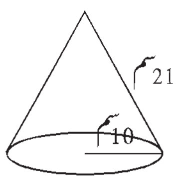
درج ذیل مثالیں حل کیجیے :

مثال (1) : متصلہ شکل میں 30 سم اونچائی، 20 سم لمبائی اور 20 سم چوڑائی کا ایک تیل کا ڈبہ ہے۔اس میں کتنے لیٹر تیل سمائے گا؟ (1 لٹر = 1000 مکعب سم)



شکل **7.1**

مثال (2) : متصلہ شکل میں جوکر کی ٹوپی دکھائی گئی ہے۔اس ٹوپی کو تیار کرنے کے لیے کتنا کپڑا درکار رہوگا؟



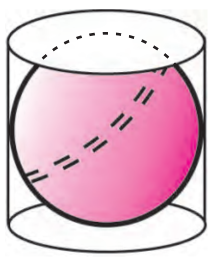
شکل **7.2**

غور کیجیے

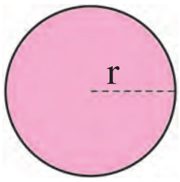
متصلہ شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق،

ایک مدور استوانے میں ایک گیند ہے۔گیند مدور استوانے کی تہہ اور خمدار سطح کو مس کرتی ہے۔مدور استوانے کے قاعدے کا نصف قطر r ہو تو

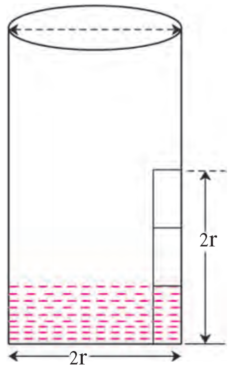
1. کرہ کا نصف قطر کتنا ہوگا؟
2. مدور استوانے کی خمدار سطح کا رقبہ اور کرہ کی خمدار سطح کا رقبہ کے درمیان نسبت کیا ہوگی؟
3. مدور استوانے کا حجم اور کرہ کے حجم میں کیا نسبت ہے؟


شکل **7.3**

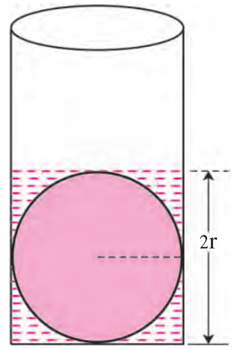
عملی کام :



شکل 7.4



شکل 7.5



شکل 7.6

درج بالا شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق ایک گیند اور گیند کے نصف قطر کے مساوی (r) نصف قطر والا ایک بیکر لیجیے۔ بیکر کے قطر کے مساوی لمبائی (2r) کے ایک کاغذ کی پٹی لیجیے۔ اس کاغذ کی لمبائی کے تین مساوی حصے کرنے کے لیے دو لکیریں کھینچیے۔ کاغذ کی وہ پٹی بیکر کے قاعدے سے عموداً چسپاں کیجیے۔ اب بیکر میں کاغذ کی پٹی کے نیچے پہلے حصے کے نشان تک پانی بھریئے۔ بعد میں گیند بیکر میں آہستہ سے اس طرح چھوڑیے کہ وہ بیکر کی تہہ سے مس ہو جائے۔ بیکر میں پانی کی سطح میں کہاں تک اضافہ ہوا ہے اس کا مشاہدہ کیجیے۔

پانی کی سطح کاغذ کی پٹی کے اونچائی کے نشان تک پہنچی ہوئی دکھائی دے گی۔

اس مشاہدے کے ذریعے گیند کے حجم کا ضابطہ کس طرح حاصل ہوتا ہے اسے سمجھ لیجیے۔

بیکر مدور استوانے کی شکل کا ہے۔ یعنی بیکر کی 2r اونچائی تک کے حصے کا حجم، مدور استوانے کے حجم کے ضابطے سے ظاہر ہوتا ہے۔

فرض کریں یہ حجم V ہے۔

$\therefore \quad V = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$

لیکن، $V =$ بیکر میں پہلے بھرے ہوئے پانی کا حجم + گیند کا حجم

$=$ گیند کا حجم + $\frac{1}{3} \times 2\pi r^3$

$\therefore$ گیند کا حجم $= V - \frac{1}{3} \times 2\pi r^3$

$= 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{6\pi r^3 - 2\pi r^3}{3} = \frac{4\pi r^3}{3}$

کرے کے حجم کا ضابطہ '$V = \frac{4}{3}\pi r^3$' حاصل ہوتا ہے۔

آپ اس ضابطے کا استعمال کر کے شکل 7.3 کے سوال نمبر 3 کا جواب حاصل کر سکتے ہیں۔

مثال (1) : ایک مدوراستوانہ نما پانی کی ٹانکی کا نصف قطر 2.8 میٹر اور اونچائی 3.5 میٹر ہے۔ اس ٹانکی میں کتنا لٹر پانی سمائے گا؟ ایک شخص کو روزانہ اوسطاً 70 لٹر پانی درکار رہتا ہو تو پوری بھری ہوئی ٹانکی کا پانی روزانہ کتنے لوگوں کے لیے کافی ہوگا؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

حل : نصف قطر (r) = 2.8 میٹر، اونچائی (h) = 3.5 میٹر، $\pi = \frac{22}{7}$

پانی کی ٹانکی کی گنجائش = مدوراستوانہ شکل کی ٹانکی کا حجم

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 3.5$

= 86.24 مکعب میٹر

= 86.24 × 1000 لٹر ... ($\because$ 1 مکعب میٹر = 1000 لٹر)

= 86240.00 لٹر

اس لیے ٹانکی میں 86240 لٹر پانی سمائے گا۔

ایک شخص کو روزانہ 70 لٹر پانی درکار رہتا ہے۔

$\therefore$ مکمل بھری ہوئی ٹانکی کا پانی استعمال کرنے والے اشخاص کی تعداد = $\frac{86240}{70} = 1232$

اس لیے مکمل بھری ہوئی ٹانکی کا پانی 1232 اشخاص کے لیے کافی ہوگا۔

مثال (2) : 30 سم نصف قطر کا ایک ٹھوس کرہ پگھلا کر اس سے 10 سم نصف قطر اور 6 سم اونچائی والے ٹھوس مدوراستوانے بنائیں تو بتایئے کتنے استوانے تیار ہوں گے؟

حل : کرے کا نصف قطر، $r = 30$ سم

مدوراستوانے کا نصف قطر، R = 10 سم

مدوراستوانے کی اونچائی، H = 6 سم

فرض کریں n استوانے تیار ہوں گے۔

$\therefore$ کرے کا حجم = n × ایک مدوراستوانے کا حجم

$\therefore$ مدوراستوانوں کی تعداد = n = کرہ کا حجم ÷ ایک مدوراستوانے کا حجم

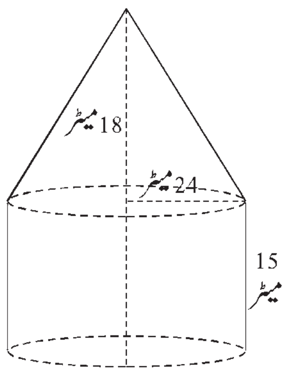
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi (r)^3}{\pi (R)^2 H}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\times(30)^3}{10^2\times 6} \qquad = \frac{\frac{4}{3}\times 30\times 30\times 30}{10\times 10\times 6} \quad = 60$$

$\therefore$ کل 60 مدوراستوانے تیار ہوں گے۔

مثال (3) : سرکس کے خیمے کا نچلا حصہ مدوراستوانہ شکل کا اور اوپری حصہ مخروط شکل کا ہے۔ خیمے کے قاعدے کا قطر 48 میٹر ہے۔ مدوراستوانہ نما حصے کی اونچائی 15 میٹر ہے۔ خیمے کی کل بلندی 33 میٹر ہے تو خیمے کے لیے درکار کپڑے کا رقبہ اور خیمے میں موجود ہوا کا حجم معلوم کیجیے۔

حل : خیمے کی کل اونچائی 33 میٹر ہے۔



شکل 7.7

فرض کریں مدوراستوانہ نما حصے کی اونچائی = H، اس لیے میٹر H = 15

$\therefore$ مخروطی حصے کی عمودی اونچائی = h = 33 − 15 = 18 میٹر

مخروط کی مائل بلندی $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{24^2 + 18^2}$

$= \sqrt{576 + 324}$

$= \sqrt{900}$

$l = 30$ میٹر

مخروطی حصے کی مائل سطح کا رقبہ + مدوراستوانے کی خمدار سطح کا رقبہ = سرکس کے خیمے کے لیے درکار کپڑے کا رقبہ

$= 2\pi rH + \pi rl$

$= \pi r\,(2H + l)$

$= \frac{22}{7} \times 24\,(2 \times 15 + 30)$

$= \frac{22}{7} \times 24 \times 60$

$= 4525.71$ مربع سم

مخروطی حصے کا حجم + مدوراستوانہ نما حصے کا حجم = خیمے میں موجود ہوا کا حجم

$= \pi r^2 H + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \pi r^2 \left(H + \frac{1}{3}h\right)$

$= \frac{22}{7} \times 24^2\,(15 + \frac{1}{3} \times 18)$

$= \frac{22}{7} \times 576 \times 21$

$= 38,016$ مکعب میٹر

$\therefore$ خیمے کے لیے لگنے والے کپڑے کا رقبہ = 4525.71 مربع میٹر اور

خیمے میں موجود ہوا کا حجم = 38016 مکعب میٹر

مشقی سیٹ 7.1

.1 ایک مخروط کے قاعدے کا نصف قطر 1.5 سم اور عمودی بلندی 5 سم ہے۔ تو اُس مخروط کا حجم معلوم کیجیے۔

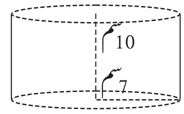
.2 6 سم قطر والے کرے کا حجم معلوم کیجیے۔

.3 ایک مدور استوانے کے قاعدے کا نصف قطر 5 سم اور اونچائی 40 سم ہے تو اس کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

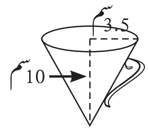
.4 ایک کرہ کا نصف قطر 7 سم ہو تو اس کی خمدار سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

.5 ایک ٹھوس دھاتی مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 44 سم، 21 سم اور 12 سم ہے اسے پگھلا کر 24 سم بلندی والا ایک مخروط بنایا گیا۔ مخروط کے قاعدے کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

.6 شکل 7.8 اور 7.9 میں برتنوں کے پیمائش (ناپ) کا مشاہدہ کیجیے۔ اس کی مدد سے بتائیے کہ مدور استوانہ نما ڈرم بھرنے کے لیے کتنے جگ پانی لگے گا؟

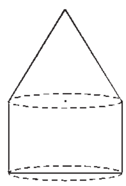


شکل 7.9
استوانہ شکل کا ڈرم



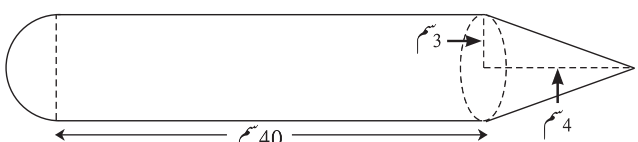
شکل 7.8
مخروطی شکل کا پانی کا جگ

.7 شکل میں مدور استوانہ اور مخروط کے قاعدے مساوی ہیں۔ مدور استوانے پر مخروط رکھا گیا ہے۔ مدور استوانے کی اونچائی 3 سم ہے۔ قاعدے کا رقبہ 100 مربع سم ہے۔ اگر کل مجسم شکل کا حجم 500 مکعب سم ہو تو اس مجسم شکل کی اونچائی معلوم کیجیے۔



شکل 7.10

.8 کھلونے کی ایک تصویر میں دی ہوئی معلومات پر سے نصف کرہ، مدور استوانہ اور مخروط سے تیار ہونے والے کھلونے کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

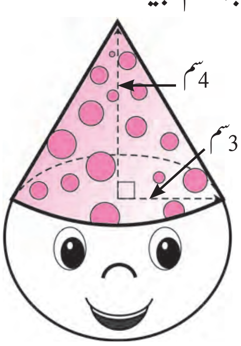


شکل 7.11

.9 شکل 7.12 میں مدور استوانے کی شکل کا قرص رکھنے والا ڈبا ہے۔ ایک قرص کا نصف قطر 7 ملی میٹر اور بلندی 5 ملی میٹر ہو تو اس ڈبے میں کتنی قرص رکھی جاسکتی ہیں؟

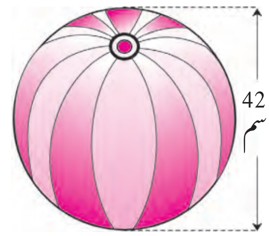
شکل 7.12

.10 شکل 7.13 میں بچوں کا ایک کھلونا ہے۔ جو ایک نصف کرے اور ایک مخروط کی مدد سے تیار کیا گیا ہے۔ شکل میں دکھائی گئی پیمائشوں کی مدد سے کھلونے کا حجم اور خمدار سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔



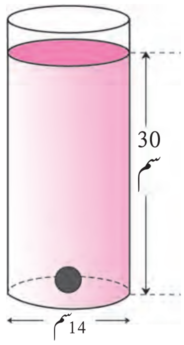
شکل 7.13

11. شکل میں دکھائے گئے بیچ بال (beach ball) کی خمدار سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کیجیے۔



شکل 7.14

12. شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق ایک مدور استوانہ نما گلاس میں پانی ہے اس میں 2 سم قطر والی ایک دھاتی گولی (شکل کے مطابق) ڈوبی ہوئی ہے۔ تو پانی کا حجم معلوم کیجیے۔



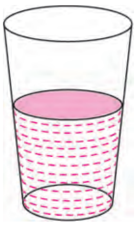
شکل 7.15

آئیے سمجھ لیں

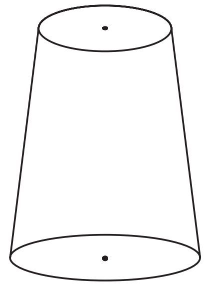
مخروطِ ناقص (Frustum of the cone)

ہم پانی پینے کے لیے گلاس کا استعمال کرتے ہیں۔

یہ گلاس کی شکل اور ساتھ ہی ساتھ پانی کی شکل بھی ناقص مخروط ہے۔

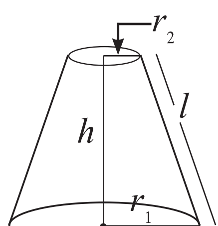


شکل 7.16



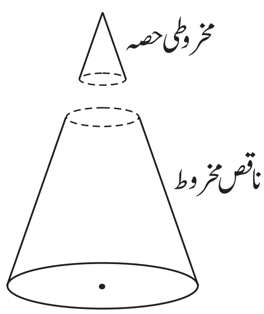
شکل 7.20

اوندھا رکھا ہوا گلاس



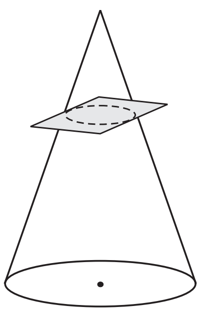
شکل 7.19

مخروط ناقص



شکل 7.18

مخروط کاٹنے کے بعد علیحدہ ہوئے دو حصے



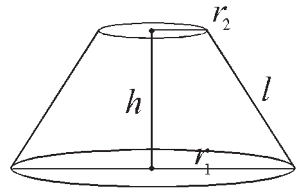
شکل 7.17

مخروط کاٹتے وقت

شکل 7.17 میں ایک مخروط کو اوندھا کر کے دکھایا گیا ہے۔ اس مخروط کو اس کے قاعدے کے متوازی اس طرح قطع کیا گیا ہے کہ اس طرح بننے والے دو حصوں میں سے ایک حصہ کی شکل مخروط ہے بچے ہوئے دوسرے حصے کو ناقص مخروط (Frustum) کہتے ہیں۔

مخروط کی طرح ہی ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کیا جاتا ہے۔ اس کے لیے ہم درج ذیل ضابطوں کا استعمال کریں گے۔

اسے ذہن نشین کرلیں



شکل 7.21

h = ناقص مخروط کی بلندی ، l = ناقص مخروط کی مائل بلندی

یہاں، ناقص مخروط کے دائروی سروں کے نصف قطر r_1 اور r_2 ہیں اور $r_1 > r_2$

ناقص مخروط کی مائل بلندی $= l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ $= \pi l\,(r_1 + r_2)$

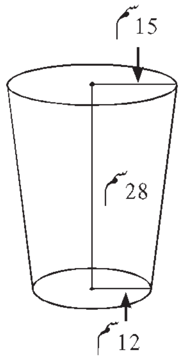
ناقص مخروط کی کل سطح کا رقبہ $= \pi l\,(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

ناقص مخروط کا حجم $= \frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$

حل کردہ مثالیں

مثال (1) : ایک ناقص مخروط شکل کی بالٹی کی اونچائی 28 سم ہے۔ اس بالٹی کے دونوں سرے کے دائروں کے نصف قطر 12 سم اور 15 سم ہیں تو بالٹی میں کتنے لٹر پانی سمائے گا؟ $(\pi = \frac{22}{7})$

حل : بالٹی کے دونوں سروں کے دائروں کے نصف قطر سم $r_1 = 15$ ، سم $r_2 = 12$ ، بالٹی کی بلندی = سم $h = 28$



شکل 7.22

بالٹی کی گنجائش = ناقص مخروط کا حجم

$= \frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 28\,(15^2 + 12^2 + 15 \times 12)$

$= \frac{22 \times 4}{3} \times (225 + 144 + 180)$

$= \frac{22 \times 4}{3} \times 549$

$= 88 \times 183$

$= 16104$ مکعب سم $= 16.104$ لٹر

بالٹی میں 16.104 لٹر پانی سمائے گا۔

مثال (2) : ناقص مخروط کے دائروی حصوں کے نصف قطر 14 سم اور 8 سم ہیں۔ اگر ناقص مخروط کی بلندی 8 سم ہو تو درج ذیل قیمتیں معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$

(i) ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ (ii) ناقص مخروط کی کل سطح کا رقبہ (iii) ناقص مخروط کا حجم

حل : یہاں سم $r_1 = 14$ ، سم $r_2 = 8$ ، سم $h = 8$ بلندی

ناقص مخروط کی مائل بلندی ، $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$l = \sqrt{8^2 + (14 - 8)^2}$

$l = \sqrt{64 + 36} = 10$ سم

ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ $= \pi (r_1 + r_2)\, l$

$= 3.14 \times (14 + 8) \times 10$

$= 690$ مربع سم

ناقص مخروط کی کل سطح کا رقبہ $= \pi l(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$= 3.14 \times 10\,(14 + 8) + 3.14 \times 14^2 + 3.14 \times 8^2$

$= 690.8 + 615.44 + 200.96$

$= 690.8 + 816.4$

$= 1507.2$ مربع سم

ناقص مخروط کا حجم $= \frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 8\,(14^2 + 8^2 + 14 \times 8)$

$= 3114.88$ مکعب سم

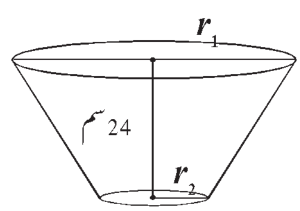
مشقی سیٹ 7.2

.1 ناقص مخروط شکل والی پانی کی بالٹی کی بلندی 30 سم اور دونوں دائروی حصوں کے نصف قطر 14 سم اور 7 سم ہیں۔ بالٹی میں کتنے لٹر پانی سمائے گا؟ (1 لٹر = 1000 مکعب سم)

.2 ایک ناقص مخروط کے دائروی حصوں کا نصف قطر 14 سم اور 6 سم ہے۔ اس کی بلندی 6 سم ہے۔ درج ذیل قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ (ii) ناقص مخروط کی کل سطح کا رقبہ (iii) ناقص مخروط کا حجم

.3 شکل 7.23 میں ایک ناقص مخروط کے دائروی حصوں کے محیط بالترتیب 132 سم اور 88 سم ہیں۔ اس کی بلندی 24 سم ہے تو اس ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔ $(\pi = \frac{22}{7})$



شکل 7.23

محیط$_1 = 2\pi r_1 = 132$

$r_1 = \frac{132}{2\pi} = \square$ سم

محیط$_2 = 2\pi r_2 = 88$

$r_2 = \frac{88}{2\pi} = \square$ سم

ناقص مخروط کی مائل بلندی $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$l = \sqrt{\square^2 + \square^2}$

$l = \square$ سم

ناقص مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ $= \pi(r_1 + r_2)l$

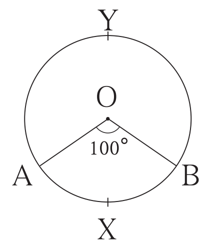
$= \pi \times \square \times \square$

$= \square$ مربع سم

آیئے ذرا یاد کریں

متصلہ شکل 7.24 کی مدد سے جدول مکمل کیجیے۔

قوس کی پیمائش	قوس کا نام	قوس کی قسم
....	قوس AXB	اصغر قوس
....	قوس AYB	....



شکل **7.24**

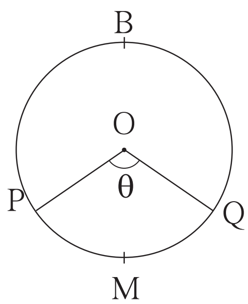
آیئے سمجھ لیں

دائرے کا تراشہ (Sector of a circle)

شکل میں مرکزی زاویے کی وجہ سے دائروی علاقہ دو حصوں میں تقسیم ہوگیا ہے۔ ہر حصہ کو دائرے کا تراشہ کہتے ہیں۔

"دائرے کے دو نصف قطر اور اس کے سروں کو ملانے والے دائرے کے قوس کے ذریعے بننے والے حصے کو دائرے کا تراشہ کہتے ہیں۔"

شکل میں O – PMQ اور O – PBQ یہ دونوں ایک دائرے کے تراشے ہیں۔



شکل 7.25

اصغر تراشہ (Minor sector) :

دو نصف قطر اور ان سے متعلقہ اصغر قوس کے ذریعے بننے والے تراشے کو اصغر تراشہ کہتے ہیں۔

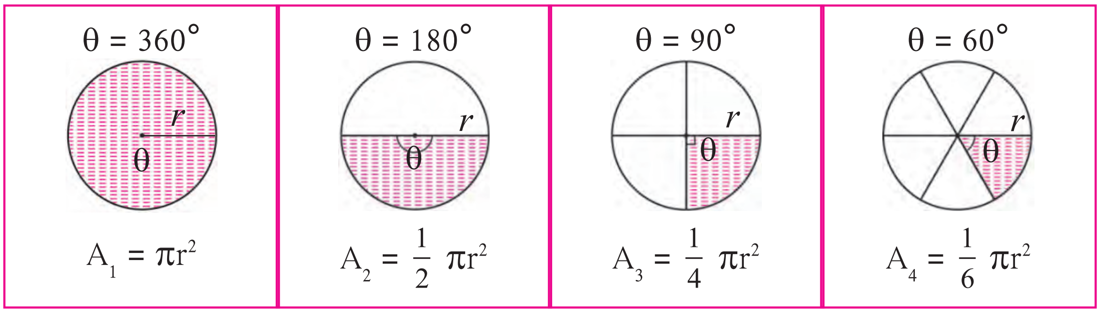
شکل میں O – PMQ اصغر تراشہ ہے۔

اکبر تراشہ (Major sector) :

دو نصف قطر اور ان سے متعلقہ اکبر قوس کے ذریعے بننے والا تراشہ، اکبر تراشہ کہلاتا ہے۔ شکل میں O – PBQ اکبر تراشہ ہے۔

دائرے کے تراشہ کا رقبہ (Area of a sector)

درج ذیل شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق مساوی نصف قطر والے دائروں کے نشان زدہ حصوں کے رقبوں کا مشاہدہ کیجیے اور درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔



شکل 7.26

مکمل زاویہ = 360° = دائرے کے مرکزی زاویے کی پیمائش

دائرے کا مرکزی زاویہ = 360°,		دائرے کا رقبہ = πr^2	
دائرے کا تراشہ	دائرے کے تراشے کے قوس کی پیمائش	$\frac{\theta}{360}$	دائرے کے تراشے کا رقبہ A
A_1	360°	$\frac{360}{360}=1$	$1 \times \pi r^2$
A_2	180°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \pi r^2$
A_3	90°	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \pi r^2$
A_4	60°	....	....
A	θ	$\frac{\theta}{360}$	$\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

جدول کی مدد سے سمجھ میں آتا ہے کہ دائرے کے رقبے کو $\frac{\theta}{360}$ سے ضرب کرنے پر θ پیمائش والے قوس سے متعلقہ تراشے کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

یہ ضابطہ درج ذیل طریقے سے لکھا جا سکتا ہے۔

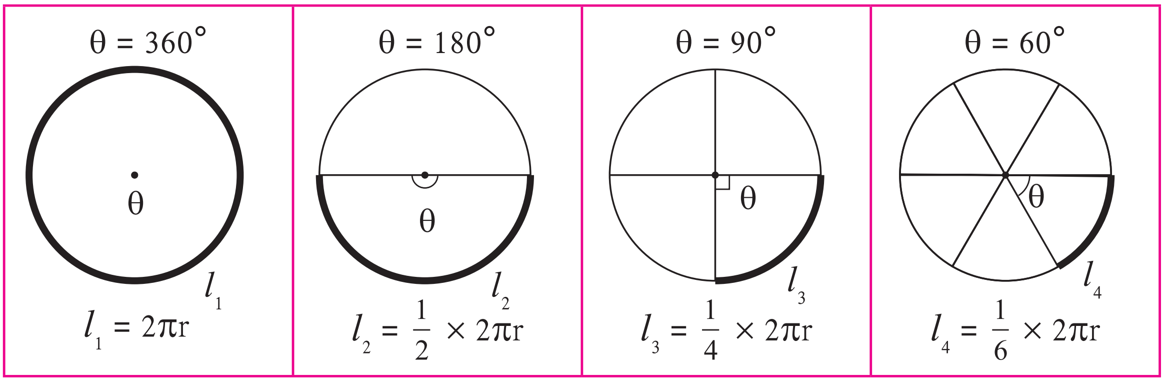
دائرے کے تراشے کا رقبہ $(A) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\theta}{360}$$ ... (اس ضابطے کی بنا پر)

یعنی , $\frac{\text{دائرے کے تراشے کا رقبہ}}{\text{دائرے کا رقبہ}} = \frac{\theta}{360}$

قوس کی لمبائی (Length of an arc)

درج ذیل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق مساوی نصف قطر والے دائروں کے واضح نمایاں کیے ہوئے قوس کی لمبائی کا مشاہدہ کیجیے اور درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔



شکل 7.27

دائرے کے قوس کی لمبائی	دائرے کے قوس کی پیمائش (θ)	$\frac{\theta}{360}$	دائرے کے قوس کی لمبائی (l)
l_1	360°	$\frac{360}{360} = 1$	$1 \times 2\pi r$
l_2	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 2\pi r$
l_3	90°	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 2\pi r$
l_4	60°	....	....
l	θ	$\frac{\theta}{360}$	$\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

مندرجہ بالا تواتر کی بنا پر یہ سمجھ میں آتا ہے کہ جب محیط کو $\frac{\theta}{360}$ سے ضرب کرتے ہیں تو θ پیمائش والے دائرے کے قوس کی لمبائی حاصل ہوتی ہے۔ اسے ضابطے کی شکل میں مندرجہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$$\text{دائرے کے قوس کی لمبائی } (l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

اس ضابطے کی بنا پر،

$$\therefore \frac{l}{2\pi r} = \frac{\theta}{360}$$

$$\frac{\text{دائرے کے قوس کی لمبائی}}{\text{محیط}} = \frac{\theta}{360}$$

دائرے کے قوس کی لمبائی اور دائرے کے تراشے کے رقبے کے درمیان تعلق۔

$$\text{دائرے کے تراشے کا رقبہ } (A) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \quad \ldots (I)$$

$$\text{اسی طرح، دائرے کے قوس کی لمبائی } (l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$\therefore \frac{\theta}{360} = \frac{l}{2\pi r} \quad \ldots (II)$$

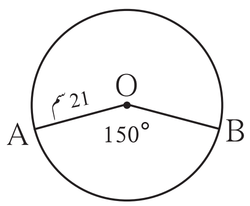
$$A = \frac{l}{2\pi r} \times \pi r^2 \quad \ldots (\text{I اور II سے})$$

$$A = \frac{1}{2}\, l r = \frac{l r}{2}$$

$$\therefore \text{دائرے کے تراشے کا رقبہ} = \frac{\text{نصف قطر} \times \text{دائرے کے قوس کی لمبائی}}{2}$$

$$\text{اسی طرح، } \frac{A}{\pi r^2} = \frac{l}{2\pi r} = \frac{\theta}{360}$$

حل کردہ مثالیں



شکل 7.28

مثال (1) : 21 سم نصف قطر والے دائرے کے تراشے کے قوس کی پیمائش 150° ہے۔ دائرے کے تراشے کا رقبہ اور نظیری قوس کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل : یہاں، $r = 21$ سم، $\theta = 150°$، $\pi = \frac{22}{7}$

$$\text{دائرے کے تراشے کا رقبہ } (A) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

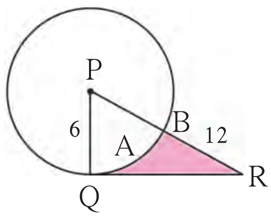
$$= \frac{150}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$= \frac{1155}{2} \text{ مربع سم} = 577.5 \text{ مربع سم}$$

$$\text{دائرے کے قوس کی لمبائی} = l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$= \frac{150}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 55 \text{ سم}$$



شکل 7.29

مثال (2) : شکل میں دائرے کا مرکز P اور دائرے کا نصف قطر 6 سم ہے۔قطعہ QR دائرے کا مماس ہے۔سم PR = 12 ہوتو نشان زدہ حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\sqrt{3} = 1.73)$

حل : دائرے کے مماس کے تماسی نقطے سے کھینچا گیا نصف قطر مماس پر عمود ہوتا ہے۔

اس لیے $\triangle PQR$ میں،

$\angle PQR = 90°$, PQ = 6 سم , PR = 12 سم , $\therefore\ PQ = \frac{PR}{2}$

اگر قائمۃ الزاویہ مثلث کا ایک ضلع، وتر کا نصف ہوتو اس ضلع کے مقابل کے زاویے کی پیمائش 30° ہوتی ہے۔

$\therefore\ \angle R = 30°$ اور $\angle P = 60°$

$30° - 60° - 90°$ مسئلے کی رؤ سے،

$QR = \frac{\sqrt{3}}{2} \times PR = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$

$QR = 6\sqrt{3}$ سم

$\therefore\ A(\Delta PQR) = \frac{1}{2}\ QR \times PQ$ ... (مثلث کے رقبے کا ضابطہ)

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$

$= 18\sqrt{3} = 18 \times 1.73$

$= 31.14$ مربع سم

دائرے کے تراشے کا رقبہ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$\therefore\ A(P\text{-}QAB) = \frac{60}{360} \times 3.14 \times 6^2$

$= \frac{1}{6} \times 3.14 \times 6 \times 6 = 3.14 \times 6$

$= 18.84$ مربع سم

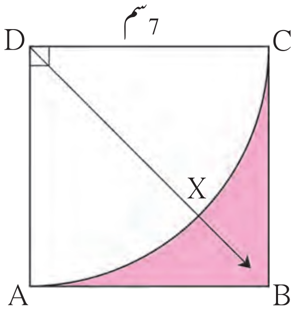
نشان زدہ حصے کا رقبہ $= A(\triangle PQR) - A(P - QAB)$

$= 31.14 - 18.84$

$= 12.30$ مربع سم

نشان زدہ حصے کا رقبہ $= 12.30$ مربع سم

عملی کام :



شکل 7.30

دی ہوئی شکل میں، مربع ABCD کا ہر ضلع 7 سم ہے۔ نقطہ D کو مرکز مان کر DA نصف قطر کا تراشہ D – AXC بنایا گیا ہے۔ تو نشان زدہ علاقے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے خالی چوکون مکمل کر کے مثال حل کیجیے۔

حل : (ضابطہ) ... مربعے کا رقبہ = ☐

= ☐

= 49 مربع سم

(ضابطہ) ... تراشے (D – AXC) کا رقبہ = ☐

$= \frac{☐}{360} \times \frac{22}{7} \times ☐$

= 38.5 مربع سم

نشان زدہ علاقے کا رقبہ = کا رقبہ ☐ – کا رقبہ ☐

= ☐ مربع سم – ☐ مربع سم

= ☐ مربع سم

مشقی سیٹ 7.3

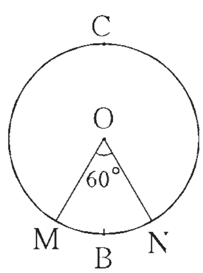
1. دائرے کا نصف قطر 10 سم ہے۔ قوس کی پیمائش 54° ہو تو اس قوس سے بننے والے تراشہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)
2. ایک دائرے کے قوس کی پیمائش 80° اور نصف قطر 18 سم ہے۔ اس قوس کی لمبائی معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)
3. دائرے کا نصف قطر 3.5 سم اور قوس کی لمبائی 2.2 سم ہو تو تراشے کا رقبہ معلوم کیجیے۔
4. ایک دائرے کا نصف قطر 10 سم ہے۔ تراشے کا رقبہ 100 مربع سم ہو تو اس کے متعلقہ اکبر تراشہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)
5. 15 سم نصف قطر والے دائرے کے ایک تراشے کا رقبہ 30 مربع سم ہے۔ اس کے متعلقہ قوس کی لمبائی معلوم کیجیے۔
6. مقابل کی شکل میں، دائرے کا نصف قطر 7 سم ہے۔

اور m(قوس MBN) = 60°

ہو تو (1) دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

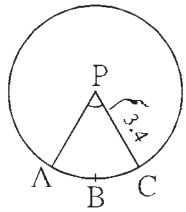
(2) A(O – MBN) معلوم کیجیے۔

(3) A(O – MCN) معلوم کیجیے۔



شکل 7.31

.7   3.4 سم نصف قطر کے تراشے کا محیط 12.8 سم ہے۔تو تراشے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

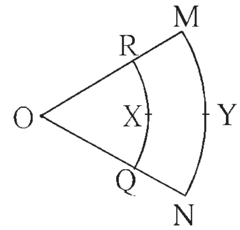


شکل 7.32

.8   شکل 7.33 میں، نقطہ 'O' تراشے کا مرکز ہے۔

$\angle ROQ = \angle MON = 60°$، OR = 7 سم

OM = 21 سم ہوتو قوس RXQ اور قوس MYN کی قیمت معلوم کیجیے۔ $(\pi = \frac{22}{7})$

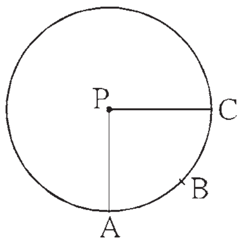


شکل 7.33

.9   شکل 7.34 میں، مربع سم A (P – ABC) = 154، دائرے کا نصف قطر 14 سم ہوتو

(i)   ∠APC کی پیائش معلوم کیجیے۔

(ii)   قوس ABC کی لمبائی معلوم کیجیے۔



شکل 7.34

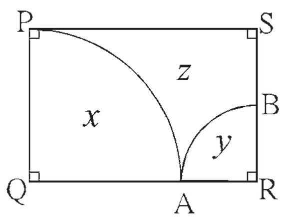
.10   دائرے کا نصف قطر 7 سم ہے۔اگر تراشوں کے قوسین کی پیائشیں ذیل کے مطابق ہوں تو ان تراشوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 30°   (ii) 210°   (iii) 3 قائمہ زاویہ

.11   اصغر تراشے کا رقبہ 3.85 مربع سم اور نظیری مرکزی زاویہ کی پیائش 36° ہوتو اس دائرے کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

.12   شکل 7.35 میں □PQRS ایک مستطیل ہے۔

PQ = 14 سم، QR = 21 سم ہوتو شکل میں x، y اور z میں سے ہر ایک کا رقبہ معلوم کیجیے۔



شکل 7.35

.13   △LMN متساوی الاضلاع مثلث ہے۔

LM = 14 سم، مثلث کے ہر راس کو مرکز مان کر 7 سم نصف قطر لے کر شکل کے مطابق تین تراشے بنائے گئے ہیں۔

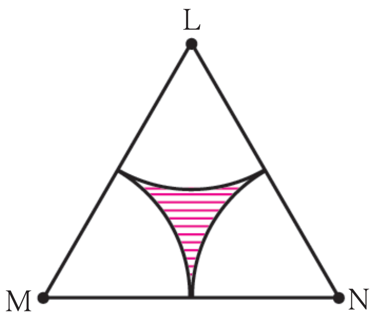
اس معلومات کی بنا پر،

(1)   A (△LMN) = ?

(2)   ایک تراشے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(3)   تینوں تراشوں کا کل رقبہ معلوم کیجیے۔

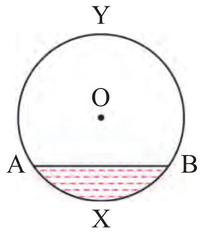
(4)   نشان زدہ علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔



شکل 7.36

آیئے سمجھ لیں

دائرے کا قطعہ دائرہ (Segment of a circle)



شکل 7.37

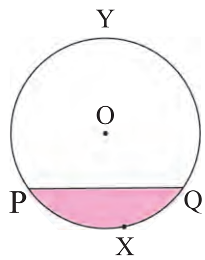
قطعہ دائرہ یعنی، وتر اور قوس سے گھرا ہوا علاقہ

اصغر قطعہ دائرہ : وتر اور اصغر قوس سے گھرا ہوا علاقہ اصغر قطعہ دائرہ کہلاتا ہے۔شکل میں قطعہ دائرہ AXB، اصغر قطعہ دائرہ ہے۔

اکبر قطعہ دائرہ : وتر اور اکبر قوس سے گھرا علاقہ، اکبر قطعہ دائرہ کہلاتا ہے۔شکل میں قطعہ دائرہ AYB، اکبر قطعہ دائرہ ہے۔

نصف قطعہ دائرہ : قطر سے بنے قطعہ دائرے کو نصف قطعہ دائرہ کہتے ہیں۔

قطعہ دائرہ کا رقبہ (Area of a segment)

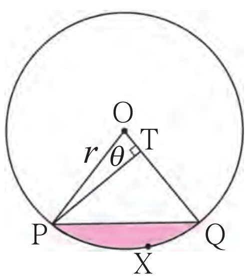


شکل 7.38

شکل میں PXQ، اصغر قطعہ دائرہ ہے۔

اور PYQ، اکبر قطعہ دائرہ ہے۔

اصغر قطعہ دائرہ کا رقبہ کیسے معلوم کریں؟



شکل 7.39

مرکز 'O' سے دائرے میں OP اور OQ دو نصف قطر کھینچیے۔

یہاں $\angle POQ = \theta$ ہے۔آپ تراشے O–PXQ کا رقبہ معلوم کرسکتے ہیں۔اُسی طرح $\triangle OPQ$ کا رقبہ بھی معلوم کرسکتے ہیں۔تراشے کے رقبے میں سے مثلث کا رقبہ تفریق کرنے پر اصغر قطعہ دائرے کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

اصغر قطعہ دائرہ PXQ کا رقبہ = تراشے (O – PXQ) کا رقبہ – $\triangle OPQ$ کا رقبہ

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \triangle OPQ \text{ کا رقبہ} \qquad \ldots \text{(I)}$$

شکل میں $\triangle OPQ$ میں، قطعہ PT، ضلع OQ پر کھینچا ہوا عمود ہے۔

قائمۃ الزاویہ $\triangle OTP$ میں،

$$\sin \theta = \frac{PT}{OP}$$

$$\therefore \; PT = OP \times \sin\theta$$

$$PT = r\sin\theta \qquad \ldots (\because OP = r)$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \times \frac{1}{2} = \Delta OPQ \text{ کارقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times OQ \times PT$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times r\sin\theta$$

$$= \frac{1}{2} \times r^2 \sin\theta \qquad \ldots (ii)$$

بیان (I) اور (II) کی رُو سے،

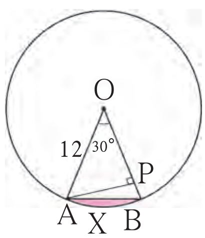
$$\text{قطعہ دائرہ PXQ کارقبہ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta$$

$$= r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$$

(ہم نے حادّہ زاویوں کے sine مثلثیاتی نسبتوں کا مطالعہ کیا ہے اس لیے θ کی پیمائش $90°$ یا اس سے کم ہو تو اس ضابطہ کو آسانی سے استعمال کر سکتے ہیں۔ اسے ذہن نشین کر لیجیے۔

حل کردہ مثالیں

مثال (1) : شکل 7.40 میں $\angle AOB = 30°$، $OA = 12$ سم ہو تو اصغر قطعہ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$



طریقہ (I)

$r = 12$ سم، $\theta = 30°$، $\pi = 3.14$

$$\text{تراشہ O–AXB کارقبہ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 12^2$$

$$= 3.14 \times 2$$

$$= 37.68 \text{ مربع سم}$$

$$A(\Delta OAB) = \frac{1}{2} r^2 \times \sin\theta$$

$$= \frac{1}{2} \times 12^2 \times \sin 30$$

$$= \frac{1}{2} \times 144 \times \frac{1}{2} \qquad \ldots (\because \sin 30 = \frac{1}{2})$$

$$= 36 \text{ مربع سم}$$

$$\text{قطعہ دائرہ AXB کارقبہ} = \text{تراشے (O – AXB) کارقبہ} - A(\triangle OAB)$$

$$= 37.68 - 36 = 1.68 \text{ مربع سم}$$

طریقہ (II) :

$$\text{قطعہ دائرے AXB کا رقبہ} = r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$$

$$= 12^2\left[\frac{3.14\times 30}{360} - \frac{\sin 30}{2}\right]$$

$$= 144\left[\frac{3.14}{12} - \frac{1}{2\times 2}\right]$$

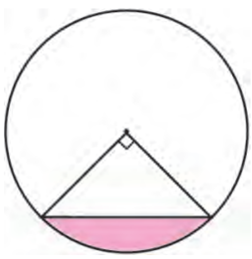
$$= \frac{144}{4}\left[\frac{3.14}{3} - 1\right]$$

$$= 36\left[\frac{3.14-3}{3}\right]$$

$$= \frac{36}{3}\times 0.14 = 12 \times 0.14$$

قطعہ دائرے AXB کا رقبہ = 1.68 مربع سم

مثال (2) : 'P' مرکز والے دائرے کا نصف قطر 10 سم ہے۔ وتر AB، دائرے کے مرکز پر قائمہ زاویہ بناتا ہو تو اصغر قطعہ دائرے اور اکبر قطعہ دائرے کے رقبے معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$



شکل 7.41

حل : $r = 10$ سم، $\theta = 90°$، $\pi = 3.14$

$$\text{تراشے کا رقبہ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times 10^2$$

$$= \frac{1}{4} \times 314$$

= 78.5 مربع سم

$$A(\Delta APB) = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

= 50 مربع سم

اصغر قطعہ دائرے کا رقبہ = تراشے کا رقبہ − مثلث کا رقبہ

= 78.5 − 50

= 28.5 مربع سم

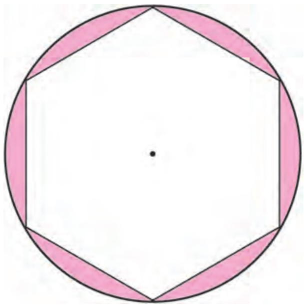
اکبر قطعہ دائرے کا رقبہ = دائرہ کا رقبہ − اصغر قطعہ دائرے کا رقبہ

$$= 3.14 \times 10^2 - 28.5$$

= 314 − 28.5

= 285.5 مربع سم

مثال (3) : ایک دائرے کا نصف قطر 14 سم ہے۔ اُس میں ایک منتظم مسدس حائط ہے۔ منتظم مسدس کے بیرونی اور دائرے کے اندرونی علاقے کے درمیان کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\pi = \frac{22}{7},\ \sqrt{3} = 1.732)$



شکل 7.42

حل : منتظم مسدس کے حائط دائرے کا نصف قطر = منتظم مسدس کا ضلع

$\therefore$ منتظم مسدس کا ضلع = 14 سم

منتظم مسدس کا رقبہ $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ (ضلع)^2

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14^2$

= 509.21 مربع سم

دائرے کا رقبہ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

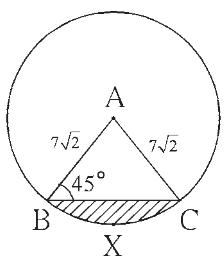
= 616 مربع سم

منتظم مسدس کے بیرونی اور دائرے کے اندرونی علاقے کے درمیان کا رقبہ (خط کشیدہ علاقے کا رقبہ) = دائرہ کا رقبہ − منتظم مسدس کا رقبہ

= 616 − 509.21

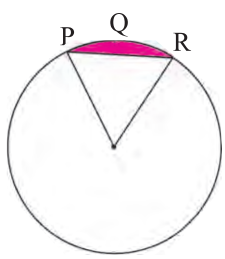
= 106.79 مربع سم

مشقی سیٹ 7.4



شکل 7.43

1. شکل 7.43 میں، 'A' مرکز والے دائرے میں، $\angle ABC = 45°$، $AC = 7\sqrt{2}$ سم ہو تو قطعہ دائرہ BXC کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14,\ \sqrt{2} = 1.41)$

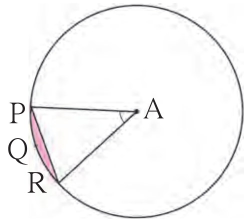


شکل 7.44

2. شکل 7.44 میں دائرے کا مرکز 'O' ہے۔ m(قوس PQR) = 60°، OP = 10 سم ہو تو نشان زدہ علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔
$(\pi = 3.14,\ \sqrt{3} = 1.73)$

.3 'A' مرکز والے دائرے میں، $\angle PAR = 30°$ اور سم $AP = 7.5$ ہوتو

قطعہ دائرہ PQR کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$

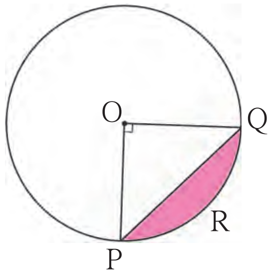


شکل 7.45

.4 متصلہ شکل میں دائرے کا مرکز 'O' اور اس کا وتر PQ ہے۔ $\angle POQ = 90°$

اور نشان زدہ علاقہ کا رقبہ 114 مربع سم ہے تو دائرے کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

$(\pi = 3.14)$



شکل 7.46

.5 15 سم نصف قطر والے دائرے کا وتر PQ، مرکز پر $60°$ کا زاویہ بناتا ہے۔ اس وتر کی وجہ سے بننے والے اصغر قطعہ دائرے اور اکبر قطعہ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.73)$

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ مجموعہ سوالات 7 ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

.1 درج ذیل سوالوں کے متبادلات میں سے صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔

(1) اگر ایک دائرے کے محیط اور دائرے کے رقبے میں 7 : 2 کی نسبت ہو تو دائرے کا محیط کتنا ہوگا؟

(A) 14π (B) $\frac{7}{\pi}$ (C) 7π (D) $\frac{14}{\pi}$

(2) 44 سم لمبائی کے قوس کی پیمائش $160°$ ہو تو، اس دائرے کا محیط کتنا ہوگا؟

(A) 66 سم (B) 44 سم (C) 160 سم (D) 99 سم

(3) قوس کی پیمائش $90°$ اور نصف قطر 7 سم ہو تو تراشے کا احاطہ معلوم کیجیے۔

(A) 44 سم (B) 25 سم (C) 36 سم (D) 56 سم

(4) مخروط کے قاعدے کا نصف قطر 7 سم اور اونچائی 24 سم ہو تو مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(A) 440 مربع سم (B) 550 مربع سم (C) 330 مربع سم (D) 110 مربع سم

(5) مدور استوانہ کی خمدار سطح کا رقبہ 440 مربع سم اور نصف قطر 5 سم ہو تو اس کی اونچائی کتنی سینٹی میٹر ہوگی؟

(A) $\frac{44}{\pi}$ (B) 22π (C) 14π (D) $\frac{22}{\pi}$

(6) ایک مخروط پگھلا کر اس کے قاعدے کے نصف قطر کے مساوی نصف قطر والا مدور استوانہ بنایا گیا۔ اگر استوانے کی بلندی 5 سم ہو تو مخروط کی بلندی کتنی ہوگی؟

(A) 15 سم (B) 10 سم (C) 18 سم (D) 5 سم

(7) 0.01 سم ضلعے کے مکعب کا حجم کتنا مکعب سم ہے؟

(A) 1 (B) 0.001 (C) 0.0001 (D) 0.000001

(8) ایک مکعب میٹر حجم والے مکعب کے ضلعے کی لمبائی کتنی ہوگی؟

(A) 1 سم (B) 10 سم (C) 100 سم (D) 1000 سم

.2 ایک مخروط ناقص شکل کے کپڑے دھونے کے ٹب (ناند) کی اونچائی 21 سم ہے۔ٹب کے دونوں دائروی حصوں کے نصف قطر 20 سم اور 15 سم ہیں۔ بتائیے ٹب میں کتنے لیٹر پانی سمائے گا؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

.3* پلاسٹک کے 1 سم نصف قطر کی گولیاں پگھلا کر، استوانہ نما نلی تیار کی گئی۔نلی کی موٹائی 2 سم، اونچائی 90 سم اور بیرونی نصف قطر 30 سم ہو تو، اس نلی کو بنانے کے لیے کتنے گولیاں پگھلائی گئی ہوں گی؟

.4 لمبائی 16 سم، چوڑائی 11 سم اور اونچائی 10 سم کے دھاتی مکعب نما (مستطیلی منشور) سے، 2 ملی میٹر موٹائی اور 2 سم قطر کے سکے بنائے گئے ہوں تو بتائیے کل کتنے سکے بنائے جاسکتے ہیں؟

.5 ایک رولر (متحرکہ دھمس) کا قطر 120 سم اور لمبائی 84 سم ہے۔ایک میدان ایک مرتبہ ہموار بنانے کے لیے رولر 200 گردشیں مکمل کرتا ہے۔ 10 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے میدان ہموار کرنے کا کل خرچ کتنا ہوگا؟

.6 ایک کھوکھلے دھاتی کرے کا قطر 12 سم اور موٹائی 0.01 میٹر ہے۔اس کرے کے بیرونی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے اور جب کہ دھات کی کثافت 8.88 گرام فی مکعب میٹر ہو تو اس کرے کی کمیت معلوم کیجیے۔

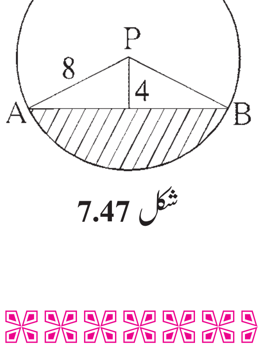
.7 ایک مدور استوانہ نما بالٹی کے قاعدے کا قطر 28 سم اور اونچائی 20 سم ہے۔ یہ بالٹی ریت سے مکمل بھری ہوئی ہے۔اس بالٹی کی ریت زمین پر اس انداز میں انڈیل دی گئی کہ ریت کا مخروط بن گیا۔ریت کے مخروط کی اونچائی 14 سم ہو تو اس مخروط کے قاعدے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

.8 ایک دھاتی کرے کا نصف قطر 9 سم ہے۔اس کرے کو پگھلا کر، 4 ملی میٹر قطر کی دھات کا تار بنایا گیا تو اس تار کی لمبائی کتنی ہوگی؟

.9 6 سم نصف قطر کے ایک دائرے کے تراشے کا رقبہ 15π مربع سم ہے۔اس تراشے کے قوس کی لمبائی اور قوس کی پیمائش معلوم کیجیے۔

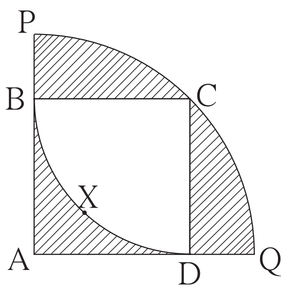
.10 شکل 7.47 میں، P دائرے کا مرکز ہے۔ AB وتر ہے۔ PA = 8 سم اور وتر AB دائرے کے مرکز سے 4 سم کے فاصلے پر واقع ہے۔تو نشان زدہ علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

$(\pi = 3.14, \quad \sqrt{3} = 1.73)$



شکل 7.47

11. دائرہ کا تراشہ A – PCQ میں □ABCD ایک مربع ہے۔
اگر C – BXD، اس تراشے کا نصف قطر 20 سم ہو تو نشان زدہ
علاقے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔



شکل 7.48

حل : تراشہ C – BXD کا نصف قطر = مربع ABCD کا ضلع = □ سم

مربع کا رقبہ = ضلع² = $\square^2$ = □ ... (I)

مربع کا نشان زدہ علاقے کا رقبہ = مربع ABCD کا رقبہ − تراشہ C – BXD کا رقبہ

$$= \square - \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \square - \frac{90}{360} \times \frac{3.14}{1} \times \frac{400}{1}$$

$$= \square - 314$$

$$= \square$$

بڑے تراشے کا نصف قطر = مربع ABCD کے وتر کی لمبائی

$$= 20\sqrt{2}$$

بڑے تراشہ میں مربع کے باہر نشان زدہ علاقے کا رقبہ = تراشے A – PCQ کا رقبہ − مربع ABCD

= A (B – PCQ) − A (□ABCD)

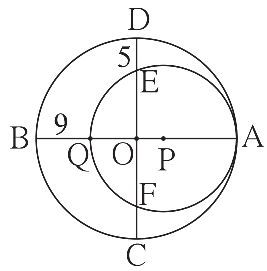
$$= \left(\frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2\right) - \square^2$$

$$= \frac{90}{360} \times 3.14\,(20\sqrt{2})^2 - (20)^2$$

$$= \square - \square$$

$$= \square$$

کل نشان زدہ علاقے کا رقبہ = 86 + 228 = 314 مربع سم



شکل 7.49

12. 'O' اور 'P' مرکز والے دائرے اندرونی طور پر ایک دوسرے کو نقطہ A پر مس کرتے ہیں۔ اگر BQ = 9 ،DE = 5 ہو تو دائرے کا نصف قطر معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔

حل : فرض کیجیے بڑے دائرے کا نصف قطر R اور چھوٹے دائرے کا نصف قطر 'r' ہے۔

لہٰذا OA، OB، OC اور OD بڑے دائرے کے نصف قطر ہیں۔

$\therefore$ OA = OB = OC = OD = R

PQ = PA = r

OQ = OB − BQ = $\square$

OE = OD − DE = $\square$

P مرکز والے دائرے میں دو وتروں کے اندرونی طور پر تقسیم کرنے کی خصوصیت کی بنا پر،

OQ × OA = OE × OF

$\square$ × R = $\square$ × $\square$ … ($\because$ OE = OF)

$R^2 - 9R = R^2 - 10R + 25$

R = $\square$

AQ = 2r = AB − BQ

2r = 50 − 9 = 41

r = $\square$ = $\square$